МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

С. С. Жуковський, В. Й. Лабай

АЕРОДИНАМІКА ВЕНТИЛЯЦІЇ

Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник для студентів
вищих навчальних закладів

Львів

Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”

2003

ББК 38.762.2:30.124я73
Ж864
УДК 697.9:533.6 (075.8)

Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів
(лист № 14/18.2-1977 від 29.10.2002 р.)

Рецензенти:
П.В. Білей, доктор технічних наук, професор, Український державний лісотехнічний університет;
М.В. Ваврух, доктор фізико-математичних наук, професор, Львівський національний університет імені Івана Франка

Жуковський С.С., Лабай В.Й.
Ж864 Аеродинаміка вентиляції: Навчальний посібник. – Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”, 2003. – 372 с.
ISBN 966-553-303-7

Описане застосування методів аеродинаміки до розв’язування задач вентиляції. Наведені фізичні властивості повітря. Розглянуті закони рівноваги, основи кінематики і динаміки повітря, питання обтікання твердих тіл потоком повітря, рух повітряних потоків трубопроводами, системи аспірації і пневмотранспорту, наведені залежності для визначення втрат тиску у повітропроводах і місцевих опорах. Висвітлені аеродинамічні дослідження притікальних і витікальних струменів, повітропроводів рівномірного витікання і всмоктування повітря. Наведені основи моделювання вентиляції. Розроблені приклади практичних задач та їх розв’язування.

Для студентів будівельних і політехнічних ВНЗ, які навчаються за спеціальністю «Теплогазопостачання і вентиляція». Навчальний посібник може бути використаний викладачами технікумів, коледжів і професійно-технічних училищ як методичний посібник та інженерами спеціальності «Теплогазопостачання і вентиляція» як довідковий посібник під час розрахунку вентиляційних систем.

ББК 38.762.2:30.124я73

ISBN 966-553-303-7

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА

Цей навчальний посібник розрахований на студентів спеціальності “Теплогазопостачання і вентиляція” будівельних та політехнічних ВНЗ. Навчальний посібник написаний згідно з програмою курсу, затвердженою Вченою радою Національного університету “Львівська політехніка”.

Вентиляція як наука неухильно розвивається в останні роки. Теоретичною базою для її розвитку є такі дисципліни, як “Аеродинаміка”, “Термодинаміка і теплопередача”, “Тепломасообмін”.

До числа аналітично розв’язуваних питань вентиляції треба зарахувати питання закономірності розвитку вільних притікальних ізотермічних і неізотермічних струменів, конвективних струменів, взаємодії струменів між собою і з потоком повітря, який набігає на них, стиснення струменів твердими стінками і питання загасання швидкостей у всмоктувальних факелах. На основі цих аналітичних розв’язків були розроблені методики розрахунку різноманітного обладнання систем вентиляції та кондиціювання повітря. Цей навчальний посібник призначений допомогти вирішувати перераховані питання методами аеродинаміки.

Викладачі, які читають невеликі курси, зможуть почерпнути з навчального посібника той матеріал, який відповідає конкретній програмі того чи іншого курсу, і використати навчальний посібник як основу, додаючи і змінюючи його зміст відповідно до вимог випускаючих кафедр і власного досвіду.

Автори вельми вдячні рецензентам – д-ру техн. наук, проф. П.В. Білею та д-ру фіз.-мат. наук, проф. М.В. Ваврyху, критичні зауваження яких сприяли поліпшенню якості книги.

Автори будуть вдячні за всі зауваження і побажання, які сприятимуть покращенню навчального посібника.

Особливу подяку автори висловлюють головним спонсорам цього навчального посібника, а саме: компанія “Західпроектінжбудсервіс”, ВАТ “Закарпатгаз”, “Комфортсервіс”, філія “Тепло” ПМК-586, Т$_3$ОВ “Етен”.

Автори

Вступ

Під час створення сприятливих і безпечних умов праці, поліпшення умов побуту і відпочинку людей, забруднення повітря довкілля значну роль відіграє вентилювання окремих приміщень різного призначення, промислових майданчиків і простору заселених територій.

Проблеми вентиляції є об’єктом уваги вчених та інженерів різних спеціальностей, але визначально спеціалістів, які вирішують проблеми забезпечення мікроклімату. Однак, під час спроби скористатись корисними для себе порадами традиційних підручників з механіки рідини і газу вони мають певні труднощі. Наприклад, рівняння Бернуллі звичайно подають у формі напорів, а під час вивчення повітряних потоків його доцільно подати у формі тисків. Дослідження в галузі зовнішньої аеродинаміки об’єктів загалом мають емпіричний характер, а дослідження в галузі вентиляційних струменів, повітропроводів рівномірного витікання і всмоктування базуються на загальних рівняннях аеродинаміки. Причини такого підходу до проблем вентилювання полягають у тому, що вони є важкими для теоретичного дослідження, оскільки відомі аеро- і гідродинамічні моделі явищ вентилювання дуже відрізняються від реальних умов, які характеризуються складністю рухів повітряних потоків (вихрові рухи, циркуляція, дія Архімедових сил, зони відривного обтікання тощо). Тому спеціаліст з аеродинаміки вентиляції під час вирішення поставленого перед ним завдання повинен знову і знову повертатись до множини окремих результатів. Визначальним для успіху його роботи є те, наскільки правильно він зуміє перенести отриманий раніше результат на свою актуальну проблему і відповідно пов’язати окремі детальні її вирішення із загальною концепцією.

Мета, яку ставлять автори цього навчального посібника, – це допомогти спеціалісту з вентиляції, студенту технічного університету розібратись в різноманітності та особливостях завдань, які стоять перед дисципліною “Аеродинаміка вентиляції”.

Для цього вирішують такі проблеми:

– розглядають фізичні принципи руху повітряних потоків, зокрема в трубопроводах, відносного руху повітряного потоку і твердого тіла;

– аналізують різноманітні повітряні струмені, а також їх взаємодія між собою і вплив на них шорстких повітронепроникних поверхонь;

– наводять особливості моделювання процесів вентилювання, циркуляції повітряних потоків у моделі і в натурі;
– порівнюють основні практичні результати деяких характерних досліджень;
– описують підтверджені практикою методи, користуючись якими можна отримати раціонально зібрані воєдино об'єктивні результати.

Теоретичний матеріал навчального посібника поданий у супроводі з числовими прикладами, що забезпечує краще його засвоєння.

Пропонований навчальний посібник заснований на матеріалі навчального курсу, який читається в Національному університеті "Львівська політехніка" студентам спеціальності "Теплогазопостачання і вентиляція".

Р о з д і л   п е р ш и й

ПОВІТРЯ ТА ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ. СИСТЕМА ОДИНИЦЬ ВИМІРЮВАНЬ

1.1. ОСНОВНІ ВЛАСТИВОСТІ ВОЛОГОГО ПОВІТРЯ

Атмосферне повітря, яке складається з кисню, азоту, вуглекислоти і незначної кількості інертних газів, завжди містить деяку кількість водяної пари. Суміш сухого повітря з водяною парою називають **вологим повітрям**. Склад сухої частини атмосферного повітря наведений у табл. 1.1.

Таблиця 1.1

Склад сухого атмосферного повітря

№ з/п	Компоненти сухого атмосферного повітря	Символ або формула	Вміст, %	
			за масою	за об'ємом
1	Азот	N_2	75,55	78,13
2	Кисень	O_2	23,10	20,90
3	Аргон, неон та інші інертні гази	Ar, Ne	1,3	0,94
4	Вуглекислота	CO_2	0,05	0,03

Примітка. У повітрі також міститься зовсім незначна кількість водню, озону та деяких інших газів.

З достатньою для інженерних розрахунків точністю можна вважати, що вологе повітря підпорядковане усім законам суміші ідеальних газів. Кожен газ, зокрема і водяна пара, які входять у склад суміші, займають той самий об'єм V, м^3, що і вся суміш, він має температуру суміші T, К, та знаходиться під своїм парціальним тиском p_i, який визначається за **рівнянням Клапейрона**:

$$p_i = \frac{m_i \cdot R \cdot T}{\mu_i^* \cdot V} = \nu_i^* \cdot \frac{R \cdot T}{V}\text{, Па,} \tag{1.1}$$

де m_i – маса i-го газу, кг; μ_i^* – молекулярна маса i-го газу, кг/кмоль; $\nu_i^* = m_i / \mu_i^*$ – кількість молей i-го газу, який входить до складу суміші, кмоль; R – універсальна газова стала (R = 8,314$\cdot 10^3$ Дж/(кмоль$\cdot$К)).

Згідно з **законом Дальтона** сума парціальних тисків складників газової суміші дорівнює повному тискові суміші

$$P = p_1 + p_2 + ... + p_n = \sum_{i=1}^{n} p_i \text{, Па.} \tag{1.2}$$

Вологе повітря можна наближено розглядати як бінарну суміш, яка складається з водяної пари і умовно однорідного газу – сухої частини атмосферного повітря, молекулярна маса якої $\mu^*_{\text{пов}}$ = 29 кг/кмоль. Тоді барометричний тиск $P_{\text{атм}}$, під яким знаходиться вологе атмосферне повітря, дорівнюватиме сумі парціальних тисків сухого повітря $p_{\text{с.пов}}$ і водяної пари $p_{\text{п}}$, тобто

$$P_{\text{атм}} = p_{\text{с.пов}} + p_{\text{п}} \text{, Па.} \tag{1.3}$$

Суміш, яка складається із сухого повітря і перегрітої водяної пари, називають **ненасиченим вологим повітрям**, а суміш, яка складається із сухого повітря і насиченої водяної пари, – **насиченим вологим повітрям**.

Здатність повітря змінювати об’єм під дією стискальних зусиль називають **стисливістю**.

Відносну об’ємну деформацію повітря щодо одиниці зміни тиску називають **об’ємним коефіцієнтом стисливості**:

$$\beta_p = -\frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dp} \text{, Па}^{-1}, \tag{1.4}$$

де V – початковий об’єм повітря, м^3.

Знак мінус у формулі поставлений для того, щоби β_p був додатною величиною, оскільки зміна об’єму dV під час стискання є від’ємною величиною.

Для повітря і газів коефіцієнт β_p змінюється обернено пропорційно до тиску p.

Повітря змінює свій об’єм за зміни температури. Величину, яка характеризує відносну об’ємну деформацію, що припадає на одиницю зміни температури, називають **об’ємним коефіцієнтом теплового розширення**:

$$\beta_t = \frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dT}, \text{ К}^{-1}. \quad (1.5)$$

За незначних змін температури можна наближено приймати β_t як сталу величину.

Масова густина ρ є однією з найважливіших характеристик повітряного середовища. Вона характеризує відношення маси повітрянопарової суміші m до об'єму цієї суміші V:

$$\rho = m / V, \text{ кг/м}^3. \quad (1.6)$$

Густина у будь-якій точці повітряного простору є функцією тиску і температури, тобто

$$\rho = f(p, T).$$

Зв'язок між густиною, тиском і абсолютною температурою для i-го компонента газової суміші характеризується **рівнянням Клапейрона**

$$p_i / \rho = R_i \cdot T, \quad (1.7)$$

де p_i – парціальний тиск i-го компонента газової суміші, Па; $R_i = R / \mu_i^*$ – газова стала i-го компонента газової суміші ($R_{\text{с.пов}}$ = 287 Дж/(кг·К) для сухого повітря з T = 293 К),
а для одного чистого газу

$$P / \rho = R_{\text{газу}} \cdot T,$$

де P – абсолютний тиск газу, Па; $R_{\text{газу}}$ – питома газова стала, Дж/(кг·К).

Зв'язок між густиною і абсолютною температурою за сталого тиску виражається тотожністю

$$\rho_2 / \rho_1 = T_1 / T_2, \quad (1.8)$$

а зв'язок між густиною і тиском за сталої температури –

$$\rho_2 / \rho_1 = p_2 / p_1. \quad (1.9)$$

За змінних значень температури і тиску:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{p_2 \cdot T_1}{p_1 \cdot T_2}. \quad (1.10)$$

У світовій практиці прийнято всі результати аеродинамічних досліджень зараховувати до **нормальних умов** (атмосферний тиск $P_{\text{н.атм}}$ = = 101,325 кПа; температура $T_{\text{н}}$ = 273 К) або до **стандартних умов**

($P_{ст.атм}$ = 101,325 кПа; $T_{ст}$ = 293 К) за відносної вологості φ = 50 % і $R_{с.пов}$ = 287 Дж/(кг·К).

За стандартних умов густина повітря $\rho_{ст}$ = 1,2 кг/м^3.

Фактичну густину повітря за нестандартних умов можна визначити за формулою

$$\rho_ф = \rho_{ст} \cdot \frac{P_ф}{P_{ст.атм}} \cdot \frac{T_{ст}}{T_ф}. \tag{1.11}$$

У табл. 1.2 наведені значення $R_{в.пов}$/287 (де $R_{в.пов}$ – питома газова стала вологого повітря) для різних температур за різної відносної вологості повітря.

Таблиця 1.2

Значення $R_{в.пов}$/287 за різних температур і відносної вологості

t, °C	Відносна вологість повітря, %			
	20	50	80	100
10	0,995	0,998	1,0	1,003
20	0,998	1,0	1,002	1,005
30	0,999	1,004	1,01	1,012
40	1,0	1,01	1,018	1,025
50	1,003	1,02	1,03	1,04

Як бачимо з табл. 1.2, для вологого повітря величина $R_{в.пов}$/287 змінюється незначно і тому в аеродинаміці вентиляції *зміну вологості* повітря *не враховують* (за збільшення відносної вологості повітря для стандартних параметрів з 50 до 100 % густина змінюється у бік зменшення всього на 0,5 %).

У повітряному потоці внаслідок дії сил внутрішнього тертя виникає опір, який називають **в'язкістю повітря**.

Коефіцієнт абсолютної в'язкості повітря η – це кількісна характеристика зусиль зсуву, які виникають у рухливому середовищі на одиниці поверхні розділення двох шарів, якщо зменшення швидкості на одиниці довжини нормалі до цієї поверхні дорівнює одиниці.

Залежність коефіцієнта абсолютної в'язкості від температури виражається рівнянням

$$\eta = \eta_0 \cdot \frac{1+\dfrac{C}{273}}{1+\dfrac{C}{T}} \cdot \sqrt{\frac{T}{273}}\text{, Па·с}^3\text{/м,} \qquad (1.12)$$

де T – абсолютна температура газу, К (для повітря: $\eta_0 \cdot 10^8$ = = 174 Па·с^3/м; C = 114 К, а для водяної пари: $\eta_0 \cdot 10^8$ = 90,2 Па·с^3/м; C = = 673 К).

Коефіцієнт динамічної в'язкості μ – це добуток коефіцієнта абсолютної в'язкості на прискорення сили тяжіння

$$\mu = \eta \cdot g\text{, Па·с.} \qquad (1.13)$$

Коефіцієнт динамічної в'язкості повітря можна визначити за формулою Міллікена

$$\mu_{\text{пов}} = 1{,}745 \cdot 10^{-5} + 5{,}03 \cdot 10^{-8} \cdot t\text{, Па·с,} \qquad (1.14)$$

згідно з якою для t = 20°С величина $\mu_{\text{пов 20}} = 1{,}85 \cdot 10^{-5}$ Па·с.

Динамічна в'язкість інших газів має наближено такий самий порядок величини.

Коефіцієнт кінематичної в'язкості ν залежить від динамічної в'язкості і густини, характеризує прискорення частинок, спричинене силами в'язкості, та визначається за формулою

$$\nu = \mu / \rho\text{, м}^2\text{/с.}$$

Значення коефіцієнта кінематичної в'язкості ν для повітря за тиску $p_{\text{атм}}$ до 10^6 Па у діапазоні температур t = –20 ... +200°С з розбіжністю меншою, ніж 0,54 %, можна визначити за формулою [1]

$$\nu_{\text{пов}} = 1{,}337125 \cdot 10^{-5} + 8{,}454018 \cdot 10^{-8} \cdot t + 1{,}232143 \cdot 10^{-10} \cdot t^2 - 3{,}348214 \cdot 10^{-14} \cdot t^3\text{, м}^2\text{/с.} \qquad (1.15)$$

Значення μ і ν для сухого і вологого повітря наведені відповідно у дод. 1 і 2.

Для незначних тисків коефіцієнт кінематичної в'язкості повітря майже не залежить від його густини; для тисків у декілька атмосфер і більше коефіцієнт кінематичної в'язкості зі зростанням тиску збільшується. З підвищенням температури повітря коефіцієнт його кінематичної в'язкості також збільшується.

Питому теплоємність вологого повітря $c_{\text{в.пов}}$ зараховують до одиниці маси сухої частини повітря:

$$c_{\text{в.пов}} = c_{\text{с.пов}} + c_{\text{п}} \cdot \frac{d}{1000}, \text{ кДж/(кг}\cdot\text{К)}, \quad (1.16)$$

де $c_{\text{с.пов}}$ – середня питома теплоємність сухого повітря ($c_{\text{с.пов}}$ = = 1,005 кДж/(кг·К)); $c_{\text{п}}$ – середня питома теплоємність водяної пари ($c_{\text{п}}$ = 1,86 кДж/(кг·К)); d – вологовміст вологого повітря, г/кг сух.пов.

Вологовміст вологого повітря d – це відношення маси водяної пари до маси сухого повітря, які містяться у суміші, тобто

$$d = m_{\text{п}} \cdot 1000 / m_{\text{с.пов}}, \text{ г/кг сух.пов.,} \quad (1.17)$$

де $m_{\text{п}}$ і $m_{\text{с.пов}}$ – відповідно маса водяної пари і маса сухого повітря, кг.

Питома ентальпія сухого повітря становить

$$I_{\text{с.пов}} = c_{\text{с.пов}} \cdot t, \text{ кДж/кг,} \quad (1.18)$$

де t – температура повітря, °С.

Питому ентальпію вологого повітря зазвичай зараховують до одиниці маси сухого повітря (до 1 кг):

$$I_{\text{в.пов}} = I = 1{,}005 \cdot t + (2500 + 1{,}86 \cdot t) \cdot d \cdot 10^{-3}, \text{ кДж/кг сух. пов} \quad (1.19)$$

Оскільки питома теплоємність вологого повітря $c_{\text{в.пов}} = 1{,}005 + + 1{,}86 \cdot d \cdot 10^{-3}$, то вираз (1.19) можна записати у вигляді

$$I = c_{\text{в.пов}} \cdot t + 2500 \cdot d \cdot 10^{-3}, \text{ кДж/кг сух. пов.} \quad (1.20)$$

1.2. ПОЗНАЧЕННЯ, ОДИНИЦІ І РОЗМІРНОСТІ ВЕЛИЧИН

У Міжнародній системі одиниць СІ як основні механічні і теплові одиниці використовують: метр (довжина – L), кілограм (маса – M), секунда (час – T), кельвін (температура – Θ). Отже, символічне позначення системи величин механіки і теплотехніки – LMTΘ.

У табл. 1.3 наведені одиниці СІ, їх позначення і розмірності відповідно до [2], [5].

Таблиця 1.3

Основні і похідні одиниці, які використовують у цьому курсі

Величина	Позначення	Одиниця СІ		
		Розмірність	Назва	Позначення
Довжина	l	L	метр	м
Маса	m	M	кілограм	кг
Сила	P, R, F	$L \cdot M \cdot T^{-2}$	ньютон	Н
Час	t^*, t, τ	T	секунда	с
Температура	T, t	Θ	кельвін, градус Цельсія	К, °С
Площа	S, F	L^2	метр квадратний	$м^2$
Площа живого перерізу	ω	L^2	метр квадратний	$м^2$
Об’єм	V, W	L^3	метр кубічний	$м^3$
Об’ємна витрата	Q, L	$L^3 \cdot T^{-1}$	метр кубічний за секунду	$м^3/с$
Місцева швидкість	u	$L \cdot T^{-1}$	метр за секунду	м/с
Середня швидкість	v	$L \cdot T^{-1}$	метр за секунду	м/с
Прискорення вільного падіння	g	$L \cdot T^{-2}$	метр за секунду у квадраті	$м/с^2$
Кінематична в’язкість	ν	$L^2 \cdot T^{-1}$	метр квадратний за секунду	$м^2/с$
Масова витрата	M, G, m	$M \cdot T^{-1}$	кілограм за секунду	кг/с
Густина	ρ	$M \cdot L^{-3}$	кілограм на метр кубічний	$кг/м^3$

Продовження табл. 1.3

Величина	Позначення	Одиниця СІ		
		Розмірність	Назва	Позначення
Тиск	p, P	$L^{-1} \cdot M \cdot T^{-2}$	паскаль	Па
Дотичне напруження	τ	$L^{-1} \cdot M \cdot T^{-2}$	паскаль	Па
Динамічна в'язкість	μ	$L^{-1} \cdot M \cdot T^{-1}$	паскаль на секунду	Па·с
Питома енергія	E	$L^{2} \cdot T^{-2}$	джоуль на кілограм	Дж/кг
Питома газова стала	$R_{\text{газу}}$	$L^{2} \cdot T^{-2} \cdot \Theta^{-1}$	джоуль на кілограм-кельвін	Дж/(кг·К)

Примітка. Якщо встановлені одиниці для практичних вимірювань фізичних величин є дуже великими або дуже малими, то використовують десятково кратні і часткові одиниці від вихідних одиниць СІ.

Р о з д і л   д р у г и й

ОСНОВНІ ЗАКОНОМІРНОСТІ РУХУ ПОВІТРЯНОГО ПОТОКУ

Розділ механіки, який вивчає закони руху повітряних потоків, називається **аеродинамікою**.

Під **потоком** розуміють сукупність елементарних повітряних струмінців, які рухаються з різними швидкостями.

Для заміни *дійсного руху потоку*, окремі елементарні струмінці якого мають різні швидкості, *розрахунковою моделлю одновимірного потоку* (зі сталими швидкістю і тиском у даному перерізі) розглянемо деякі поняття і визначення.

2.1. ШВИДКІСТЬ ПОВІТРЯНОГО ПОТОКУ

Для вивчення руху повітряного потоку потрібно вибрати відповідну математичну модель. Вивчення руху повітряних потоків звичайно починають з *абстрактної моделі нев'язкого і нестисливого потоку*.

Як і в механіці твердого тіла, спочатку вивчають види руху, незважаючи на дію сил, які зумовлюють рух (кінематика); потім розглядають рух як результат дії сил.

Рух повітряного потоку можна вивчати методами Лагранжа або Ейлера.

У першому випадку розглядають поведінку частинок потоку, які переміщаються у просторі і неперервно змінюють свої координати. Оскільки таких частинок нескінченна кількість, цей метод дослідження доволі складний.

Звичайно для вивчення руху потоку використовують метод Ейлера, згідно з яким вивчають, що відбувається з потоком у даних точках простору в певні моменти часу.

Уявімо простір, який заповнений повітряним потоком. У деякій точці цього потоку з координатами x, y, z перебувають частинки з тією чи іншою швидкістю, що характеризується вектором $\mathbf{u}$ і проекцією його модуля на осі координат u_x, u_y, u_z (рис. 2.1).

Отже, вектор місцевої швидкості є функцією положення даної точки і функцією часу, тобто

$$\mathbf{u} = f(\mathbf{r},\ t),$$

де радіус-вектор $\mathbf{r}$ виражається через одиничні вектори (орти) по осях координат

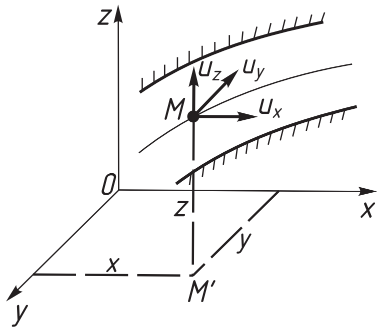


Рис. 2.1. Складові швидкості руху потоку в точці

$$\mathbf{r} = u_x \cdot \mathbf{i} + u_y \cdot \mathbf{j} + u_z \cdot \mathbf{k}. \tag{2.1}$$

Миттєві складові швидкості у даній точці потоку (рис. 2.1) можна записати у вигляді

$$\left.\begin{aligned} u_x &= f_1(x, y, z, t); \\ u_y &= f_2(x, y, z, t); \\ u_z &= f_3(x, y, z, t). \end{aligned}\right\} \tag{2.2}$$

Метод Лагранжа вивчення кінематики повітряного потоку полягає у розгляді зміни координат x, y, z фіксованих точок, які рухаються разом з потоком. Ці точки фіксуються відносно нерухомої системи координат x_0, y_0, z_0 у момент часу t_0. Різні точки всередині потоку відрізняються тільки значенням початкових координат. Для визначення координат кожної з цих точок існує функціональна залежність

$$\left.\begin{aligned} x &= \varphi_1(x_0, y_0, z_0, t); \\ y &= \varphi_2(x_0, y_0, z_0, t); \\ z &= \varphi_3(x_0, y_0, z_0, t). \end{aligned}\right\}$$

Швидкості руху цих точок відповідають місцевій швидкості потоку

$$\left.\begin{aligned} u_x &= \frac{dx}{dt} = \frac{d\varphi_1(x_0, y_0, z_0, t)}{dt}; \\ u_y &= \frac{dy}{dt} = \frac{d\varphi_2(x_0, y_0, z_0, t)}{dt}; \\ u_z &= \frac{dz}{dt} = \frac{d\varphi_3(x_0, y_0, z_0, t)}{dt}. \end{aligned}\right\}$$

Надалі для вивчення руху повітряного потоку будемо використовувати метод Ейлера.

2.2. УСТАЛЕНИЙ І НЕУСТАЛЕНИЙ РУХ ПОТОКУ

Якщо поле швидкості потоку не змінюється зі зміною часу, то **рух потоку** називають **усталеним** (**стаціонарним**). У цьому разі характеристики руху змінюються тільки за переходу від точки до точки простору і функціональна залежність для місцевої швидкості потоку має вигляд

$$\mathbf{u} = f(\mathbf{r}). \tag{2.3}$$

Миттєві складові швидкості точки у проекціях на осі координат

$$\left.\begin{aligned} u_x &= f_1(x, y, z); \\ u_y &= f_2(x, y, z); \\ u_z &= f_3(x, y, z). \end{aligned}\right\} \tag{2.4}$$

Усталений рух може бути **рівномірним** і **нерівномірним**. За *рівномірного руху* швидкості у подібних точках сталі і не залежать від координат цих точок. Прикладом такого руху може служити повітряний потік сталої витрати у трубопроводі сталого перерізу.

За *нерівномірного руху* швидкості подібних точок не залежать від зміни часу, але є функцією координат цих точок. Прикладом може бути повітряний потік у трубопроводі змінного перерізу. Залежно від площі перерізу швидкість руху вздовж труби змінюватиметься, але вона зберігатиметься у відповідних перерізах сталою незалежно від зміни часу.

Загалом, коли характеристики поля швидкостей потоку змінюються зі зміною часу і справедливі залежності (2.1) і (2.2), **рух** називають **неусталеним** (**нестаціонарним**). Прикладами такого руху можуть бути рух потоку повітря у трубопроводах за швидкого відкривання або закривання запірних органів, обтікання будинків за поривчастого вітру тощо.

Природа неусталеного руху дуже складна. Надалі *обмежимося вивченням тільки усталеного руху повітряного потоку*.

2.3. КОНВЕКТИВНЕ І ЛОКАЛЬНЕ ПРИСКОРЕННЯ

Математичний вираз прискорення можна отримати, беручи повну похідну за часом від функціональної залежності (2.1) з урахуванням елементарного переміщення частинки $d\mathbf{r}$ за переходу її від точки до точки. Повний диференціал вектора швидкості як функції двох змінних $\mathbf{r}$ і t дорівнює сумі часткових диференціалів

$$d\mathbf{u} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{r}} \cdot d\mathbf{r} + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \cdot dt .$$

Щоб знайти прискорення **w**, необхідно зміну швидкості $d\mathbf{u}$ розділити на dt:

$$\mathbf{w} = \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \cdot \frac{dt}{dt} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} .$$

Оскільки $d\mathbf{r} / dt = \mathbf{u}$, то $\mathbf{w} == \mathbf{u} \cdot \partial \mathbf{u} / \partial \mathbf{r} + \partial \mathbf{u} / \partial t$.

Використовуючи символічний запис просторового диференціювання (оператор Гамільтона)

$$\nabla ... = \frac{\partial ...}{\partial x} \cdot \mathbf{i} + \frac{\partial ...}{\partial y} \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial ...}{\partial z} \cdot \mathbf{k} ,$$

отримаємо

$$\mathbf{w} = \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} . \tag{2.5}$$

Перша складова рівняння (2.5) характеризує зміну швидкості за переміщення частинки потоку з однієї точки простору в іншу і називається **конвективним прискоренням**; друга складова характеризує зміну швидкості за часом і називається **локальним прискоренням**.

2.4. ТРАЄКТОРІЇ ЧАСТИНОК, ЛІНІЇ ТЕЧІЇ І ЛІНІЇ ЗАЗНАЧЕНИХ ЧАСТИНОК

Для геометричного зображення потоку можна скористатись поняттям **траєкторії частинки**, тобто шляхом руху частинки. З поняття траєкторії випливає, що вона фіксує зміну положення частинки зі зміною часу.

Виведемо рівняння траєкторії частинки. Якщо частинка за нескінченно малий проміжок часу dt перемістилась на відстань dl, то швидкість її руху буде

$$u = \frac{dl}{dt} .$$

Проекція цієї швидкості на прямокутні осі координат

$$u_x = \frac{dx}{dt}; \qquad u_y = \frac{dy}{dt}; \qquad u_z = \frac{dz}{dt},$$

де dx, dy, dz – проекції шляху dl на осі координат.

З цих рівнянь видно, що

$$\frac{dx}{u_x} = dt; \qquad \frac{dy}{u_y} = dt; \qquad \frac{dz}{u_z} = dt.$$

Оскільки ліві частини останніх виразів дорівнюють одній і тій самій величині, то їх можна прирівняти між собою. Зробивши це, отримаємо **диференційне рівняння траєкторії частинок**

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y} = \frac{dz}{u_z}. \tag{2.6}$$

У деяких випадках доцільніше користуватись поняттям *лінії течії*. Уявімо собі поле швидкостей у потоці, яке відповідає будь-якому маленькому часу t_0.

Виділимо довільну точку A_1 (рис. 2.2), у якій швидкість дорівнює u_1. Поблизу точки A_1 на напрямку вектора u_1 виділимо точку A_2 зі швидкістю u_2. Потім точки A_3, A_4 і т.д. З'єднуючи ці точки послідовно відрізками прямих, отримаємо ламану лінію.

Якщо всі прямі ділянки цієї ламаної лінії одночасно зменшити до нескінченно малої величини, то отримаємо криву лінію, у кожній точці якої вектор швидкості буде скерований по дотичній. Цю лінію називають **лінією течії**.

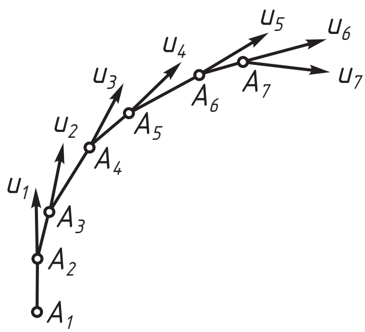


Рис. 2.2. Побудова лінії течії

Якщо рух неусталений, то у заданій точці потоку напрямок швидкості змінюється за часом (рис. 2.3). Отже, з плином часу змінюється положення у просторі ліній течії, які проходять через дану точку. У момент часу t_1 через задану точку проходила лінія течії *1*, а у момент часу t_2 – лінія течії *2*.

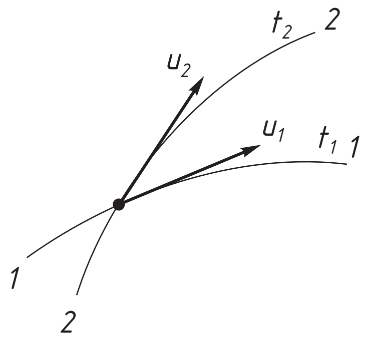


Рис. 2.3. Зміна напрямку лінії течії
за неусталеного руху потоку

Через кожну точку потоку можна провести тільки одну лінію; інакше кажучи лінії течії потоку не перетинаються. Ряд ліній течії дає картину руху потоку у даний момент часу, тобто фотознімок напрямку місцевих швидкостей потоку.

Основна відмінність траєкторії частинок від ліній течії полягає у наступному. Якщо траєкторія фіксує положення за часом тільки однієї частинки, то лінія течії в один і той самий момент часу вказує напрямок швидкостей багатьох частинок. Необхідно зауважити, що за усталеного руху потоку траєкторія частинок і лінії течії збігаються.

Поряд з траєкторією частинок і лінією течії в аеродинаміці користуються поняттям *лінії зазначених частинок*. Це лінія, на якій знаходяться всі частинки, які пройшли через одну будь-яку точку простору. Лінію зазначених частинок можна отримати, якщо у повітряний потік помістити трубку і вводити через неї дим або інший барвник. Кожна частинка, проходячи поблизу отвору трубки, буде забарвлюватись. Внаслідок цього отримаємо **лінію забарвлених** або **зазначених частинок**.

У випадку усталеного руху потоку лінія зазначених частинок збігається з лінією течії і траєкторією частинок.

Приклад 2.1. За відомих складових швидкості отримати рівняння лінії течії для конкретного усталеного потоку.

Р о з в ’ я з у в а н н я

Наприклад, розглянемо потік, у якому складові швидкості будуть $u_x = -ax$ і $u_y = ay$. Рівняння лінії течії у даному випадку:

$$\frac{dx}{u_x} = -\frac{dy}{u_y}, \quad \text{або} \quad \frac{dx}{x} = -\frac{dy}{y},$$

отже, $x \cdot y = \text{const.}$, тобто лінії течії – гіперболи (рис. 2.4).

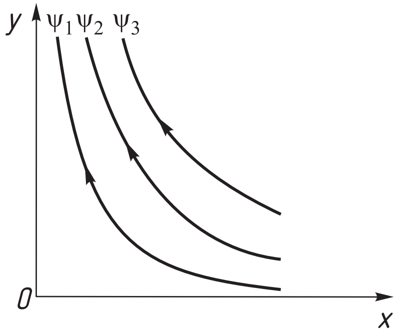


Рис. 2.4. Приклад сімейства ліній течії Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3

Отримане сімейство ліній течії належить до потоку, який обтікає вертикальну стінку.

2.5. ЖИВИЙ ПЕРЕРІЗ ПОТОКУ

У потоці повітря виділимо замкнутий контур, який обмежує поверхню елементарно малої площі. Через кожну точку цього контуру може бути проведена лінія течії (рис. 2.5). Поверхня, утворена цими лініями течії, називається **трубкою течії**. Вектори швидкості дотичні до поверхні трубки течії і тому між потоком, який рухається у трубці течії, та навколишнім потоком немає масообміну. Маса повітря, яка протікає у трубці течії, називається **елементарним струмінцем**. Сукупність елементарних струміньців утворює потік повітря.

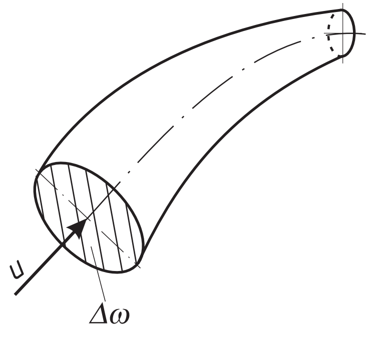


Рис. 2.5. Трубка течії

Розглянемо у трубці течії переріз площею Δω, нормально скерований до вектора швидкості *u*. Така площа перерізу називається **живим перерізом струмінця**.

Добуток площі живого перерізу і швидкості називають **елементарною витратою** повітря

$$\Delta Q = u \cdot \Delta\omega \text{ , м}^3\text{/с.} \qquad (2.7)$$

Якщо виконати переріз потоку так, щоб його поверхня у будь-якій точці була нормальною до напрямку відповідного вектора швидкості (рис. 2.6), то площа цієї поверхні дорівнюватиме сумі живих перерізів струмінців

$$\omega = \sum \Delta\omega = \int_{\omega} d\omega \text{ .} \qquad (2.8)$$

Така поверхня називається **живим перерізом потоку**.

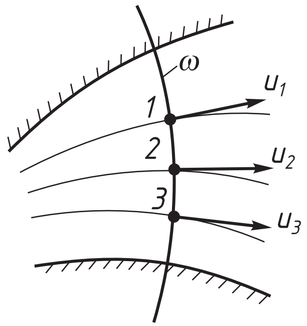


Рис. 2.6. Живий переріз потоку
у відводі повітропроводу змінного перерізу

2.6. ПОТІК ВЕКТОРА І ВИТРАТА

У теорії поля **потоком вектора** крізь деяку поверхню S називається інтеграл від проекції цього вектора на нормаль до кожного елемента даної поверхні

$$Q = \int_{S} u_n \cdot dS \text{ .} \qquad (2.9)$$

В аеродинаміці потік вектора швидкості – це об’єм повітря, який протікає через дану поверхню за 1 с. Дійсно, об’єм циліндра з основою dS і висотою u_n дорівнює об’ємові повітря, що витікає з елемента поверхні за 1 с (рис. 2.7). Сума всіх елементарних об’ємів утворює секундний об’єм Q, тобто витрату, яка називається **витратою** *повітряного потоку*.

Потік вектора – величина скалярна. Знак вектора залежить від орієнтації поверхні S. На рис. 2.7 показано елементарний циліндр, побудований на зовнішній поверхні, де повітряний потік якби витікає з неї, і тому в цьому випадку потік вважається додатним; якщо напрямок проекції швидкості змінити на протилежний, то елементарний циліндр побудується на внутрішньому боці поверхні, де повітряний потік якби вливається в неї, і потоку приписується знак “мінус”.

Множачи підінтегральний вираз (2.9) на густину повітряного потоку ρ, отримаємо **потік вектора** "*масової швидкості*":

$$M = \int_S \rho \cdot u_n \cdot dS\,, \tag{2.10}$$

який є масою повітря, яка протікає через поверхню S за 1 с.

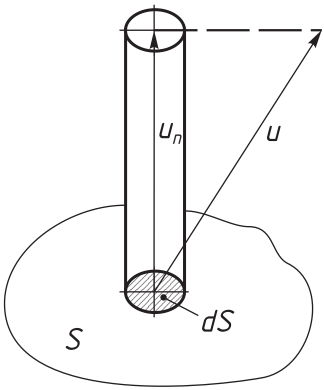


Рис. 2.7. Потік вектора через поверхню

2.7. ДЕФОРМАЦІЯ І КУТОВІ ШВИДКОСТІ ОБЕРТАННЯ ЧАСТИНОК

Якщо рух твердого тіла загалом складається з поступального та обертального рухів, то частинка повітряного (газового) потоку не тільки рухається поступально та обертально, але й деформується.

Зарахуємо рухоме середовище до системи прямокутних координат і виділимо у потоці частинку в формі елементарного паралелепіпеда з ребрами dx, dy, dz.

За деякий елементарний проміжок часу dt паралелепіпед переміститься у нове положення. При цьому внаслідок різних швидкостей точок паралелепіпед може змінювати свою початкову форму (деформуватись) та орієнтацію (обертатись). Схематично цей процес можна проілюструвати, розглядаючи грань паралелепіпеда, де його переміщення зведено до таких рухів:

– *паралельне зміщення* (рис. 2.8, *а*);
– *лінійна деформація* (рис. 2.8, *б*);
– *кутова деформація* (зміна кожного з чотирьох кутів грані) (рис. 2.8, *в*);
– *поворот грані* (як обертання твердого тіла) (рис. 2.8, *г*).

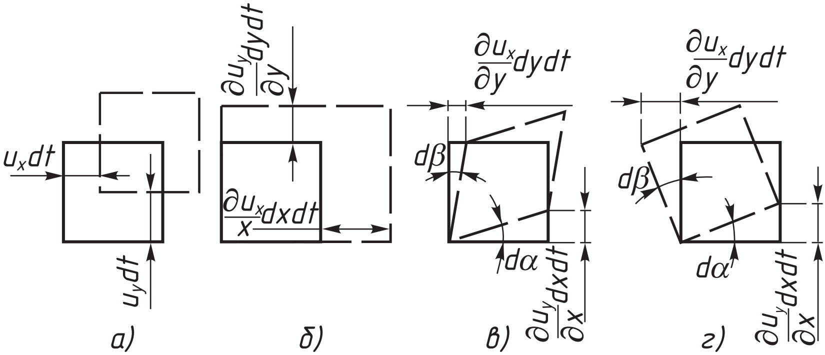


Рис. 2.8. Деформація частинки повітря під час її руху у потоці:
а – паралельне зміщення; *б* – лінійна деформація;
в – кутова деформація; *г* – поворот грані

Лінійну деформацію ребер даної грані паралелепіпеда (рис. 2.8) можна записати у вигляді

$$\frac{\partial u_x}{\partial x}; \qquad \frac{\partial u_y}{\partial y} \qquad \text{і} \qquad \frac{\partial u_z}{\partial z}.$$

Позначаючи кожну з отриманих часткових похідних через *i* з відповідним індексом, одержимо

$$i_x = \frac{\partial u_x}{\partial x}; \qquad i_y = \frac{\partial u_y}{\partial y}; \qquad i_z = \frac{\partial u_z}{\partial z}. \tag{2.11}$$

Кожна з цих величин є **швидкість лінійної деформації** у напрямку відповідної осі координат.

Дослідимо деформацію кутів грані паралелепіпеда, утвореної ребрами Δx і Δy (рис. 2.8, *в*). Нехай на початку ребра завдовжки Δx проекція швидкості на вісь *у* дорівнює u_y, а в його кінці – $u_y + \Delta u_y$. На початку ребра завдовжки Δy проекція місцевої швидкості на вісь *х* дорівнює u_x, а в кінці – $u_x + \Delta u_x$. Вочевидь, що кутова швидкість обертання ребра Δx дорівнюватиме $\Delta u_y / \Delta x$, а ребра Δy – $\Delta u_x / \Delta y$.

Середню швидкість кутової деформації даної грані паралелепіпеда можна було б визначити як суму кутових швидкостей ребер цієї грані. У такому разі середня швидкість кутової деформації цієї грані дорівнюватиме

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta u_y}{\Delta x} + \frac{\Delta u_x}{\Delta y}\right).$$

Якщо ми захочемо визначити швидкість кутової деформації у точці, то, вочевидь, паралелепіпед необхідно зменшити до однієї точки.

Тоді

$$\frac{1}{2}\left[\lim_{\Delta x \to 0}\frac{\Delta u_y}{\Delta x}+\lim_{\Delta y \to 0}\frac{\Delta u_x}{\Delta y}\right]=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x}+\frac{\partial u_x}{\partial y}\right).$$

Розглядаючи швидкості кутових деформацій других граней паралелепіпеда, утворених ребрами Δy і Δz, а також ребрами Δx і Δz, отримаємо аналогічні вирази.

Позначаючи кожну півсуму часткових похідних через ε з відповідними індексами x, y і z, отримаємо

$$\varepsilon_x=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_z}{\partial y}+\frac{\partial u_y}{\partial z}\right);\quad \varepsilon_y=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z}+\frac{\partial u_z}{\partial x}\right);$$
$$\varepsilon_z=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x}+\frac{\partial u_x}{\partial y}\right). \tag{2.12}$$

Кожна з цих величин є *швидкістю кутової деформації* у площині, яка перпендикулярна до тієї чи іншої осі координат. Індекси біля букви ε не потрібно сприймати як проекції на відповідні осі, адже вони вказують напрямок перпендикуляра до площі грані, яка деформується.

Розглянемо тепер обертання частинок. Для цього знову розглянемо грань паралелепіпеда, утворену ребрами Δx і Δy (рис. 2.8, *г*) Як було встановлено раніше, кутова швидкість обертання ребра Δx дорівнює $\Delta u_y/\Delta x$, а ребра Δy – $\Delta u_x/\Delta y$.

Якщо прийняти, що кутові швидкості обертання додатні під час обертання від осі x до осі y, від осі y до осі z і від осі z до осі x, то середня кутова швидкість обертання грані може характеризуватися середнім арифметичним з відповідних кутових швидкостей обертання ребер, тобто $\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x}-\frac{\partial u_x}{\partial y}\right)$. Для середніх кутових швидкостей інших граней паралелепіпеда отримаємо аналогічні вирази.

Переходячи до точки і позначаючи середню арифметичну величину кутових швидкостей обертання через Ω з відповідними індексами x, y і z, матимемо проекції кутових швидкостей обертання

$$\Omega_x = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z}\right); \quad \Omega_y = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x}\right);$$
$$\Omega_z = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y}\right). \tag{2.13}$$

де Ω_x, Ω_y і Ω_z – компоненти кутової швидкості обертання частинки.

Коефіцієнт 1/2 прийнятий для того, щоби формули (2.12) і (2.13) не суперечили відповідним формулам механіки твердого тіла.

У теорії поля вектор, компоненти якого характеризуються подвоєними значеннями ($2 \cdot \Omega_x$, $2 \cdot \Omega_y$ і $2 \cdot \Omega_z$), називається **вихором** і позначається rot **u**.

Приклад 2.2. З'ясувати, чи супроводжується турбулентний потік у прямому повітропроводі деформацією і обертанням частинок, якщо поле місцевих швидкостей у поперечному перерізі потоку описується залежністю

$$u_r = u_{\text{oc}} \cdot \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/7},$$

де u_r – місцева осьова швидкість потоку в точці, на відстані r від осі повітропроводу; R – радіус потоку, який дорівнює внутрішньому радіусові повітропроводу.

Розв'язування

Орієнтуємо прямокутні осі координат у просторі так, щоби вісь x збігалася з віссю повітропроводу. Тоді відстань від осі повітропроводу до даної точки потоку дорівнюватиме

$$r = \sqrt{y^2 + z^2},$$

а проекції швидкості дорівнюватимуть:

$$u_x = u_{\text{oc}} \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{y^2 + z^2}}{R}\right)^{1/7};$$
$$u_y = 0; \qquad u_z = 0.$$

У такому разі часткові похідні від проекції швидкості на осі координат дорівнюють нулю ($\partial u_z / \partial y = 0$; $\partial u_y / \partial z = 0$; $\partial u_z / \partial x = 0$; $\partial u_y / \partial x = 0$), за винятком

$$\frac{\partial u_x}{\partial y} = -\frac{1}{7} \cdot \frac{u_{\text{oc}}}{\mathrm{R}} \cdot \frac{y}{r} \cdot \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{-6/7};$$
$$\frac{\partial u_x}{\partial z} = -\frac{1}{7} \cdot \frac{u_{\text{oc}}}{\mathrm{R}} \cdot \frac{z}{r} \cdot \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{-6/7}.$$

Отже, кутові швидкості деформації і обертання частинок записуються у вигляді

$$\varepsilon_x = 0; \qquad \varepsilon_y = -\frac{1}{14}\cdot\frac{u_{\text{ос}}}{\text{R}}\cdot\frac{z}{r}\cdot\left(1-\frac{r}{R}\right)^{-6/7};$$

$$\varepsilon_z = -\frac{1}{14}\cdot\frac{u_{\text{ос}}}{\text{R}}\cdot\frac{y}{r}\cdot\left(1-\frac{r}{R}\right)^{-6/7};$$

$$\Omega_x = 0; \qquad \Omega_y = -\frac{1}{14}\cdot\frac{u_{\text{ос}}}{\text{R}}\cdot\frac{z}{r}\cdot\left(1-\frac{r}{R}\right)^{-6/7};$$

$$\Omega_z = +\frac{1}{14}\cdot\frac{u_{\text{ос}}}{\text{R}}\cdot\frac{y}{r}\cdot\left(1-\frac{r}{R}\right)^{-6/7}.$$

Отже, повітряний потік у трубопроводі супроводжується деформацією і обертанням частинок.

2.8. ВИХРОВИЙ, БЕЗВИХРОВИЙ І ГВИНТОВИЙ РУХИ

Розрізняють рухи потоку з обертанням і без обертання частинок. Коли компоненти кутової швидкості обертання частинок у потоці відмінні від нуля, тобто

$$\text{rot}\,\mathbf{u} \neq 0\,, \tag{2.14}$$

рух називають **вихровим**. Якщо ж обертання частинок у потоці відсутнє, рух називають **безвихровим**. Аналітична умова безвихрового руху записується у векторній формі

$$\text{rot}\,\mathbf{u} = 0\,, \tag{2.15}$$

або у компонентах навхрест взятих похідних швидкості

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial u_z}{\partial y} &= \frac{\partial u_y}{\partial z}\;; \\ \frac{\partial u_x}{\partial z} &= \frac{\partial u_z}{\partial x}\;; \\ \frac{\partial u_y}{\partial x} &= \frac{\partial u_x}{\partial y}\;. \end{aligned}\right\} \tag{2.16}$$

Простір, у якому відбувається вихровий рух, утворює **векторне вихрове поле**, компоненти якого визначаються виразами (2.14). Під час вивчення цього поля застосовуються поняття, аналогічні поняттям *поля швидкостей*. Лінія, дотична до якої у будь-якій її точці співпадає з напрямком вектора вихору, називається **вихровою лінією** (рис. 2.9).

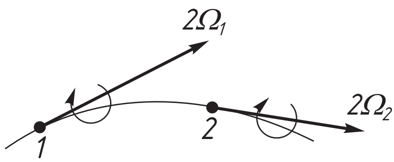


Рис. 2.9. До поняття вихрового руху

Частинки повітря, розташовані вздовж вихрової лінії, обертаються навколо дотичних до неї у відповідних точках (рис. 2.9). Вихрова лінія утворюється криволінійною віссю обертання цих частинок. Наочне уявлення про вихрову лінію дають бусинки, що нанизані на нитку.

Зазначимо, що загалом вихрові лінії не збігаються з лініями течії. Можна довести, що вихрові лінії замкнуті і не можуть обриватись усередині потоку чи закінчуватись на його границях. Прикладами цього служить ядро смерчу, який впирається своїми кінцями у поверхню землі і в хмари; утворення лійок у відкритих водяних потоках (верхні кінці цих лійок закінчуються на вільній поверхні, а нижні – на дні русла).

З характеристикою вихрового поля тісно пов'язане поняття **циркуляції**, яке визначається як криволінійний інтеграл вектора швидкості, взятий навколо замкнутої кривої (рис. 2.10)

$$\Gamma = \oint_l u_l \cdot dl \,. \tag{2.17}$$

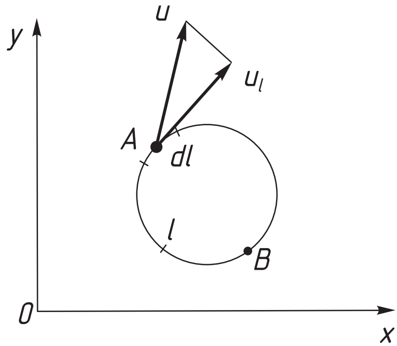


Рис. 2.10. До поняття циркуляції

Прикладами вихрових рухів можуть служити кружляння сніжинок за рогом будинку під час обтікання його вітром; вихрові рухи позаду мостових опор.

Особливе значення мають вихрові рухи, які виникають під час вивчення потоків у місцевих опорах повітропроводів.

Виникнення вихрових рухів пов'язане з утворенням та розпаданням **поверхонь розділення**. Такі поверхні можуть виникати, наприклад, під час зливання двох потоків з різними швидкостями.

Гвинтовий рух виникає під час обтікання двох або більшої кількості паралельно розташованих будинків, якщо швидкість атмосферного вітру скерована під кутом β до видовженого фасаду будинку (рис. 2.11, *а*). Якщо вітер діє під кутом β = 90º, то між будинками виникає циркуляційна течія (рис. 2.11, *б*) з горизонтальною віссю і областю пониженого тиску, яка формується у просторі між будинками.

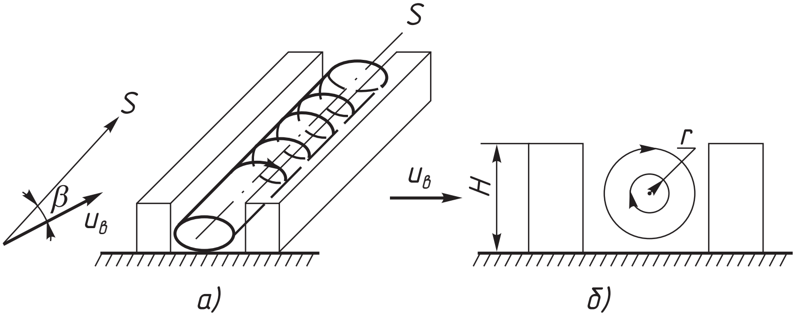


Рис. 2.11. Схема утворення гвинтового руху (*а*)
і циркуляційного руху (*б*)
під час обтікання вітровим потоком двох будинків

Приклад 2.3. Визначити розрідження у центральній зоні між двома будинками на радіусі $r = 2$ м під час набігання вітру вздовж нормалі ($\beta = \pi/2$) до видовженого їх фасаду (рис. 2.11, *б*). Висота будинків $H = 16$ м, швидкість вітру $u_в = 5$ м/с, а його густина $\rho_в = 1{,}2$ кг/м^3.

Р о з в ' я з у в а н н я

За формулою (2.16) циркуляція на радіусі $R = H/2 = 8$ м дорівнюватиме

$$\Gamma = u_в \cdot 2 \cdot \pi \cdot R = 5 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 8 = 40 \cdot 2\pi \text{ м}^2/\text{с}.$$

Тоді швидкість циркуляційного потоку на радіусі $r = 2$ м становитиме

$$u_r = \frac{\Gamma}{2 \cdot \pi \cdot R} = \frac{40 \cdot 2\pi}{2\pi \cdot 2} = 20 \text{ м/с}.$$

Підвищена швидкість циркуляційного потоку зумовить виникнення розрідження в просторі між будинками.

Значення розрідження знайдемо за формулою (рівняння Д. Бернуллі, розрідження над дахом будинку):

$$p_{розр} = \rho_в \cdot \frac{u_r^2 - u_в^2}{2} = 1{,}2 \cdot \frac{20^2 - 5^2}{2} = 225 \text{ Па}.$$

Цей приклад пояснює виникнення місцевих "протягів" між будинками навіть за слабкого вітру.

2.9. НАЙПРОСТІШІ ПОТОКИ

Однорідний поступальний потік. Нехай маємо нескінченний потік, усі частинки якого рухаються прямолінійно і паралельно одна одній (рис. 2.12). Визначимо швидкість як функцію координат точки.

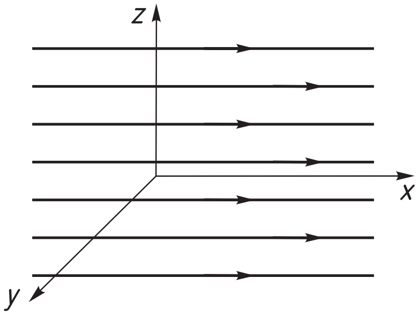


Рис. 2.12. Однорідний поступальний потік

Для цього орієнтуємо координатні осі так, щоб напрямок додатної осі абсцис збігався з напрямком руху. Тоді проекції швидкості дорівнюватимуть

$$u_x = \mathrm{const}; \quad u_y = 0; \quad u_z = 0.$$

Отже, швидкість не залежить від координат точки. Зауважимо, що у такому потоці не буде деформації і обертання частинок, адже будь-яка похідна від сталої швидкості дорівнює нулю. Відповідно швидкості деформації і обертання частинок також дорівнюватимуть нулю.

Просторове точкове витікання. В аеродинаміці для розв'язування практичних задач реальні потоки часто заміняють сукупністю точкових джерел витікання.

З'ясуємо, як змінюється швидкість з відстанню від джерела точкового витікання. Приймаючи за початок прямокутних координат джерело – точку, опишемо сферу радіусом *r*. За умовою задачі всі частинки, які розташовані на сфері, мають однакові швидкості, які скеровані перпендикулярно до поверхні сфери.

Використовуючи рівняння нерозривності потоку нестисливої рідини у точці і на поверхні сфери, можна записати

$$Q = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot u.$$

Звідси швидкість у будь-якій точці, яка віддалена на відстань *r* від початку координат, дорівнює

$$u = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot r^2}. \qquad (2.18)$$

Отже, швидкість обернено пропорційна квадратові відстані будь-якої точки від джерела витікання потоку – точки.

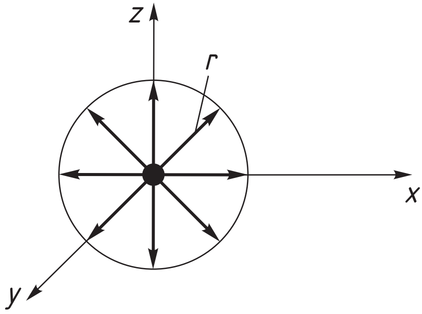


Рис. 2.13. Просторове точкове витікання потоку

Визначимо проекції місцевої швидкості на осі координат. Для цього скористаємося рівняннями

$$u_x = u \cdot \cos\theta_x; \quad u_y = u \cdot \cos\theta_y; \quad u_z = u \cdot \cos\theta_z,$$

де θ_x, θ_y, θ_z – кути між швидкістю u і координатними осями.

У цих рівняннях

$$\cos\theta_x = x / r; \quad \cos\theta_y = y / r; \quad \cos\theta_z = z / r;$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Проекції швидкості на осі координат дорівнюватимуть

$$u_x = \frac{Q}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{x}{\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{3/2}}; \quad u_y = \frac{Q}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{y}{\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{3/2}};$$

$$u_z = \frac{Q}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{z}{\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{3/2}}.$$

Неважко впевнитись, що у такому потоці існують деформації, але обертання частинок не відбувається.

Просторове лінійне витікання. Для розв’язування задач аеродинаміки реальні плоскі (щілинні) потоки часто заміняють просторовим лінійним витіканням. У цьому випадку поверхнями однакових швидкостей будуть бокові поверхні циліндрів $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n$ з радіусами, відповідно, $r_1, r_2, \ldots, r_n$.

Враховуючи сутність нерозривності потоку, який витікає з лінійного джерела і поверхні циліндра одиничної довжини з радіусом r, можна записати

$$Q = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot u,$$

де Q – витрата потоку у лінійному джерелі, м^3/с.

Отже, швидкість u у будь-якій точці поверхні уявного циліндра дорівнюватиме

$$u = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot r}. \tag{2.19}$$

Звідси висновок, що швидкість обернено пропорційна відстані будь-якої точки потоку від джерела витікання – лінії.

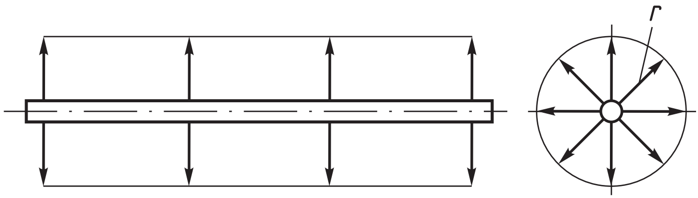


Рис. 2.14. Схема лінійного витікання потоку

Знайдемо проекції швидкості. Для цього орієнтуємо осі координат так, щоби вісь x збігалася з віссю лінійного джерела витікання. Тоді будуть справедливими такі рівняння:

$$u_z = u \cdot \cos\,\theta_z\,; \quad u_y = u \cdot \cos\,\theta_y\,,$$

де $\cos\,\theta_z = z / r$; $\cos\,\theta_y = y / r$; $r = \sqrt{z^2 + y^2}$.

Для цього випадку проекції швидкості дорівнюватимуть

$$u_z = \frac{Q}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{z}{z^2 + y^2}; \quad u_y = \frac{Q}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{y}{z^2 + y^2}.$$

Такий потік також рухається з деформацією, але без обертання частинок.

Особливості просторового точкового і лінійного стікань потоків розглянуті у п. 7.8.

Р о з д і л т р е т і й

ОСНОВНІ РІВНЯННЯ АЕРОДИНАМІКИ

3.1. ПОТЕНЦІАЛ ШВИДКОСТІ

Для визначення поля швидкостей потоку використовують такі поняття, як:

– *потенціал швидкості*;

– *функція течії*;

– *комплексний потенціал*.

З'ясуємо, що є **потенціалом швидкості**. Під час просторового руху без обертання частинок проекції кутових швидкостей обертання дорівнюють нулю

$$\Omega_x = \Omega_y = \Omega_z = 0.$$

У такому разі згідно із залежностями (2.13) будуть справедливі рівняння

$$\frac{\partial u_z}{\partial y} = \frac{\partial u_y}{\partial z}; \qquad \frac{\partial u_x}{\partial z} = \frac{\partial u_z}{\partial x}; \qquad \frac{\partial u_y}{\partial x} = \frac{\partial u_x}{\partial y}.$$

Як відомо з математики, наявність таких рівнянь є умовою того, що вираз $u_x \cdot dx + u_y \cdot dy + u_z \cdot dz$ – це повний диференціал деякої функції.

Якщо позначити цю функцію через $\varphi = \varphi\,(x, y, z)$, то

$$d\varphi = u_x \cdot dx + u_y \cdot dy + u_z \cdot dz. \tag{3.1}$$

Разом з тим повний диференціал можна виразити через часткові похідні так:

$$d\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \cdot dz.$$

Прирівнюючи праві частини двох останніх рівнянь, отримаємо такі залежності:

$$u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}; \qquad u_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}; \qquad u_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \tag{3.2}$$

Неважко довести, що повна похідна функції φ в напрямку лінії течії дає швидкість повітряного потоку. Тобто,

$$\frac{\partial \varphi}{\partial l} = \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dl} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dl} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dl} =$$

$$= u_x \cdot \cos\theta_x + u_y \cdot \cos\theta_y + u_z \cdot \cos\theta_z.$$

Сума членів правої частини останнього рівняння є швидкістю, а тому

$$\frac{\partial\varphi}{\partial l} = u\,. \tag{3.3}$$

Функцію φ, за аналогією з потенціалом сил у механіці твердого тіла, назвали **потенціалом швидкості**. *Рух потоку* без обертання частинок, які мають потенціал швидкості, називають **потенціальним**. Використання поняття потенціалу швидкості дає можливість замінити векторне поле швидкостей потоку скалярним полем φ, що значно спрощує дослідження.

Оскільки потенціал швидкості є функцією тільки координат, то у кожній точці потоку він матиме певне значення. *Поверхні*, побудовані у потоці так, що всі їх точки мають однакове значення потенціалу швидкості, називають **еквіпотенціальними**.

Еквіпотенціальні поверхні завжди перпендикулярні до векторів швидкості. Вектори швидкості завжди дотичні до ліній течії і тому еквіпотенціальні поверхні та лінії течії є взаємноперпендикулярні.

3.2. ФУНКЦІЯ ТЕЧІЇ

Розглянемо плоский потік, який рухається паралельно до деякої твердої поверхні, причому в паралельних до цієї поверхні умовних площинах всі явища, які характеризують потік, однакові. Вочевидь, що такий потік є двовимірним і швидкість у певній його точці є функцією тільки двох її координат.

Виберемо осі координат так, щоби вісь z була перпендикулярною до умовних площин плоского потоку. Тоді диференційне рівняння нерозривності потоку можна записати у вигляді

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0\,.$$

Звідси

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} = -\frac{\partial u_y}{\partial y}\,,$$

і тому вираз $u_x \cdot dy - u_y \cdot dx$ є повним диференціалом деякої функції.

Якщо позначити цю функцію через $\psi = \psi(x, y)$, то буде справедливим рівняння

$$d\psi = u_x \cdot dy - u_y \cdot dx\,. \tag{3.4}$$

Вздовж ліній течії функція ψ не змінює свого значення, тобто $\psi = \text{const}$, або $d\psi = 0$.

Отже, повний диференціал цієї функції виражається через часткові похідні так:

$$d\psi = \frac{\partial\psi}{\partial x}\cdot dx + \frac{\partial\psi}{\partial y}\cdot dy\,. \tag{3.5}$$

Порівнюючи між собою праві частини рівняннь (3.4) і (3.5), встановимо залежності

$$u_x = \frac{\partial\psi}{\partial y}; \qquad u_y = -\frac{\partial\psi}{\partial x}. \tag{3.6}$$

Необхідно зазначити, що оскільки ψ є функцією тільки координат, то у кожній точці потоку вона має певне конкретне значення. У потоці можна виділити лінії, всі точки яких мають однакове значення цієї функції. Рівняння цих ліній $\psi = \text{const}$, причому для окремих ліній це рівняння відрізнятиметься тільки значенням сталої.

Дослідимо, що є лініями однакового значення функції ψ. Для цього скористаємося рівнянням лінії течії

$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{u_y}.$$

Перетворюючи його, отримаємо $u_x \cdot dy - u_y \cdot dx = 0$. Останнє рівняння є диференціалом функції ψ. Отже, для лінії течії $d\psi = 0$, або $\psi = \text{const}$. Так лінія однакового значення функції ψ є лінією течії. Враховуючи це, функцію ψ назвали **функцією течії**.

Зазначимо, що, оскільки еквіпотенціальні лінії перпендикулярні до ліній течії, *лінії однакових значень функцій течії і еквіпотенціальні лінії взаємоперпендикулярні*.

З'ясуємо фізичний зміст функції течії. Розглянемо довільний відрізок кривої *AB* і запишемо вираз для потоку вектора крізь цю криву. Уявімо, що його товщина дорівнює 1 у площині, нормальній до рисунка (рис. 3.1), а тому площа поверхні, яка відповідає відрізку кривої *l*, дорівнює $l \times 1$ (на рис. 3.1 ця поверхня показана у площині *zx* праворуч).

Потік вектора швидкості крізь елементарну одиничну площину завдовжки *l* при швидкості u_n, нормальної до цієї площини, дорівнює

$$dq = u_n \cdot dl \cdot 1,$$

а через всю криву *AB*:

$$q = \int_l u_n \cdot dl\,.$$

Ця величина *характеризує* також *витрату* повітря у *плоскому потоці*.

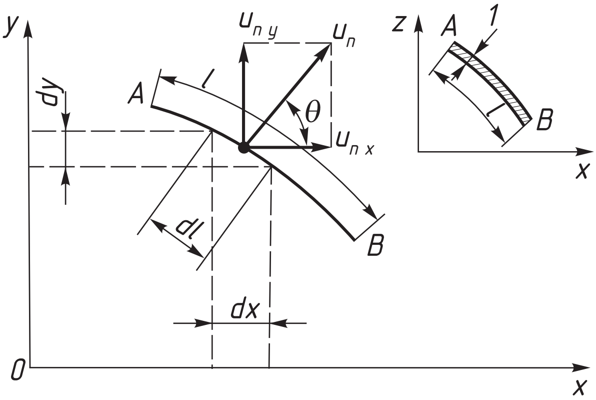


Рис. 3.1. До пояснення фізичної суті функції течії

Потрібно пам'ятати, що поняття функції течії (за деякими винятками) властиве тільки плоским потокам і його можна використовувати для вивчення течій, які не мають потенціалу швидкостей.

3.3. РІВНЯННЯ РУХУ У ФОРМІ ЕЙЛЕРА

Припустимо, що на яке-небудь тіло з масою dm діє сила F, яка викликає прискорення тіла a. У такому випадку, як відомо з механіки, є справедливим рівняння

$$F = dm \cdot a\,.$$

Якщо замінити силу і прискорення їх проекціями на осі координат, то це рівняння запишеться у вигляді

$$F_x = dm \cdot a_x\,; \quad F_y = dm \cdot a_y\,; \quad F_z = dm \cdot a_z\,.$$

Ці рівняння в аеродинаміці можна подати у більш явній формі.

З цією метою у повітряному потоці помітимо точку A, у якій тиск дорівнює p, а проекції місцевої швидкості – u_x, u_y, u_z. Після цього виділимо навколо точки A елементарний паралелепіпед з ребрами dx, dy, dz (рис. 3.2). На його протилежних гранях будуть такі тиски:

$$p \text{ і } p + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx\,; \quad p \text{ і } p + \frac{\partial p}{\partial y} \cdot dy\,; \quad p \text{ і } p + \frac{\partial p}{\partial z} \cdot dz\,.$$

Приймемо, що проекції прискорення масових сил паралелепіпеда дорівнюють X, Y, Z.

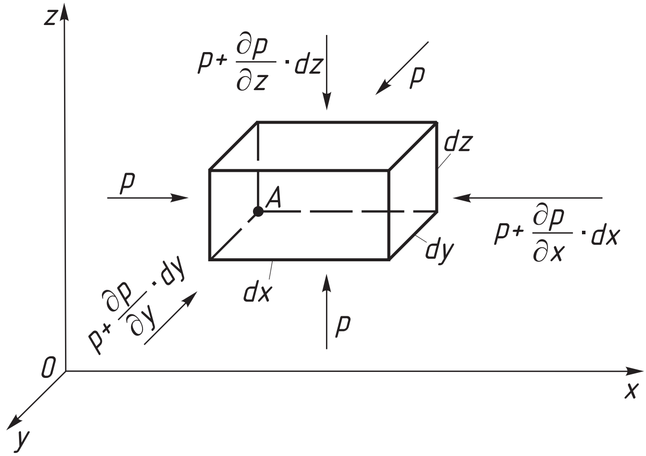


Рис. 3.2. Елементарний паралелепіпед з різними тисками на гранях

Розглянемо одне з трьох вихідних рівнянь, яке складене із проекцій величин на вісь абсцис. Проекція сили F_x дорівнює сумі поверхневих $F_{x\ \text{пов}}$ і об’ємних сил $F_{x\ \text{об}}$:

$$F_x = F_{x\ \text{пов}} + F_{x\ \text{об}} .$$

Проекція поверхневих сил складається з нормальних і дотичних сил. З метою полегшення виведення рівняння руху дотичні сили попередньо не враховуємо. Тоді проекція поверхневих сил дорівнюватиме різниці сил, перпендикулярних до осі x, які діють на протилежні грані паралелепіпеда. Отже, можемо записати

$$F_{x\ \text{пов}} = p \cdot dy \cdot dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx \right) \cdot dy \cdot dz = -\frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz .$$

Проекція об’ємних сил

$$F_{x\ \text{об}} = dm \cdot X .$$

Проекцію прискорення можна записати у вигляді

$$a_x = \frac{du_x}{dt} .$$

Тому рівняння, складене із проекцій величин на вісь абсцис, запишеться так:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz + dm \cdot X = dm \cdot \frac{du_x}{dt} .$$

Поділимо всі члени останнього рівняння на масу елементарного паралелепіпеда $dm = (dx \cdot dy \cdot dz) \cdot \rho$. У випадку, коли dx, dy і dz одночасно прямують до нуля, тобто елементарний паралелепіпед зменшується до точки, отримаємо рівняння руху для цієї точки

$$X - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{du_x}{dt}.$$

За аналогією запишемо два інших рівняння руху у проекціях величин на осі координат y і z :

$$Y - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{du_y}{dt}; \qquad Z - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{du_z}{dt}.$$

Проекції швидкості, які входять у ці рівняння, є функціями тільки координат простору, а тому справедливе рівняння

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{\partial u}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dt} = u_x \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + u_y \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + u_z \cdot \frac{\partial u}{\partial z}.$$

У такому разі рівняння руху потоку (без врахування сил в'язкості) запишемо у вигляді

$$\left.\begin{aligned} X - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} &= u_x \cdot \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \cdot \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \cdot \frac{\partial u_x}{\partial z}; \\ Y - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} &= u_x \cdot \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \cdot \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \cdot \frac{\partial u_y}{\partial z}; \\ Z - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} &= u_x \cdot \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \cdot \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \cdot \frac{\partial u_z}{\partial z}, \end{aligned}\right\} \tag{3.7}$$

або

$$\left.\begin{aligned} X - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{du_x}{dt}; \\ Y - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{du_y}{dt}; \\ Z - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{du_z}{dt}. \end{aligned}\right\} \tag{3.8}$$

Це і є **диференційні рівняння руху нев'язкого середовища**, запропоновані Л. Ейлером у 1775 р. У цих рівняннях відображений зв'язок, який існує між проекціями прискорення об'ємних сил, густиною, тиском і проекціями швидкості у будь-якій точці потоку.

При врахуванні сил в'язкості рівняння руху (3.7) приймають складнішу форму

$$\left.\begin{aligned}
&X-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\cdot\left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2}\right)=u_x\cdot\frac{\partial u_x}{\partial x}+u_y\cdot\frac{\partial u_x}{\partial y}+u_z\cdot\frac{\partial u_x}{\partial z};\\
&Y-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial y}+\nu\cdot\left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2}\right)=u_x\cdot\frac{\partial u_y}{\partial x}+u_y\cdot\frac{\partial u_y}{\partial y}+u_z\cdot\frac{\partial u_y}{\partial z};\\
&Z-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial z}+\nu\cdot\left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\right)=u_x\cdot\frac{\partial u_z}{\partial x}+u_y\cdot\frac{\partial u_z}{\partial y}+u_z\cdot\frac{\partial u_z}{\partial z},
\end{aligned}\right\} \quad (3.9)$$

Ці три рівняння (3.7)...(3.9) мають назву **рівнянь Нав'є-Стокса**. *Рівняння Ейлера* не інтегруються у загальному вигляді. Лише у деяких часткових випадках вдається отримати нескладні розв'язки.

З врахуванням розгорнутого виразу для конвективного прискорення потоку (2.5) система рівнянь Ейлера у векторній формі запишеться одним рівнянням

$$\mathbf{F}-\frac{1}{\rho}\cdot\text{grad }p=\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t}+\mathbf{u}\cdot\nabla\mathbf{u}. \quad (3.10)$$

Для безвихрового потенціального руху одразу отримуємо інтеграл рівняння (3.10). Дійсно, конвективне прискорення $\mathbf{u}\cdot\nabla\mathbf{u}$ згідно з відомим перетворенням векторного аналізу можна записати у вигляді

$$\mathbf{u}\cdot\nabla\mathbf{u}=\text{ grad }\left(\frac{\mathbf{u}^2}{2}\right)-\mathbf{u}\cdot\text{rot }\mathbf{u}. \quad (3.11)$$

Для усталеного руху локальне прискорення $\partial\mathbf{u}/\partial t=0$ і рівняння (3.10) запишеться так:

$$\mathbf{F}-\frac{1}{\rho}\cdot\text{grad }p=\mathbf{u}\cdot\nabla\mathbf{u}. \quad (3.12)$$

Для безвихрового руху $\mathbf{u}\cdot\text{rot }\mathbf{u}=0$. Враховуючи, що масові сили мають потенціал ($\mathbf{F}=-\text{ grad }\Pi$) і повітря у потоці нестисливе ($\rho=\text{const}$), рівняння (3.12) набуде вигляду

$$d\left(\Pi+\frac{p}{\rho}+\frac{u^2}{2}\right)=0, \quad (3.13)$$

звідси

$$\Pi+\frac{p}{\rho}+\frac{u^2}{2}=\text{const}. \quad (3.14)$$

Неважко отримати інтеграл рівнянь Ейлера (3.8), які записані у формі проекцій на осі координат, для усталеного руху, якщо розглядати переміщення частинок потоку вздовж лінії течії. Множачи кожне з рівнянь системи (3.8) на відповідну проекцію елементарного переміщення частинок *dx*, *dy*, *dz* і підсумовуючи їх, отримаємо

$$\left(X\cdot dx+Y\cdot dy+Z\cdot dz\right)-\frac{1}{\rho}\cdot\left(\frac{\partial p}{\partial x}\cdot dx+\frac{\partial p}{\partial y}\cdot dy+\frac{\partial p}{\partial z}\cdot dz\right)-$$
$$-\left(\frac{du_x}{dt}\cdot dx+\frac{du_y}{dt}\cdot dy+\frac{du_z}{dt}\cdot dz\right)=0. \tag{3.15}$$

Оскільки для усталеного руху лінії течії збігаються з траєкторіями рухомих частинок, то $dx/dt=u_x$, $dy/dt=u_y$, $dz/dt=u_z$. Отже, останній тричлен лівої частини рівняння (3.15) можна перетворити так:

$$\frac{du_x}{dt}\cdot dx+\frac{du_y}{dt}\cdot dy+\frac{du_z}{dt}\cdot dz=u_x\cdot dx+u_y\cdot dy+u_z\cdot dz=$$
$$=\frac{1}{2}\cdot\left(u_x^2+u_y^2+u_z^2\right)=\frac{1}{2}\cdot u^2. \tag{3.16}$$

Крім цього, для усталеного руху, коли тиск є функцією тільки координат і не залежить від часу, другий член рівняння (3.15) є повним диференціалом тиску

$$\frac{\partial p}{\partial x}\cdot dx+\frac{\partial p}{\partial y}\cdot dy+\frac{\partial p}{\partial z}\cdot dz=dp. \tag{3.17}$$

Остаточно, перший тричлен рівняння (3.15), згідно з диференціюванням рівнянь рівноваги повітря (за Л. Ейлером), можна записати так:

$$X\cdot dx+Y\cdot dy+Z\cdot dz=-d\Pi, \tag{3.18}$$

де Π – функція, яка характеризує потенціальні сили (сили, які мають потенціал).

Отже, із врахуванням виразів (3.16), (3.17) і (3.18) рівняння (3.15) набуде вигляду

$$d\Pi+\frac{dp}{\rho}+\frac{1}{2}\cdot d(u^2)=0.$$

Для нестисливого середовища

$$d\left(\Pi+\frac{p}{\rho}+\frac{u^2}{2}\right)=0, \tag{3.19}$$

звідси

$$\Pi+\frac{p}{\rho}+\frac{u^2}{2}=\text{const}. \tag{3.20}$$

Рівняння (3.20) називають **інтегралом Бернуллі**.

Незважаючи на однакову форму рівнянь інтегралів (3.14) і (3.20), вони суттєво відрізняються. Константа П у першому рівнянні належить до потенціального потоку загалом, а в другому – тільки до даної лінії течії і може бути різною для різних ліній течії. Разом з тим інтеграл (3.14) розповсюджується і на гвинтовий потік (коли вихрові лінії збігаються з лініями течії), а інтеграл (3.20) справедливий тільки для руху частинок вздовж вихрових ліній.

3.4. РІВНЯННЯ РІВНОВАГИ НЕСТИСЛИВОГО ПОВІТРЯ У СТАНІ СПОКОЮ

Для цього випадку можна припустити, що в рівняннях Ейлера (3.7) проекції швидкості повітря дорівнюють нулю, тобто

$$u_x = u_y = u_z = 0.$$

У зв'язку з цим система рівнянь (3.7) набуде вигляду

$$X - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} = 0; \qquad Y - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} = 0; \qquad Z - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} = 0.$$

Ці рівняння називаються **рівняннями рівноваги**, оскільки ними визначається умова спокою.

Зорієнтовуючи осі координат у просторі так, щоби додатна вісь z була скерована назустріч силі тяжіння, матимемо

$$X = 0; \qquad Y = 0; \qquad Z = -g.$$

Внаслідок цього рівняння рівноваги матимуть вигляд

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0; \qquad \frac{\partial p}{\partial y} = 0; \qquad \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho \cdot g.$$

Множачи перше рівняння на dx, друге – на dy і третє – на dz і нарізно складаючи їх ліві і праві частини, отримаємо

$$dp = -\rho \cdot g \cdot dz.$$

Інтегруючи це рівняння за умови, що густина повітря є сталою, отримаємо

$$p + \rho \cdot g \cdot z = C = \text{const}. \qquad (3.21)$$

Це рівняння виражає **основний закон аеростатики.**

Довільна стала інтегрування визначається з граничної умови (наприклад, що на рівні підлоги ($z = 0$) тиск $p = p_0$). У цьому випадку $C = p_0$, і тому справелива така формула:

$$p = p_0 - \rho \cdot g \cdot z.$$

Звідси робимо висновок, що тиск повітря у кімнаті зменшується в міру віддалення від підлоги вверх.

Конкретизуючи суть сталої величини у правій частині рівняння (3.21) та виділяючи у повітряному середовищі дві поверхні рівня з тисками p і p_0 і вертикальними координатами z і z_0 (рис. 3.3, *а*), можемо записати

$$g \cdot z + \frac{p}{\rho} = g \cdot z_0 + \frac{p_0}{\rho},$$

звідки

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot (z_0 - z) = p_0 + \rho \cdot g \cdot h.$$

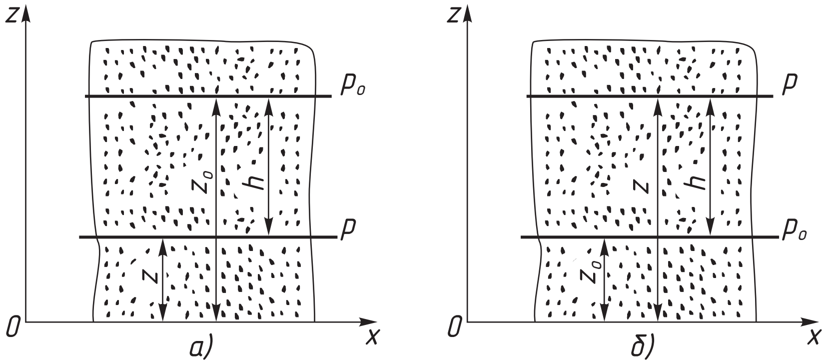


Рис. 3.3. До виведення основного рівняння аеростатики:
а – поверхня рівня з тиском p, розташована
нижче заданої поверхні площини з тиском p_0; *б* – те саме, вище

Поверхнями рівня вважають точки однакового тиску у скалярному полі. Для таких поверхонь $p = \text{const}$, $dp = 0$.

Якщо ж поверхні рівня поміняти місцями, тобто вважати, що задана поверхня з тиском p_0 розташована знизу, а поверхня з тиском p – зверху (рис. 3.3, *б*), то

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot (z_0 - z),$$

або

$$p = p_0 - \rho \cdot g \cdot h.$$

Узагальнюючи одержаний результат, отримаємо:

$$p = p_0 \pm \rho \cdot g \cdot h. \tag{3.22}$$

Це **друга форма основного рівняння аеростатики** зручна для практичного використання. Член $\rho \cdot g \cdot h$ у рівнянні (3.22) характеризує вагу стовпа нестисливого газу заввишки h і площею в 1 квадратну одиницю. Знак перед другим членом правої частини рівняння залежить від розташування шуканої точки з тиском p. Якщо ця точка знаходиться нижче заданої поверхні з тиском p_0, то у рівнянні (3.22) потрібно приймати знак “+”; якщо ж шукана точка розташована вище поверхні з тиском p_0, то потрібно приймати знак “–”.

3.5. РІВНЯННЯ РІВНОВАГИ СТИСЛИВОГО ПОВІТРЯ У СТАНІ СПОКОЮ

Диференційне рівняння рівноваги повітря, з врахуванням його стисливості ($\rho \neq \text{const}$), можна записати у вигляді

$$\int \frac{dp}{\rho} + g \cdot z = \text{const}. \tag{3.23}$$

Для визначення $\int \frac{dp}{\rho}$ потрібно задати закон зміни стану повітря. Приймемо, що температура повітря стала, $T = \text{const}$. Тоді, враховуючи залежність Клапейрона, запишемо:

$$\rho = p/(R_{\text{пов}} \cdot T) = p/C,$$

звідси

$$C = p/\rho,$$

де C – стала величина.

Підставляючи останнє співвідношення у рівняння (3.23), отримаємо

$$C \cdot \ln p + \rho \cdot z = \text{const},$$

або

$$g \cdot z + \frac{p}{\rho} \cdot \ln p = \text{const}. \tag{3.24}$$

Отримане *рівняння аеростатики* відрізняється від *основного рівняння аеростатики* тим, що тиск повітря по висоті з врахуванням його стисливості в ізотермічних умовах, розподіляється не за лінійним, а за логарифмічним законом.

Вказана різниця невелика навіть за значної зміни висоти. Щоб переконатись у цьому, виконаємо такі перетворення. Запишемо рівняння (3.24) для двох висот (z_0 і z):

$$g \cdot z + \frac{p}{\rho} \cdot \ln p = g \cdot z_0 + \frac{p_0}{\rho_0} \cdot \ln p_0,$$

звідки

$$g \cdot (z - z_0) = \frac{p_0}{\rho_0} \cdot \ln \frac{p_0}{p}.$$

Позначаючи $z - z_0 = h$ і $p_0 / (\rho_0 \cdot g) = H$, а також враховуючи, що $p / \rho = p_0 / \rho_0$, отримаємо

$$h = H \cdot \ln \frac{p_0}{p},$$

звідки

$$\frac{p}{p_0} = e^{-\frac{h}{H}}.$$

Розкладемо праву частину останнього рівняння у степеневий ряд:

$$\frac{p}{p_0} = 1 - \frac{h}{H} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{h}{H} \right)^2 + \dots .$$

Перші дві складові цього ряду дають основне рівняння аеростатики

$$\frac{p}{p_0} = 1 - \frac{h}{H} = 1 - h \cdot \frac{\rho_0 \cdot g}{p_0} = \frac{p_0 - \rho_0 \cdot g \cdot h}{p_0},$$

звідки

$$p = p_0 - \rho_0 \cdot g \cdot h,$$

або враховуючи, що $\rho_0 \approx \rho$,

$$p = p_0 - \rho \cdot g \cdot h.$$

Отже, похибка при визначенні тиску за формулою аеростатики для нестисливого повітря не перевищує $1/2 \cdot (h / H)^2$, тобто

$$\left| \Delta \frac{p}{p_0} \right| < \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{h}{H} \right)^2 .$$

Якщо задатись допустимою похибкою в 1 %, тобто $1/2 \cdot (h / H)^2 =$ $= 0{,}01$, то $h / H = \sqrt{1/50} \cong 1/7{,}1 \cong 0{,}14$.

За стандартної густини повітря ρ_0 = 1,2 кг/м^3 і нормального тиску атмосфери p_0 = 101325 Па

$$H = \frac{101325}{1{,}2 \cdot 9{,}81} \cong 8500 \text{ м},$$

звідки

$$h = \frac{8500}{7{,}1} \cong 1200 \text{ м}.$$

Отже, розподілення тиску повітря у полі сили тяжіння за ізотермічних умов з похибкою не більше 1 % можна визначити, розглядаючи його як нестисливий газ (ρ = const) при зміні висоти до 1200 м.

Наближено такий самий результат отримують і при використанні другого закону зміни газового стану з висотою (наприклад, адіабатичного).

Оскільки в задачах вентиляції трапляються значно менші перепади висот, похибка при застосуванні рівнянь аеростатики буде незначною, що і виправдовує їх використання для розглядання умов рівноваги повітря (газу).

Приклад 3.1. Визначити перепад аеростатичних (гравітаційних) тисків зовнішнього і внутрішнього повітря за таких початкових даних: температура зовнішнього повітря $t_з$ = = +5 ˚C; середня температура внутрішнього повітря $t_в$ = 18 ˚C; барометричний тиск $p_а$ = = 98000 Па; висота стовпів зовнішнього і внутрішнього повітря від рівня підлоги приміщення до верхівки вентиляційної шахти h = 6 м (рис. 3.4).

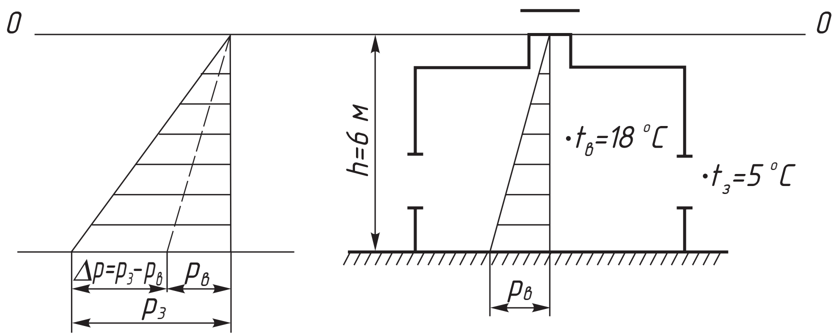


Рис. 3.4. До розв'язування прикладу 3.1

Розв'язування

Визначаємо густину зовнішнього повітря, користуючись рівнянням Клапейрона (1.1)

$$\rho_з = \frac{p_а \cdot \mu^*_{пов}}{R \cdot (273 + t_з)} = \frac{98000 \cdot 29}{8314 \cdot (273 + t_з)} = \frac{342}{273 + t_з} = \frac{342}{273 + 5} = 1{,}23 \text{ кг/м}^3 .$$

Визначаємо густину внутрішнього повітря

$$\rho_в = \frac{342}{273 + t_в} = \frac{342}{273 + 18} = 1{,}18 \text{ кг/м}^3 .$$

Розраховуємо аеростатичний тиск стовпа зовнішнього повітря

$$p_з = h \cdot \rho_з \cdot g = 6 \cdot 1{,}23 \cdot 9{,}81 = 72{,}4 \text{ Па}.$$

і зображаємо його розподілення по висоті графічно (рис. 3.4).

Обчислюємо аеростатичний тиск стовпа внутрішнього повітря

$$p_в = h \cdot \rho_в \cdot g = 6 \cdot 1{,}18 \cdot 9{,}81 = 69{,}5 \text{ Па}.$$

і зображаємо його розподілення по висоті графічно (рис. 3.4).

Визначаємо перепад аеростатичних тисків зовнішнього і внутрішнього повітря

$$\Delta p = h \cdot (\rho_з - \rho_в) \cdot g = 6 \cdot (1{,}23 - 1{,}18) \cdot 9{,}81 = 2{,}9 \text{ Па}.$$

і зображаємо його графічно на рис. 3.4.

Відмінність густин зовнішнього і внутрішнього повітря, дія вітру і систем вентиляції чи кондиціювання повітря створюють певне розподілення тиску повітря на огорожі приміщень і будинку.

Відомо, що у повітряному стовпі аеростатичний тиск змінний з висотою: зміна тиску в шарі заввишки dh становить

$$dp = \frac{\rho \cdot g \cdot dV}{\omega}, \text{ Па},$$

де $\rho \cdot g$ – питома вага, Н/м^3; ω – площа поперечного перерізу стовпа повітря, м^2.

Якщо замінити $dV = \omega \cdot dh$, то з попереднього рівняння отримаємо

$$dp = \rho \cdot g \cdot dh.$$

Вочевидь, що тиск у будь-якому перерізі повітряного стовпа на висоті h становитиме

$$p_h = p_\text{а} - g \cdot \int_0^h \rho \cdot dh,$$

де $p_\text{а}$ – атмосферний тиск на висоті $h = 0$ (поверхня землі).

Інтегрування цього виразу утруднене у зв'язку з невизначеністю залежності густини ρ від висоти h (ρ визначається тиском, значення якого є шуканою величиною). Для визначення p_h звичайно використовують емпіричні рівняння $\rho = f(h)$ або термодинамічні залежності. Для будівель заввишки $h < 1200$ м можна знехтувати зміною густини повітря з висотою і тоді

$$p_h = p_\text{а} - \rho \cdot g \cdot h.$$

Разом з тим помилка у точності визначення p_h не перевищує 1%. Абсолютна зміна тиску на 1 м висоти ($\rho \cdot g$), порівняно з величиною атмосферного тиску, є незрівнянно малою. З врахуванням цього є доцільним користуватись надлишковим тиском p, який відліковується від площини умовного нульового тиску, що розташовується на висоті з мінімальним тиском (площина *0 – 0*, рис. 3.5).

Аеростатичний надлишковий тиск на зовнішній огорожі будинку визначається відстанню по вертикалі від площини умовного нульового тиску h і густиною зовнішнього повітря $\rho_\text{з}$. Епюра цього тиску має вигляд прямокутного трикутника *OAB* (рис. 3.5, *а*). Всередині герметизованого приміщення, за сталої по висоті температури, епюра аеростатичного надлишкового тиску має вигляд прямокутного трикутника *OCD* (рис. 3.5, *а*). Епюра різниці гравітаційних тисків, що діють на зовнішні вертикальні огорожі будинку, зображена на рис. 3.5, *а* у вигляді заштрихованого трикутника *OMN* з основою $H \cdot (\rho_\text{з} - \rho_\text{в}) \cdot g$.

Якщо вентиляційний повітрообмін приміщення передбачений з плюсовим балансом (притікання перевищує витікання), то у приміщенні виникає надлишковий статичний тиск p_0 зі знаком "+" (рис. 3.5, *б*), а сумарна епюра внутрішнього надлишкового тиску має вигляд трапеції *OCKF*.

Якщо вентиляційний повітрообмін приміщення передбачений з мінусовим балансом (витікання перевищує притікання), то у приміщенні виникає надлишковий статичний тиск p_0 зі знаком “–” (рис. 3.5, *в*), а сумарна епюра внутрішнього надлишкового тиску є знакозмінною.

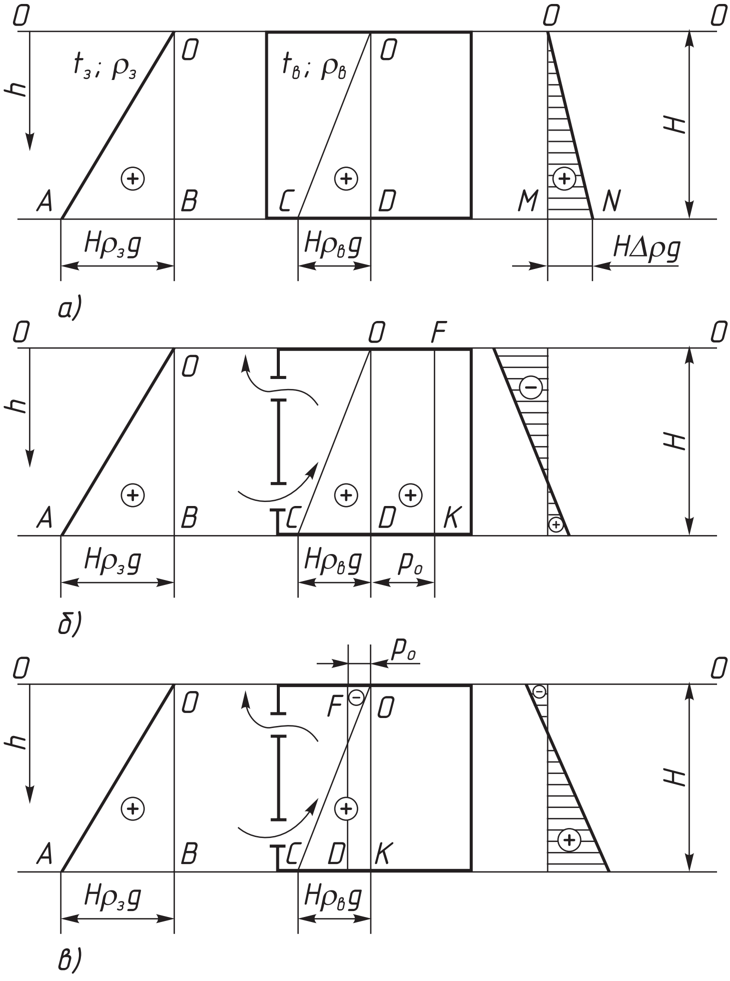


Рис. 3.5. Епюри надлишкового гравітаційного тиску ($t_в > t_з$)
за балансу повітрообміну приміщення:
а – нульового (притікання дорівнює витіканню);
б – додатного (притікання > витікання);
в – від’ємного (витікання > притікання)
(заштриховані фігури характеризують різницю надлишкових гравітаційних тисків)

3.6. РІВНЯННЯ Д. БЕРНУЛЛІ

Під час руху потоку в полі сил тяжіння справедлива умова, що діючі масові сили мають потенціал:

$$\Pi = g \cdot z + C. \tag{3.25}$$

Враховуючи останню залежність, рівняння (3.14) запишеться у вигляді

$$g \cdot z + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} = \text{const}. \tag{3.26}$$

Це рівняння називають **рівнянням Бернуллі**. Воно придатне для потенціального і гвинтового потоків, а також для руху частинок вздовж ліній течії або вихрових ліній.

3.6.1. Рівняння Бернуллі в полі сили тяжіння. Силами, які виконують роботу по переміщенню одиниці маси, ваги або об'єму нестисливого газу, є сили тиску.

Закон збереження енергії під час руху елементарного струміньця вздовж лінії течії від одного перерізу до іншого можна сформулювати так: зміна кінетичної і потенціальної (положення) енергії дорівнює відповідній роботі сили тиску на цьому переміщенні. Отже, якщо зарахувати запас енергії до одиниці маси, то отримаємо

$$\frac{u_1^2}{2} - \frac{u_2^2}{2} + g \cdot z_1 - g \cdot z_2 = \frac{p_2 - p_1}{\rho},$$

або

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{u_1^2}{2} + g \cdot z_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{u_2^2}{2} + g \cdot z_2 = \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} + g \cdot z = \text{const}.$$

Якщо зарахувати запас енергії до одиниці ваги або об'єму, то рівняння Бернуллі набуде відповідно вигляду

$$\frac{p}{\rho \cdot g} + \frac{u^2}{2 \cdot g} + z = \text{const}; \tag{3.27}$$

$$p + \frac{\rho \cdot u^2}{2} + \rho \cdot g \cdot z = \text{const}. \tag{3.28}$$

Всі три члени рівняння Бернуллі є механічною енергією. На основі рівняннь (3.27) і (3.28) можна констатувати: вздовж лінії течії нестисливого газу запас механічної енергії, зарахованої до одиниці ваги, об'єму чи маси залишається сталим.

Механічну енергію газу, зараховану до одиниці ваги, називають **повним напором**; кінетичну енергію – **швидкісним напором**; суму енергії сил тиску і потенціальної енергії положення, віднесену до одиниці ваги – **статичним напором**. Вздовж даної лінії течії сума швидкісного і статичного напорів залишається сталою.

3.6.2. Рівняння Бернуллі за роботи сил тиску. Якщо елементарна частинка потоку є нев'язкою, але *стисливою*, то в цьому випадку сили тиску виконуватимуть роботу, пов'язану як з переміщенням частинки вздовж лінії течії, так і зі стисканням чи розширенням об'єму частинки ΔV. Припустимо, що до цієї елементарної частинки теплота не підводиться і не відводиться від неї. Отже, вся робота стискання чи розширювання об'єму частинки відповідно переходить у внутрішню енергію частинки.

Під час елементарного переміщення частинки зміна її об'єму дорівнює $d(\Delta V)$, а зміна температури – dT. У даній точці лінії течії, де знаходилась частинка, тиск дорівнює p.

Робота сил тиску, яка витрачається під час зміни об'єму частинки, становить

$$p \cdot d(\Delta V) = -c_v \cdot dT \cdot \rho \cdot \Delta V\,, \qquad (3.29)$$

де c_v – теплоємність газу за сталого об'єму.

Рівняння (3.29) показує, що вся робота зі стискання чи розширення об'єму частинки відповідає зміні внутрішньої енергії цієї частинки. При цьому роботу виконують всі сили тиску по всіх поверхнях елементарної частинки.

Сумарна робота сил тиску під час переміщення частинки вздовж лінії течії на довжину dl визначається за формулою

$$dE = \Delta V \cdot dp\,, \qquad (3.30)$$

де dp – елементарна зміна тисків вздовж лінії течії.

Робота, яка виконана силами тиску під час переміщення елементарної частинки з однієї точки вздовж лінії течії в іншу точку, становить

$$E = \int \Delta V \cdot dp = \Delta V \cdot (p_2 - p_1)\,, \qquad (3.31)$$

де p_2 і p_1 – тиски у відповідних точках лінії течії.

Розглянемо рух елементарної частинки потоку, під час якого сталою при переміщенні залишається маса частинки, тобто $\rho \cdot \Delta V$ = const, а змінюється її об'єм ΔV. У точці *1* лінії течії об'єм частинки ΔV_1 і її густина ρ_1; зміна об'єму частинки вздовж лінії течії $\Delta V = \Delta V_1 \cdot \rho_1 / \rho$.

Робота сил тиску під час елементарного переміщення частинки

$$dE = \rho_1 \cdot \Delta V_1 \cdot dp / \rho,$$

а під час переміщення елементарної частинки вздовж лінії течії від одного перерізу потоку до іншого

$$E = \rho_1 \cdot \Delta V_1 \cdot \int \left(\frac{dp}{\rho} \right).$$

Рівняння стану для маси газу, яка вміщується в об'ємі елементарно малої частинки, запишеться у вигляді

$$\Delta V \cdot p = \rho_1 \cdot \Delta V_1 \cdot R_{\text{газу}} \cdot T.$$

Під час переміщення частинки вздовж лінії течії на елементарну відстань dl об'єм ΔV і температура T змінюються за законом

$$d(\Delta V) \cdot p + \Delta V \cdot dp = \rho_1 \cdot \Delta V_1 \cdot R_{\text{газу}} \cdot dT = \rho \cdot \Delta V \cdot R_{\text{газу}} \cdot dT,$$

оскільки вздовж лінії течії $\Delta V_1 \cdot \rho_1 = \Delta V \cdot \rho$ = const.

З врахуванням формули (3.29) можна записати

$$\Delta V \cdot dp = \rho \cdot \Delta V \cdot R_{\text{газу}} \cdot dT + c_v \cdot dT \cdot \rho \cdot \Delta V.$$

Тоді робота сил тиску, зарахована до одиниці маси ($\rho \cdot \Delta V$) під час елементарного переміщення вздовж лінії течії, становить

$$dp / \rho = R_{\text{газу}} \cdot dT + c_v \cdot dT.$$

Сумарна робота сил тиску, яка виконана під час переміщення одиниці маси вздовж лінії течії від одного перерізу потоку до іншого, становить

$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} = R_{\text{газу}} \cdot (T_2 - T_1) + c_v \cdot (T_2 - T_1).$$

Враховуючи, що $R_{\text{газу}} \cdot T_2 = p_2 / \rho_2$ і $R_{\text{газу}} \cdot T_1 = p_1 / \rho_1$, отримаємо

$$\int_1^2 \frac{dp}{\rho} = \frac{p_2}{\rho_2} - \frac{p_1}{\rho_1} + c_v \cdot (T_2 - T_1). \qquad (3.32)$$

Внаслідок малої густини повітря (газу) значення відношення p/ρ завжди набагато перевищує відстані лінії течії від площини порівняння. Отже, розглядаючи рух повітряного потоку, можемо знехтувати величиною z, оскільки зміна потенціальної енергії положення незначна порівняно з енергією сил тиску.

Зміна запасу кінетичної енергії, зарахована до одиниці маси потоку, дорівнює роботі, яка виконана силами тиску,

$$\frac{u_1^2}{2}-\frac{u_2^2}{2}=\frac{p_2}{\rho_2}-\frac{p_1}{\rho_1}+c_v\cdot T_2-c_v\cdot T_1\,,$$

або

$$\frac{u_1^2}{2}+\frac{p_1}{\rho_1}+c_v\cdot T_1=\frac{u_2^2}{2}+\frac{p_2}{\rho_2}+c_v\cdot T_2=\frac{u^2}{2}+\frac{p}{\rho}+c_v\cdot T=\text{const}\,,\qquad(3.33)$$

де u, p, ρ і T – відповідно швидкість, тиск, густина і температура у будь-якій точці даної лінії течії; $u^2/2+p/\rho$ – механічна енергія одиниці маси потоку; $c_v\cdot T$ – внутрішня енергія елементарної частинки потоку.

Рівняння Бернуллі для повітряного (газового) потоку констатує, що вздовж лінії течії зберігається значення суми механічної і внутрішньої енергії, зарахованої до одиниці ваги, маси чи об'єму.

Рівняння збереження енергії маси нев'язкого повітряного (газового) потоку, який рухається вздовж лінії течії, можна записати в дещо іншому вигляді. Використаємо рівняння газового стану $p/\rho=R_{\text{пов}}\cdot T$. Як відомо, $c_p-c_v=R_{\text{пов}}$ (де c_p – теплоємність за сталого тиску).

Отже,

$$\frac{p}{\rho}+c_v\cdot T=c_p\cdot T.\qquad(3.34)$$

Тепер закон збереження енергії (3.33) можна записати у вигляді

$$\frac{u^2}{2}+c_p\cdot T=\text{const}.\qquad(3.35)$$

Як видно з цього рівняння, швидкісний напір під час руху повітряного потоку безпосередньо пов'язаний з його температурою.

Рівняння (3.34) можна записати також в іншому вигляді. Оскільки $T=p/(\rho\cdot R_{\text{пов}})$, $c_p-c_v=R_{\text{пов}}$ і $c_p/c_v=k$, то отримаємо

$$c_p\cdot T=c_p\cdot\frac{p}{\rho\cdot R_{\text{пов}}}=c_p\cdot\frac{p}{\rho\cdot(c_p-c_v)}=\frac{c_p}{c_v}\cdot\frac{p}{\rho}\cdot\frac{1}{(c_p/c_v-1)}=\frac{k}{k-1}\cdot\frac{p}{\rho}.$$

Тоді рівняння збереження енергії (3.35) під час руху нев'язкого повітряного потоку набуде вигляду

$$\frac{u^2}{2} + \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p}{\rho} = \text{const}. \qquad (3.36)$$

Це рівняння називається **рівнянням Бернуллі для повітряного (газового) потоку**.

3.6.3. Рівняння Бернуллі для нестисливого повітряного потоку без врахування втрат енергії. Розглянемо усталений (стаціонарний) повітряний потік (рис. 3.6). Виділимо в ньому живий переріз.

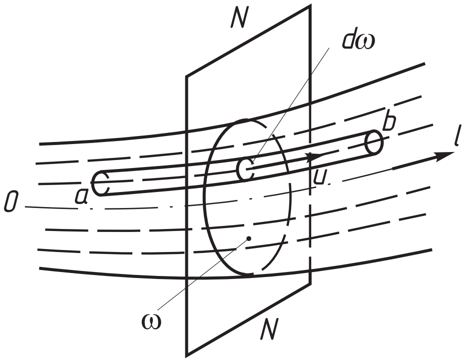


Рис. 3.6. Схема усталеного повітряного потоку

Питома енергія одного з елементарних струміньців, які протікають через цей переріз, згідно з рівнянням (3.26) становить

$$E = \frac{u^2}{2} + \frac{p}{\rho} + g \cdot z.$$

Повна енергія (потужність) струмінця визначиться так:

$$dN = E \cdot dM = \left(\frac{u^2}{2} + \frac{p}{\rho} + g \cdot z \right) \cdot \rho \cdot u \cdot d\omega,$$

де dM – масова витрата струмінця.

Підсумовуючи потужність струмінців по живому перерізу потоку, знайдемо його повну енергію

$$N = \int_{\omega} \left(\frac{u^2}{2} + \frac{p}{\rho} + g \cdot z \right) \cdot \rho \cdot u \cdot d\omega.$$

Величина питомої енергії потоку дорівнює частці від ділення зведеної суми на масову витрату потоку M:

$$E = \frac{\int\limits_{\omega}\left(\frac{u^2}{2}+\frac{p}{\rho}+g\cdot z\right)\cdot\rho\cdot u\cdot d\omega}{M}.$$

Розділимо це рівняння на дві складові

$$E = E_{\text{пот}} + E_{\text{кін}} = \frac{\int\limits_{\omega}\left(\frac{p}{\rho}+g\cdot z\right)\cdot\rho\cdot u\cdot d\omega}{M} + \frac{\int\limits_{\omega}\frac{u^2}{2}\cdot\rho\cdot u\cdot d\omega}{M}, \qquad (3.37)$$

де $E_{\text{пот}}$ характеризує питому потенціальну енергію потоку відносно вибраної площини порівняння, а $E_{\text{кін}}$ – питому кінетичну енергію потоку.

Для обчислення інтегралу $\int\limits_{\omega}\frac{u^2}{2}\cdot\rho\cdot u\cdot d\omega = \frac{\rho}{2}\cdot\int\limits_{\omega}u^3\cdot d\omega$ потрібно знати закон розподілення швидкостей по живому перерізу потоку. Помножимо і поділимо цей вираз на величину $v^3\cdot\omega$ (де v – середня швидкість потоку), записуючи його так:

$$\frac{v^2}{2}\cdot\rho\cdot v\cdot\omega\cdot\frac{\int\limits_{\omega}u^3\cdot d\omega}{v^3\cdot\omega}.$$

Враховуючи, що $M = \rho\cdot v\cdot\omega$ і позначаючи

$$\frac{\int\limits_{\omega}u^3\cdot d\omega}{v^3\cdot\omega} = \alpha, \qquad (3.38)$$

отримаємо вираз для питомої кінетичної енергії потоку

$$E_{\text{кін}} = \alpha\cdot\frac{v^2}{2}. \qquad (3.39)$$

Коефіцієнт α враховує нерівномірність розподілення швидкостей по живому перерізу потоку і характеризує відношення дійсної кінетичної енергії потоку до енергії, що визначена за його середньою швидкістю. Цей коефіцієнт називають **коефіцієнтом кінетичної енергії** або **коефіцієнтом Коріоліса**.

Якщо швидкості у всіх точках живого перерізу потоку однакові, то $\alpha = 1$; якщо ж швидкості неоднакові, то $\alpha > 1$.

Значення коефіцієнта Коріоліса визначають з епюри розподілення швидкостей по живому перерізу потоку. *Для основних випадків руху повітряних потоків в трубопроводах* $\alpha = 1{,}04...1{,}08$.

В інженерних розрахунках часто приймають $\alpha \cong 1$.

Для визначення питомої потенціальної енергії потоку, яка виражається інтегралом $\rho \cdot \int\limits_{\omega} \left(\frac{p}{\rho} + g \cdot z \right) \cdot u \cdot d\omega$, потрібно знати не тільки характер зміни швидкостей, але й закон зміни тиску по живому перерізу. Загалом розв'язування такої задачі складніше. У зв'язку з цим вводять для спрощення певні обмеження для потоку: розглядають потік, для якого кут розбіжності між сусідніми струміньцями і кривизна струміньців невеликі (тобто розглядають плавнозмінний рух).

Для плавнозмінного руху у межах суміжних перерізів потоку прискорення і сили інерції настільки незначні, що ними можна знехтувати. Якщо скласти рівняння руху для поверхні живого перерізу, то воно буде аналогічним залежності для повітря у стані спокою. Отже, можна стверджувати, що в межах суміжних перерізів плавнозмінного потоку тиски розподіляються за законом аеростатики, тобто,

$$\frac{p}{\rho} + g \cdot z = \text{const}.$$

На рис. 3.7 лініями *1 – 1* зображені перерізи, у яких виконується умова плавнозмінного руху, лініями *2 – 2* – перерізи, у яких ця умова не виконується.

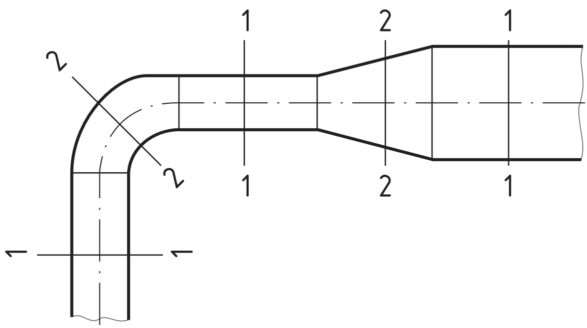


Рис. 3.7. Перерізи зігнутого трубопроводу
зі змінною площею поперечного перерізу,
у яких задовольняються і не задовольняються умови плавнозмінного руху

Перерізи, у яких не задовольняються умови плавнозмінного руху, характеризуються різними вертикальними складовими швидкості окремих елементарних струміньців, а значить – різними їх прискореннями; на поворотах потоку діють відцентрові сили, які збільшують або зменшують тиск порівняно з аеростатичним тиском.

Отже, *для плавнозмінного руху* у виразі (3.37) для $E_{пот}$ можна винести за знак інтегралу суму $p/\rho + g \cdot z$. Тоді

$$E_{пот} = \frac{\left(\frac{p}{\rho} + g \cdot z\right) \cdot \rho \cdot \int\limits_{\omega} u \cdot d\omega}{M} = \frac{\left(\frac{p}{\rho} + g \cdot z\right) \cdot \rho \cdot Q}{M} = \frac{p}{\rho} + g \cdot z, \quad (3.40)$$

де Q – об'ємна витрата потоку.

Остаточно питому енергію потоку із врахуванням виразів (3.37), (3.39) і (3.40) можна визначити за залежністю

$$E = E_{пот} + E_{кін} = \left(\frac{p}{\rho} + g \cdot z\right) + \alpha \cdot \frac{v^2}{2}. \quad (3.41)$$

Величини z і p можна брати для будь-якого елементарного струміньця; у напірних трубопроводах звичайно беруть центральний струмінець, тобто той, який проходить через центри живих перерізів потоку.

Для розв'язання низки технічних задач можна не враховувати втрати енергії, які виникають внаслідок в'язкості між двома живими перерізами потоку. Тоді питома енергія потоку у живому перерізі *2 – 2* (рис. 3.7) наближено дорівнюватиме питомій енергії у живому перерізі *1 – 1*, тобто $E_1 \approx E_2$.

Враховуючи вираз (3.41) для питомої енергії живого перерізу потоку, отримаємо **рівняння Бернуллі для потоку нестисливого повітряного (газового) потоку без врахування втрат енергії**

$$g \cdot z_1 + \frac{p_1}{\rho} + \alpha_1 \cdot \frac{v_1^2}{2} = g \cdot z_2 + \frac{p_2}{\rho} + \alpha_2 \cdot \frac{v_2^2}{2}. \quad (3.42)$$

Приклади застосування цього рівняння, зокрема і у витратовимірювальних пристроях типу колектора і труби Вентурі, розглянемо нижче.

Для повітряних потоків, густина яких відрізняється від густини навколишнього середовища, а повітропроводи негоризонтальні, обов'язково враховують ваговий тиск залежно від геометричних висот z (рис. 3.8) (такий випадок існує у повітропроводах систем аспірації і пневмотранспорту). Тоді рівняння (3.42) набуває вигляду

$$\rho \cdot g \cdot z_1 + p_1 + \alpha_1 \cdot \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} = \rho \cdot g \cdot z_2 + p_2 + \alpha_2 \cdot \frac{\rho \cdot v_2^2}{2}.$$

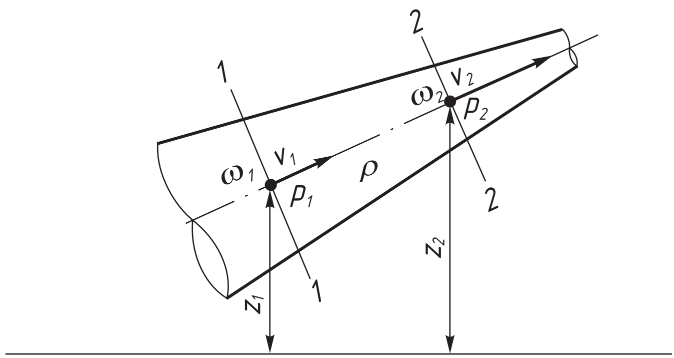


Рис. 3.8. Рух повітряного потоку в нахиленому повітропроводі

Приклад 3.2. Визначити тиск $p_{ст\ 2}$ у найвужчому місці повітропроводу (рис. 3.9), якщо: $p_{ст\ 1}$ = 50 Па; v_1 = 10 м/с, v_2 = 20 м/с = $2 \cdot v_1$; $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$; ρ = 1,2 кг/м^3.

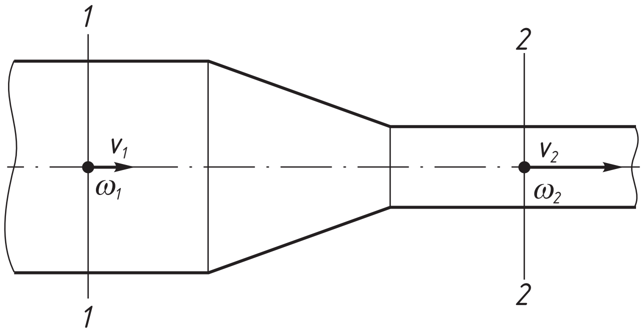


Рис. 3.9. Плавне звуження повітропроводу

Р о з в ’ я з у в а н н я

Запишемо рівняння Бернуллі для перерізів *1 – 1* і *2 – 2*:

$$p_{ст1} + \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} = p_{ст2} + \frac{\rho \cdot v_2^2}{2},$$

або

$$p_{ст1} - p_{ст2} = \frac{\rho}{2} \cdot \left(v_2^2 - v_1^2\right).$$

Звідки

$$p_{ст2} = p_{ст1} - \frac{\rho}{2} \cdot \left(v_2^2 - v_1^2\right) = 50 - \frac{1{,}2}{2} \cdot \left(20^2 - 10^2\right) = -130 \text{ Па}.$$

Приклад 3.3. Вивести розрахункову формулу для вимірювання витрати повітряного потоку трубою Вентурі.

Р о з в ’ я з у в а н н я

Трубу Вентурі (рис. 3.10) можна застосовувати для вимірювання витрати потоку в повітропроводах за перепадом тисків.

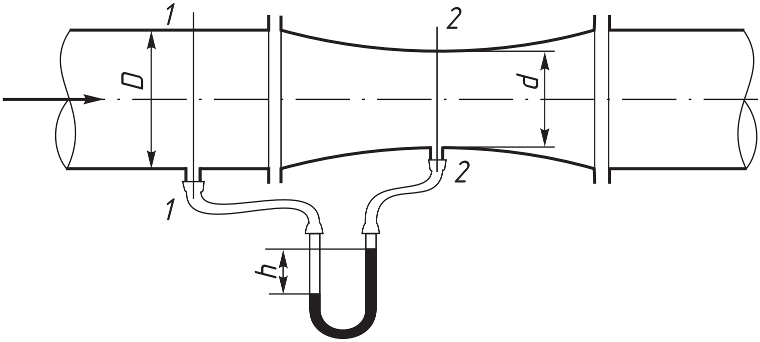


Рис. 3.10. Схема витратоміра Вентурі

Для виведення розрахункової формули використаємо рівняння Бернуллі (3.42) для перерізів *1 – 1* і *2 – 2* ($\alpha_1 = \alpha_2 = 1$; $z_1 = z_2$):

$$\frac{p_{\text{ст}1}}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_{\text{ст}2}}{\rho} + \frac{v_2^2}{2}.$$

Звідси

$$\Delta p_{\text{ст}} = p_{\text{ст}1} - p_{\text{ст}2} = \rho \cdot \frac{v_2^2}{2} \cdot \left(1 - \frac{v_1^2}{v_2^2}\right).$$

Враховуючи рівняння нерозривності потоку ($v_1 \cdot \omega_1 = v_2 \cdot \omega_2$), отримаємо

$$\Delta p_{\text{ст}} = \rho \cdot \frac{v_2^2}{2} \cdot \left(1 - \frac{d^4}{D^4}\right),$$

звідси

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p_{\text{ст}}}{\rho} \cdot \frac{1}{1 - d^4 / D^4}}.$$

Приклад 3.4. Визначити витрату повітряного потоку у повітропроводі D = 300 мм за допомогою труби Вентурі (рис. 3.10), якщо d = 200 мм і h = 40 мм вод. ст. Середня густина повітряного потоку $\rho_{\text{пов}} = 1{,}1$ кг/м^3.

Р о з в ’ я з у в а н н я

Визначаємо перепад тиску, заміряний U–подібним манометром:

$$\Delta p_{ст} = \rho_{води} \cdot g \cdot h = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}04 = 392 \text{ Па}.$$

Визначаємо секундну об'ємну витрату повітряного потоку

$$Q = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p_{ст}}{\rho_{пов}} \cdot \frac{1}{1 - d^4 / D^4}} = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}2^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 392}{1{,}1} \cdot \frac{1}{1 - 0{,}2^4 / 0{,}3^4}} = 0{,}936 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Приклад 3.5. Вивести розрахункову формулу для вимірювання витрати повітряного потоку за допомогою колектора.

Р о з в ' я з у в а н н я

Колектором називають плавноскруглений елемент кінця всмоктувального повітропроводу (рис. 3.11).

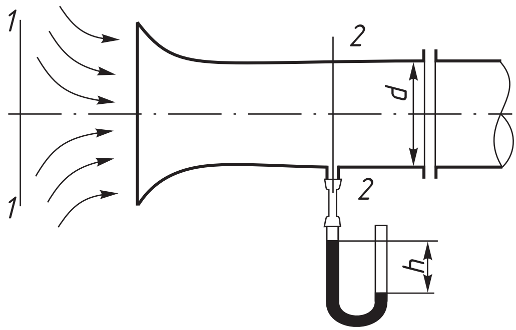


Рис. 3.11. Схема витратомірного колектора

Запишемо рівняння Бернуллі (3.42) для перерізу *1 – 1* перед колектором ($v_1 = 0$, $p_1 = p_а$) і для перерізу *2 – 2*:

$$p_а = p_{ст2} + \rho \cdot \alpha_2 \cdot \frac{v_2^2}{2}.$$

Розрідження у колекторі становитиме

$$p_{розр} = p_а - p_{ст2} = \rho \cdot \alpha_2 \cdot \frac{v_2^2}{2} = \rho \cdot \alpha_2 \cdot \frac{Q^2}{2 \cdot \left(\pi \cdot d^2 / 4\right)^2}.$$

Звідси

$$Q = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot p_{розр}}{\alpha \cdot \rho}},$$

де $p_{розр} = \rho_{води} \cdot g \cdot h$, Па; $\alpha_2 = \alpha$.

Приклад 3.6. Визначити витрату повітряного потоку, який засмоктується вентилятором через колектор d = 300 мм (рис. 3.11), якщо розрідження, заміряне за допомогою U–подібного манометра h = 30 мм вод. ст. Коефіцієнт нерівномірностей поля швидкостей у перерізі замірювання розрідження α = 1,06; параметри атмосферного повітря $t_а$ = 10 °С, $p_а$ = 98500 Па.

Р о з в ' я з у в а н н я

Визначаємо густину атмосферного повітря, користуючись рівнянням Клапейрона (1.1):

$$\rho_{пов}=\frac{p_а\cdot\mu^*_{пов}}{R\cdot(273+t_а)}=\frac{98500\cdot 29}{8314\cdot(273+t_а)}=\frac{344}{273+t_а}=\frac{344}{273+10}=1{,}216\ кг/м^3\ .$$

Підраховуємо розрідження у колекторі

$$p_{розр}=\rho_{води}\cdot g\cdot h=1000\cdot 9{,}81\cdot 0{,}03=294\ Па\,.$$

Визначаємо витрату повітряного потоку

$$Q=\frac{\pi\cdot d^2}{4}\cdot\sqrt{\frac{2\cdot p_{розр}}{\alpha\cdot\rho_{пов}}}=\frac{3{,}14\cdot 0{,}3^2}{4}\cdot\sqrt{\frac{2\cdot 294}{1{,}06\cdot 1{,}216}}=1{,}509\,м^3/с.$$

Приклад 3.7. Встановити розрахункову формулу для вимірювання місцевої швидкості потоку за методом Піто-Прандтля.

Р о з в ’ я з у в а н н я

Трубка для вимірювання повного тиску потоку (рис. 3.12, *а*) була запропонована Піто ще в 1732 р. При поєднанні цієї трубки з відомим способом вимірювання статичного тиску за допомогою п’єзометра стає можливим визначення динамічного тиску потоку в точці замірювання, а значить і місцевої швидкості потоку.

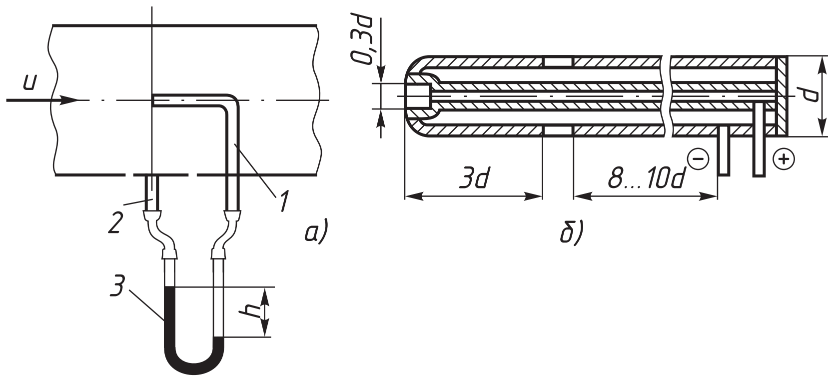


Рис. 3.12. Використання метода Піто і трубки Піто-Прандтля для вимірювання місцевої швидкості потоку:

а – метод Піто; *б* – трубка Піто-Прандтля;
1 – трубка повного тиску; 2 – трубка статичного тиску (п’єзометр);
3 – манометр U–подібний

Відкритий кінець трубки *1* є точкою загальмування елементарного струміньця потоку і тиск у цій точці дорівнює сумі статичного і динамічного тисків струміньця. Якщо у цьому перерізі потоку розташований звичайний п’єзометр *2*, то за його допомогою можна заміряти статичний тиск потоку. Знаючи повний тиск елементарного струміньця і статичний тиск потоку в даному перерізі, можна визначити динамічний тиск елементарного струміньця як різницю повного і статичного тисків, а, отже, і місцеву швидкість потоку в точці замірювання повного тиску:

$$u = \sqrt{\frac{2 \cdot (p_{\text{п}} - p_{\text{ст}})}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot p_{\text{д}}}{\rho}}, \text{ м/с},$$

де $p_{\text{п}}$, $p_{\text{ст}}$ і $p_{\text{д}}$ – відповідно повний, статичний і динамічний тиски у місці замірювання, Па; ρ – густина потоку, кг/м^3.

Приклад 3.8. Визначити місцеву швидкість потоку в повітропроводі, якщо динамічний тиск, заміряний за допомогою трубки Піто-Прандтля, $p_{\text{д}}$ = 25 мм вод.ст. Густина повітряного потоку ρ = 1,1 кг/м^3.

Р о з в ' я з у в а н н я

Місцеву швидкість повітряного потоку визначаємо за формулою

$$u = \sqrt{\frac{2 \cdot p_{\text{д}}}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 25 \cdot 9{,}81}{1{,}1}} = 21{,}1 \text{ м/с}.$$

3.6.4. Рівняння Бернуллі для нестисливого повітряного потоку з врахуванням втрат енергії. Для вивчення деяких явищ модель нев'язкого газу є зовсім достатньою (наприклад, для аналізу вимірювання витрати за допомогою труби Вентурі і всмоктувального сопла). Однак вже для вивчення найпростішого випадку руху повітряного потоку сталої швидкості у горизонтальному трубопроводі круглого перерізу рівняння Бернуллі (3.42) дає зовсім нереальний результат: за $v_1 = v_2$, $p_2 = p_1$, хоча в дійсності $p_1 > p_2$.

Згідно з гіпотезою Ньютона у пристінній області трубопроводу молекули повітря прилипають до стінки і тому швидкість граничного струміньця потоку, який прилягає до стінки можна прийняти такою, що дорівнює нулю. Однак вже на дуже малій відстані від стінки швидкість потоку є значною (рис. 3.13). Це явище є причиною виникнення градієнта швидкостей і, як наслідок, дотичних напружень, які створюють сили опору.

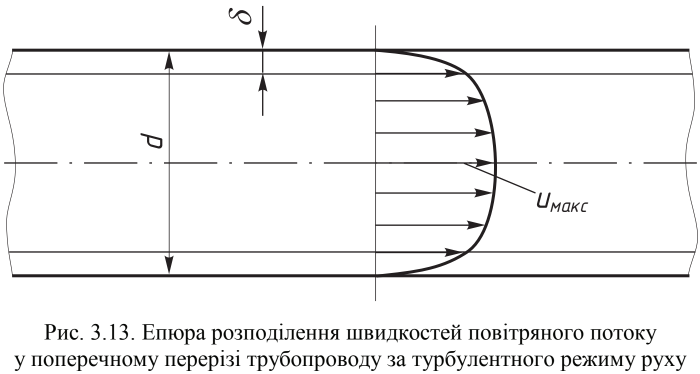


Рис. 3.13. Епюра розподілення швидкостей повітряного потоку у поперечному перерізі трубопроводу за турбулентного режиму руху

Згідно з першим законом термодинаміки (законом збереження енергії) маємо:

$$E_1 = E_2 + E_{\text{втр}}\ , \tag{3.43}$$

де $E_{\text{втр}}$ – енергія, яка потрібна для подолання сил опору в межах від перерізу *1* до перерізу *2*; E_1, E_2 – відповідно внутрішня енергія потоку в перерізах *1* і *2*.

Згідно з другим законом термодинаміки $E_{\text{втр}}$ характеризує ту частину механічної енергії потоку, яка незворотно перейшла у теплову енергію; одночасно $E_{\text{втр}}$ – це та частка енергії, яка витрачена на подолання опору повітропроводу.

Тепловий ефект подолання опору повітропроводу маловідчутний. Це пояснюється достатньо значною теплоємністю повітря.

Важливо відзначити принципову відмінність оцінки теплового ефекту нестисливих і стисливих повітряних (газових) потоків. У першому випадку внутрішня енергія потоку залишається незмінною.

Під час руху стисливого газового потоку потрібно враховувати зміну його внутрішньої енергії внаслідок дисипації (наприклад, у газопроводах високого тиску).

Запишемо рівняння Бернуллі для двох перерізів нестисливого повітряного потоку

$$g \cdot z_1 + \frac{p_1}{\rho} + \alpha_1 \cdot \frac{v_1^2}{2} = g \cdot z_2 + \frac{p_2}{\rho} + \alpha_2 \cdot \frac{v_2^2}{2} + E_{\text{втр}}\ . \tag{3.44}$$

Це рівняння називають **основним рівнянням Бернуллі**.

Множачи почленно рівняння (3.44) на густину ρ, отримаємо рівняння Бернуллі у формі тисків

$$\rho \cdot g \cdot z_1 + p_1 + \alpha_1 \cdot \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} = \rho \cdot g \cdot z_2 + p_2 + \alpha_2 \cdot \frac{\rho \cdot v_2^2}{2} + \Delta p_{\text{втр}}\ . \tag{3.45}$$

Рівняння такого вигляду застосовують тоді, коли геометричні висоти z є характерними показниками роботи системи (наприклад, у системах аспірації і пневмотранспорту; у системах природної витікальної вентиляції).

У системах механічної вентиляції загального призначення і системах кондиціювання повітря геометричні висоти не враховують. Тоді рівняння (3.45) запишемо у вигляді

$$p_{\text{ст}1} + \alpha_1 \cdot \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} = p_{\text{ст}2} + \alpha_2 \cdot \frac{\rho \cdot v_2^2}{2} + \Delta p_{\text{втр}}\ . \tag{3.46}$$

Приклад 3.9. Визначити повний тиск вентилятора, якщо втрати тиску у всмоктувальному повітропроводі (рис. 3.14) $\Delta p_{\text{втр}}$ = 120 Па. Густина навколишнього повітря ρ = = 1,2 кг/м^3, а середня швидкість у нагнітальному патрубку v = 10 м/с при α = 1,08.

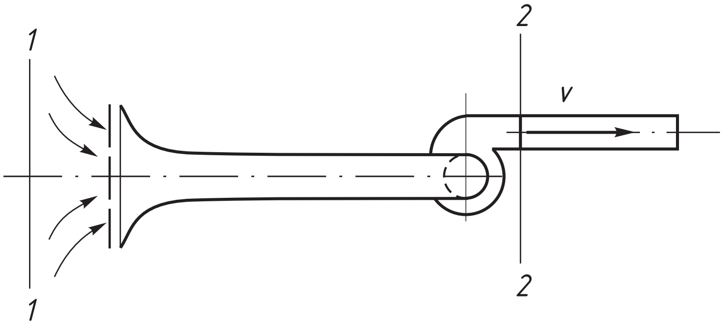


Рис. 3.14. До визначення тиску вентилятора

Р о з в ’ я з у в а н н я

Розглянемо переріз *1 – 1* поблизу кінця всмоктувального повітропроводу і переріз *2 – 2* біля витікального патрубка вентилятора.

Статичний тиск у перерізах *1 – 1* і *2 – 2* дорівнює атмосферному тискові. Швидкість у перерізі *1 – 1* дорівнює нулю.

Тоді рівняння Бернуллі (3.46) для перерізів *1 – 1* і *2 – 2* матиме вигляд

$$\Delta p_{\text{вс}} - \alpha \cdot \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} - \Delta p_{\text{втр}} = 0.$$

Звідси

$$\Delta p_{\text{вс}} = \Delta p_{\text{втр}} + \alpha \cdot \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} = 120 + 1{,}08 \cdot \frac{1{,}2 \cdot 10^2}{2} \approx 126{,}5 \text{ Па}.$$

3.7. РІВНЯННЯ ВИТРАТИ ПОТОКУ

Виділимо у повітряному потоці елементарний струмінець (рис. 3.15). Проводячи два поперечних перерізи потоку *1 – 1* і *2 – 2*, розглянемо об’єм струмінця між цими перерізами.

За час Δt об’єм потоку на ділянці *1_2* переміститься в нове положення *1'_2'*. Згідно з законом збереження маси можемо записати

$$M_{1\_2} = M_{1'\_2'},$$

або

$$\Delta M_{1\_1'} + M_{1'\_2} = M_{1'\_2} + \Delta M_{2\_2'}.$$

За усталеного руху маса M_{1_2} до переміщення дорівнюватиме масі $M_{1'\_2'}$ після переміщення. Отже,

$$\Delta M_{1\_1'} = \Delta M_{2\_2'} .$$

Маса об’єму на ділянці *1_1'* становить

$$\Delta M_{1\_1'} = \rho_1 \cdot \omega_1 \cdot \Delta l_1 ,$$

де ρ_1 – густина в перерізі *1 – 1*; ω_1 – площа живого перерізу струміньця в перерізі *1 – 1*.

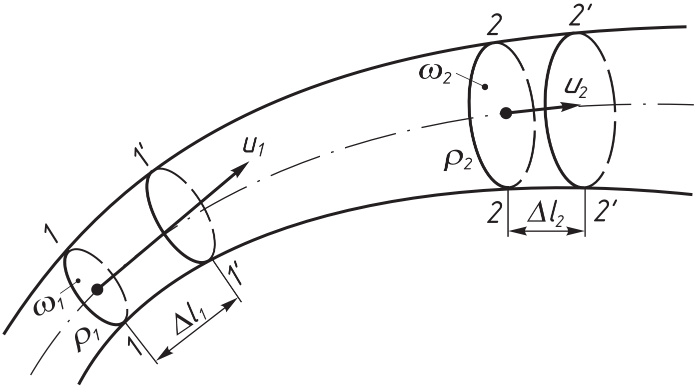


Рис. 3.15. Елементарний струмінець потоку
(у вигляді трубки течії)

Нехай швидкості у кожному перерізі однакові, тоді відстань між перерізами *1 – 1* і *1' – 1'* дорівнює добуткові швидкості на час, тобто

$$\Delta l_1 = u_1 \cdot \Delta t .$$

У такому випадку

$$\Delta M_{1\_1'} = \rho_1 \cdot \omega_1 \cdot u_1 \cdot \Delta t .$$

Відповідно, маса об’єму на ділянці *2_2'*:

$$\Delta M_{2\_2'} = \rho_2 \cdot \omega_2 \cdot u_2 \cdot \Delta t .$$

Прирівнюючи отримані вирази для мас між собою і скорочуючи на Δt, отримаємо **рівняння масової витрати**

$$\rho_1 \cdot \omega_1 \cdot u_1 = \rho_2 \cdot \omega_2 \cdot u_2 . \qquad (3.47)$$

Таку назву цьому рівнянню дано тому, що добуток $\rho \cdot \omega \cdot u$ є масовою витратою (якщо уявити собі, що переріз нерухомий, а струмінець протікає крізь нього). Отже, масова витрата вздовж елементарного струмінця зберігається сталою.

Масова витрата потоку незмінна і дорівнює сумі масових витрат всіх елементарних струмінців у відповідних перерізах

$$M = \int_{\omega_1} \rho_1 \cdot u_1 \cdot d\omega_1 = \int_{\omega_2} \rho_2 \cdot u_2 \cdot d\omega_2 . \qquad (3.48)$$

Для того, щоб визначити витрату потоку за формулою (3.48), потрібно знати аналітичний вираз закону розподілення швидкостей в окремих точках живого перерізу потоку, або безпосередньо заміряти місцеві швидкості в окремих точках потоку з подальшим графічним інтегруванням, що значно ускладнює розрахунок. Практично такі вимірювання потрібні для визначення витрати у повітропроводах і повітряних струменях.

За одновимірного трактування руху повітряного потоку неоднакову густину в окремих точках живого перерізу потоку заміняють **середньою густиною середовища** ρ у даному перерізі. Виносячи у рівнянні (3.48) ρ за знак інтеграла, отримаємо:

$$M = \rho \cdot \int_{\omega_1} u_1 \cdot d\omega_1 = \rho \cdot \int_{\omega_2} u_2 \cdot d\omega_2 = \rho \cdot Q , \qquad (3.49)$$

де Q – об’ємна витрата потоку.

Це рівняння широко застосовують у вентиляції, де рух повітряних потоків здебільшого розглядається без врахування їх стисливості.

Середня швидкість потоку – це відношення об’ємної витрати до площі живого перерізу потоку, тобто,

$$v = \frac{Q}{\omega} = \int_{\omega} \frac{u \cdot d\omega}{\omega} . \qquad (3.50)$$

Оскільки в дійсності швидкості окремих струмінців потоку неоднакові, середню швидкість потоку розглядають як деяке абстрактне поняття. Використання цього поняття дає можливість вивчати потік як один струмінь. Така схематизація руху є основою підходу до вивчення повітряних потоків.

Інколи зручно користуватись рівнянням об’ємної витрати, яке враховує осьову швидкість потоку. Таке рівняння можна отримати, якщо середню швидкість v замінити осьовою швидкістю згідно з рівнянням

$$v = k \cdot v_{\text{ос}} ,$$

де k – коефіцієнт поля швидкостей.

Тоді рівняння витрати у перерізах *1 – 1* і *2 – 2* потоку запишемо у вигляді

$$k_1 \cdot \omega_1 \cdot v_{\text{ос}1} = k_2 \cdot \omega_2 \cdot v_{\text{ос}2} . \qquad (3.51)$$

При цьому коефіцієнт k становить

$$k = \frac{v}{v_{\text{ос}}} = \frac{1}{v_{\text{ос}} \cdot \omega} \cdot \int_{\omega} v \cdot d\omega = \int_{0}^{1} \overline{v} \cdot d\overline{\omega}, \tag{3.52}$$

де $\overline{v} = v / v_{\text{ос}}$ і $d\overline{\omega} = d\omega / \omega$.

Потрібно зазначити, що коефіцієнт k може бути як меншим, так і більшим від одиниці.

Приклад 3.10. Визначити середню швидкість повітряного потоку на виході з дифузорного розширення повітропроводу (рис. 3.9), у випадку, коли діаметр входу в дифузор d_1 = 150 мм, а виходу з нього d_2 = 300 мм. Середня швидкість у вхідному перерізі дифузора v_1 = 8 м/с.

Р о з в ' я з у в а н н я

Розглянемо переріз повітряного потоку *1 – 1* на вході у дифузор і *2 – 2* на виході з нього. Запишемо рівняння витрати потоку в цих перерізах

$$\frac{\pi \cdot d_1^2}{4} \cdot v_1 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot v_2 .$$

Звідси шукана швидкість становить

$$v_2 = v_1 \cdot \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 8 \cdot \left(\frac{150}{300}\right)^2 = 2 \text{ м/с}.$$

Приклад 3.11. Визначити витрату потоку повітря з ρ = 1,2 кг/м^3 у повітропроводі діаметром d = 300 мм, якщо місцеві швидкості заміряли за допомогою трубки Піто-Прандтля методом рівновеликих площ; результати замірювань подані у вигляді епюри швидкостей (рис. 3.16).

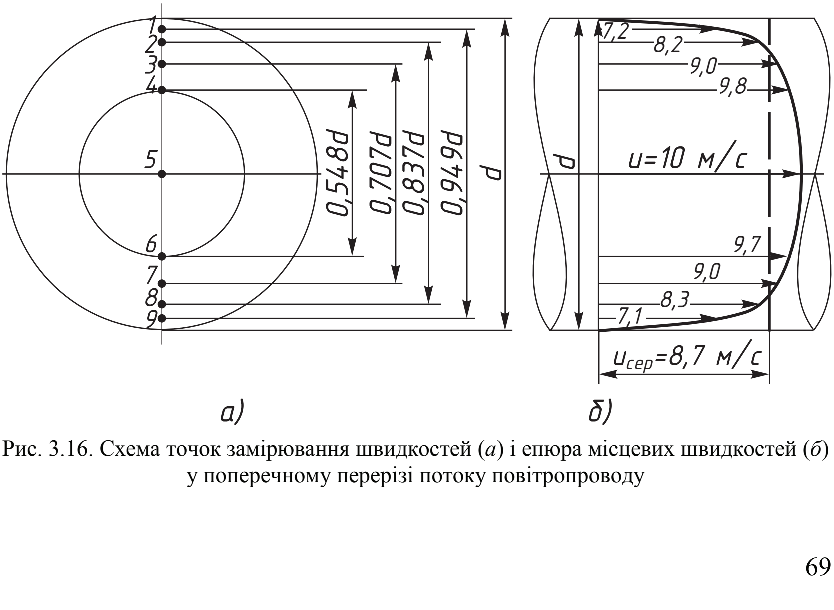


Рис. 3.16. Схема точок замірювання швидкостей (*а*) і епюра місцевих швидкостей (*б*) у поперечному перерізі потоку повітропроводу

Р о з в ’ я з у в а н н я

Переріз повітропроводу розділимо на п’ять рівновеликих кільцевих перерізів, витрату потоку через які визначаємо за формулами

$$\Delta Q_1 = \frac{u_1 + u_9}{2} \cdot \Delta\omega_1 ; \quad \Delta Q_2 = \frac{u_2 + u_8}{2} \cdot \Delta\omega_2 , \quad \text{тощо}.$$

Для центрального перерізу маємо

$$\Delta Q_5 = u_5 \cdot \Delta\omega_5 ,$$

де $\Delta\omega_5 = \omega / 5 = \pi \cdot d^2 / 20$.

Витрата повітряного потоку через весь переріз повітропроводу становить

$$Q = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + 2 \cdot u_5 + u_6 + u_7 + u_8 + u_9}{10} =$$

$$= \frac{3{,}14 \cdot 0{,}3^2}{4} \cdot \frac{7{,}2 + 8{,}2 + 9{,}0 + 9{,}8 + 2 \cdot 10{,}0 + 9{,}7 + 9{,}0 + 8{,}3 + 7{,}1}{10} = 0{,}624 \text{ м}^3/\text{с}.$$

За одновимірного трактування руху повітряного потоку неоднакову густину в окремих точках поперечного перерізу потоку замінимо середньою густиною ρ потоку в даному перерізі.

Тоді масова витрата потоку становитиме

$$M = \rho \cdot \int_\omega u \cdot d\omega = \rho \cdot Q = 1{,}2 \cdot 0{,}624 \approx 0{,}75 \text{ кг/с}.$$

Приклад 3.12. Під яким кутом β і скільки повітря витікає з бокового отвору повітропроводу прямокутного перерізу 100 × 100 мм (ω = 0,01 м^2), якщо швидкість потоку у повітропроводі v = 10 м/с, його густина ρ = 1,2 кг/м^3, а статичний тиск $p_{ст}$ = 118 Па (рис. 3.17).

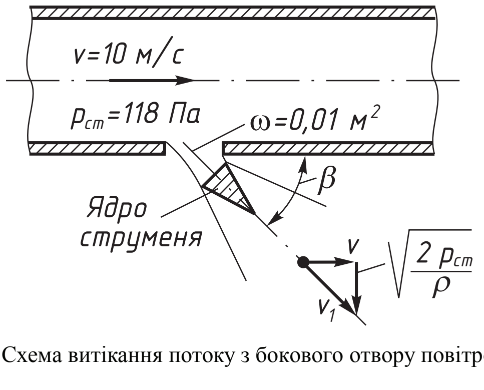


Рис. 3.17. Схема витікання потоку з бокового отвору повітропроводу

Р о з в ’ я з у в а н н я

Кут витікання з бокового отвору повітропроводу визначаємо за формулою

$$\beta = \text{arc tg} \sqrt{\frac{2 \cdot p_{ст}}{\rho \cdot v^2}} = \text{arc tg} \sqrt{\frac{2 \cdot 118}{1{,}2 \cdot 10^2}} = \text{arc tg} \sqrt{1{,}97} = 54^\circ 30'.$$

Об'ємну витрату повітряного струменя, який витікає з отвору, знайдемо за формулою

$$Q = \mu \cdot \omega \cdot v_1 ,$$

де μ – коефіцієнт витрати отвору з боковим витіканням струменя, який визначаємо за формулою

$$\mu = \mu_0 \cdot \sqrt{\frac{p_{\text{ст}}}{p_{\text{п}}}} = 0{,}62 \cdot \sqrt{\frac{118}{118 + \frac{1{,}2 \cdot 10^2}{2}}} = 0{,}62 \cdot \sqrt{\frac{118}{118 + 60}} = 0{,}5 ,$$

де μ_0 – коефіцієнт витрати квадратного отвору з гострими краями за нормального витікання струменя.

Швидкість витікання струменя з бокового отвору визначаємо за формулою

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot (p_{\text{ст}} + p_{\text{д}})}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \left(118 + \frac{1{,}2 \cdot 10^2}{2}\right)}{1{,}2}} = 17{,}2 \text{ м/с}.$$

Тоді відповідно об'ємна і масова витрати струменя з бокового отвору становлять

$$Q = 0{,}5 \cdot 0{,}01 \cdot 17{,}2 = 0{,}086 \text{ м}^3\text{/с} = 310 \text{ м}^3\text{/год} ;$$

$$M = \rho \cdot Q = 1{,}2 \cdot 310 = 372 \text{ кг/год}.$$

3.8. РІВНЯННЯ КІЛЬКОСТІ РУХУ УСТАЛЕНОГО НЕСТИСЛИВОГО ПОВІТРЯНОГО ПОТОКУ

Теорема про зміну кількості руху системи матеріальних точок формулюється так: похідна від кількості руху системи J за часом дорівнює головному вектору зовнішніх сил, які діють на цю систему

$$\frac{d\mathbf{J}}{dt} = \sum \mathbf{F}. \tag{3.53}$$

За усталеного руху нестисливого потоку зміна кількості руху виділеної системи під час її переміщення за час Δt може бути замінена зміною кількості руху потоку, який протікає за той самий проміжок часу між двома перерізами потоку (за даними Ейлера).

Виділимо у потоці елементарний струмінець. Проведемо у ньому два перерізи *1 – 1* і *2 – 2* і розглянемо об'єм струміньця, який знаходиться між цими перерізами (рис. 3.18).

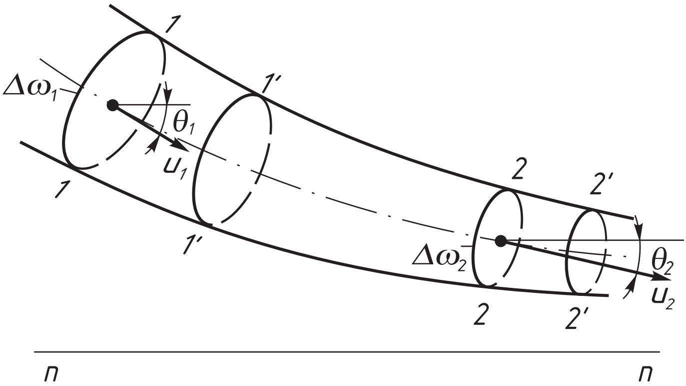


Рис. 3.18. Струмінець з векторами швидкості у перерізах *1 – 1* і *2 – 2* та кутами нахилу їх до лінії *n – n*

Нехай цей об’єм за час Δt зміститься в нове положення, обмежене перерізами *1*' – *1*', *2*' – *2*'. Застосуємо до виділеного об’єму рівняння імпульсу сил, подібно до того, як воно сформульовано в механіці твердого тіла: імпульс результуючої сили дорівнює геометричній різниці кількостей руху.

Позначаючи результуючу всіх сил, які прикладені до даного об’єму через F, а кількість руху – через J, можемо записати векторне рівняння

$$\mathbf{F} \cdot \Delta t = \mathbf{J}_{1'\_2'} - \mathbf{J}_{1\_2} ,$$

де $\mathbf{J}_{1\_2}$ і $\mathbf{J}_{1'\_2'}$ – кількість руху відповідно в об’ємах на ділянках *1_2* і *1*'_*2*'.

За усталеного потоку кількість руху в об’ємі на ділянці *1*'_*2* у часі стала, і тому справедливе рівняння

$$\mathrm{F} \cdot \Delta t = \mathrm{J}_{2\_2'} - \mathrm{J}_{1\_1'} .$$

Кількість руху в об’ємі на ділянці *2_2*'

$$\mathbf{J}_{2\_2'} = \Delta M_{2\_2'} \cdot \mathbf{u}_2 .$$

Кількість руху в об’ємі на ділянці *1_1*'

$$\mathbf{J}_{1\_1'} = \Delta M_{1\_1'} \cdot \mathbf{u}_1 .$$

Підставляючи ці кількості руху в рівняння імпульсу сил, отримаємо такі рівняння кількості руху:

$$\mathbf{F} \cdot \Delta t = \Delta M_{2\_2'} \cdot \mathbf{u}_2 - \Delta M_{1\_1'} \cdot \mathbf{u}_1 .$$

У цьому рівнянні в лівій частині міститься геометрична сума сил, а в правій – геометрична різниця кількостей руху. Це ускладнює використання даного рівняння. Для уникнення цього недоліку проектуємо всі сили і всі швидкості, які входять в останнє рівняння, на пряму *n – n*.

Позначаючи проекцію результуючої сили через F_n, а проекцію швидкості руху – як $U \cdot \cos\theta$ (θ – кут між лінією *n – n* і напрямком швидкості), матимемо

$$F_n \cdot \Delta t = \Delta M_{2\_2'} \cdot u_2 \cdot \cos\theta_2 - \Delta M_{1\_1'} \cdot u_1 \cdot \cos\theta_1 .$$

Підставляючи у цей вираз $\Delta M_{2\_2'} = \rho_2 \cdot \omega_2 \cdot u_2 \cdot \Delta t$ і $\Delta M_{1\_1'} = = \rho_1 \cdot \omega_1 \cdot u_1 \cdot \Delta t$ і скорочуючи на Δt, отримаємо **рівняння кількості руху** (у проекціях на заданий напрямок *n – n*):

$$F_n = \rho_2 \cdot \omega_2 \cdot u_2^2 \cdot \cos\theta_2 - \rho_1 \cdot \omega_1 \cdot u_1^2 \cdot \cos\theta_1 . \qquad (3.54)$$

Запишемо рівняння (3.54) у диференційній формі

$$dF_n = \rho_2 \cdot u_2^2 \cdot \cos\theta_2 \cdot d\omega_2 - \rho_1 \cdot u_1^2 \cdot \cos\theta_1 \cdot d\omega_1 .$$

Інтегруючи це рівняння (за сталих ρ і θ у кожному з перерізів), отримаємо

$$F_n = \rho_2 \cdot \cos\theta_2 \cdot \int_\omega u_2^2 \cdot d\omega_2 - \rho_1 \cdot \cos\theta_1 \cdot \int_\omega u_1^2 \cdot d\omega_1 .$$

Застосовуючи теорему про середнє, матимемо

$$F_n = \rho_2 \cdot \omega_2 \cdot \left(v_2^2\right)_{\text{сер}} \cdot \cos\theta_2 - \rho_1 \cdot \omega_1 \cdot \left(v_1^2\right)_{\text{сер}} \cdot \cos\theta_1 . \qquad (3.55)$$

Замінимо середню величину квадрата швидкості на квадрат середньої (за площею) швидкості

$$\left(v^2\right)_{\text{сер}} = \beta \cdot v_{\text{сер}}^2 ,$$

де β – **коефіцієнт Буссінеска** (коефіцієнт кількості руху), який визначається за формулою

$$\beta = \frac{\int_\omega u^2 \cdot d\omega}{v^2 \cdot \omega} = \frac{\left(v^2\right)_{\text{сер}}}{v_{\text{сер}}^2} = \frac{1}{k^2 \cdot v_{\text{ос}}^2 \cdot \omega} \cdot \int_\omega v^2 \cdot d\omega = \frac{1}{k^2} \cdot \int_0^1 \bar{v}^2 \cdot d\bar{\omega} , \qquad (3.56)$$

де $\overline{v} = v / v_{\text{ос}}$ і $d\overline{\omega} = d\omega / \omega$; k – коефіцієнт поля швидкостей.

Коефіцієнт Буссінеска пов’язаний з коефіцієнтом Коріоліса співвідношенням

$$\beta = \frac{\alpha + 2}{3} . \tag{3.57}$$

Коефіцієнт β ≥ 1; тільки для рівномірного поля швидкостей β = 1.

Тоді кінцеве рівняння кількості руху матиме вигляд

$$F_n = \beta_2 \cdot \rho_2 \cdot \omega_2 \cdot v_{2\text{сер}}^2 \cdot \cos\,\theta_2 - \beta_1 \cdot \rho_1 \cdot \omega_1 \cdot v_{1\text{сер}}^2 \cdot \cos\,\theta_1 . \tag{3.58}$$

Приклад 3.13. Визначити силу тяги лопастей осьового вентилятора, вмонтованого в горизонтальний повітропровід круглого перерізу діаметром d = 0,5 м (рис. 3.19). Надлишковий статичний тиск перед вентилятором $p_{\text{ст}1}$ = –50 Па, за вентилятором – $p_{\text{ст}2}$ = = 200 Па.

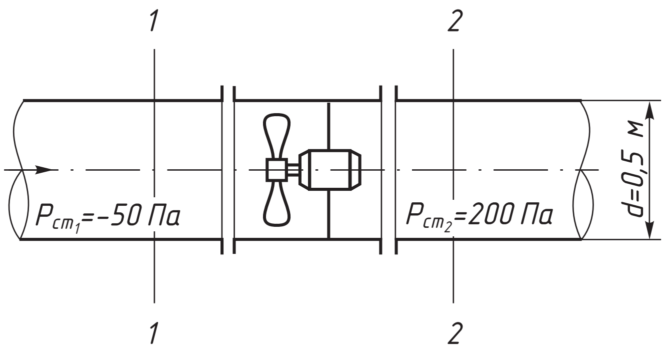


Рис. 3.19. До визначення сили тяги лопастей осьового вентилятора

Р о з в ’ я з у в а н н я

Проводячи перерізи *1 – 1* і *2 – 2*, складемо рівняння кількості руху (3.58) у проекціях на поздовжню вісь повітропроводу.

Для складання цього рівняння вважатимемо, що $\beta_1 = \beta_2$, $\rho_1 = \rho_2$ і $v_{1\text{сер}} = v_{2\,\text{сер}}$, а силою тертя повітряного потоку зі стінками повітропроводу нехтуємо (вона мала за величиною). У такому випадку рівняння кількості руху матиме вигляд

$$\frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot p_{\text{ст}1} - \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot p_{\text{ст}2} + F = 0,$$

де F – результуюча сила тиску лопастей на повітряний потік, яка числово дорівнює тязі лопастей (тяга лопастей скерована у протилежний бік).

$$F = \left(p_{\text{ст}2} - p_{\text{ст}1}\right) \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \left[200 - (-50)\right] \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}5^2}{4} \cong 49{,}1 \text{ Па}.$$

Приклад 3.14. Визначити зовнішню силу F, яка діє на систему, користуючись законом збереження імпульсу руху.

Р о з в ’ я з у в а н н я

Кількість руху повітряного потоку визначаємо за формулою

$$J = m \cdot v, \text{ кг} \cdot \text{м/с},$$

де m – маса потоку, кг; v – середня швидкість потоку, м/с.

За другим законом Ньютона у механіці сила, яка діє на систему, визначається за формулою

$$F = m \cdot \frac{dv}{dt}, \text{Н}.$$

Порівнюючи перше і друге рівняння, отримаємо

$$F = \frac{dJ}{dt}.$$

Отже, різниця між кількостями руху J_2 і J_1 при виході із замкненої системи і вході в неї є рівноважною із зовнішньою силою F, тобто,

$$F = J_2 - J_1.$$

Приклад 3.15. Визначити силу тиску повітряного струменя на вертикальну стінку (рис. 3.20). Витрата струменя Q = 0,1 м^3/с за густини ρ = 1,2 кг/м^3. Швидкість в момент удару у стінку v = 10 м/с.

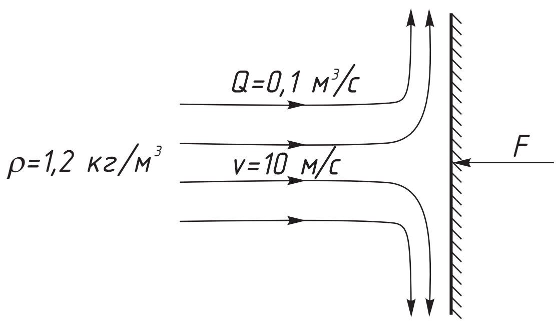


Рис. 3.20. Схема вдаряння повітряного струменя в стінку

Р о з в ’ я з у в а н н я

Визначаємо початкову кількість руху

$$J_1 = Q \cdot \rho \cdot v = 0{,}1 \cdot 1{,}2 \cdot 10 = 1{,}2 \text{ Н}.$$

Кінцева кількість руху становить

$$J_2 = 0.$$

Визначаємо зовнішню силу F, яка забезпечує рівновагу тиску струменя

$$F = J_2 - J_1 = 0 - 1{,}2 = -1{,}2 \text{ Н}.$$

3.9. РІВНЯННЯ НЕРОЗРИВНОСТІ ПОВІТРЯНОГО ПОТОКУ

Виділимо у потоці деякий об’єм ΔV з масою ΔM. Згідно з основним законом фізики, маса цього об’єму не змінюватиметься з часом, тобто,

$$\frac{d(\Delta M)}{dt} = 0. \tag{3.59}$$

В окремому випадку, коли густина потоку стала (для нестисливого газу), матимемо

$$\frac{d(\Delta V)}{dt} = 0. \tag{3.60}$$

З рівняння (3.60) видно, що об’єм за різних деформацій, які виникають у потоці, залишається сталим.

Тобто, спостерігається **принцип нерозривності потоку**, який полягає у тому, що потік по всій його довжині залишається цільним, без утворення пустот і розривів.

Виділимо всередині повітряного потоку нерухомий контур у формі елементарного паралелепіпеда з ребрами dx, dy, dz (рис. 3.21). Позначимо швидкість повітряного потоку, який втікає у ліву грань паралелепіпеда, через u_x. Швидкість повітряного потоку, який витікає з правої грані внаслідок неперервності поля швидкостей, становить $u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} \cdot dx$. Оскільки даний елементарний об’єм нерухомий, зміна швидкості не залежить від часу. У напрямку осі x через ліву грань втікає за 1 с повітряний потік масою $-\rho \cdot u_x \cdot dy \cdot dz$, а витікає через праву грань потік масою $+\rho \cdot \left(u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} \cdot dx \right) \cdot dy \cdot dz$. Значить за 1 с з паралелепіпеда витікає у напрямку осі x повітря більше ніж втікає, на величину $\rho \cdot \frac{\partial u_x}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz$. Аналогічні вирази отримаємо і для напрямків y і z. Закон збереження маси вимагає, щоби сума трьох отриманих приростів дорівнювала нулю

$$\rho \cdot \frac{\partial u_x}{\partial x} \cdot dx \cdot dy \cdot dz + \rho \cdot \frac{\partial u_y}{\partial y} \cdot dx \cdot dy \cdot dz + \rho \cdot \frac{\partial u_z}{\partial z} \cdot dx \cdot dy \cdot dz = 0.$$

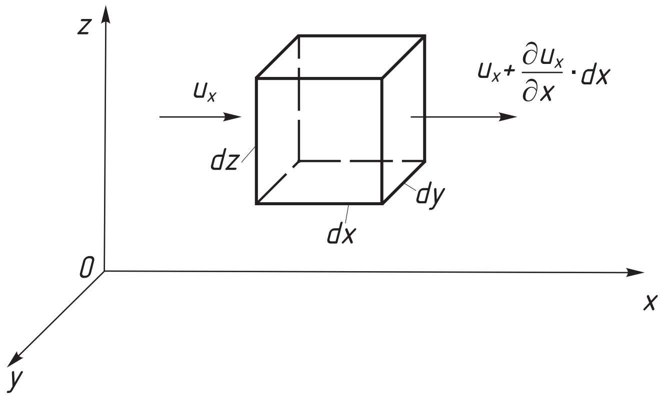


Рис. 3.21. До виведення рівняння нерозривності потоку

Для нестисливого потоку ρ = const, а тому після скорочення на $\rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz$ отримаємо **рівняння нерозривності потоку** в диференційному вигляді

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0, \tag{3.61}$$

тобто витрата нестисливого потоку в даній точці, зарахована до одиниці об’єму (об’ємне розширення потоку) дорівнює нулю.

У теорії поля ліва частина виразу (3.61) називається **розбіжністю**, або **дивергенцією вектора швидкості**

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0.$$

Приклад 3.16. Перевірити, чи існує рух при ρ = const, якщо він заданий такими проекціями швидкості:

$$u_x = -6 \cdot (x + y); \qquad u_y = 2 \cdot y + z; \qquad u_z = x + y + 4 \cdot z.$$

Р о з в ’ я з у в а н н я

Запишемо рівняння нерозривності (3.61)

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = -6 + 2 + 4 = 0.$$

Оскільки сума складових рівняння дорівнює нулю, то потік існує.

Розділ четвертий

ВІДНОСНИЙ РУХ ПОВІТРЯНОГО ПОТОКУ І ТВЕРДОГО ТІЛА

4.1. ПРИГРАНИЧНА (МЕЖОВА) ДІЛЯНКА ТЕЧІЇ

Під час обтікання твердого тіла повітряним потоком або під час руху твердого тіла у спокійному повітрі виникають аеродинамічні опори. Ці опори виявляються у безпосередній близькості від самого тіла і визначаються дією сил в’язкості та сил, які виникають завдяки різниці тисків на лобовій і тильній поверхнях тіла. Співвідношення між силами тертя і тиску може бути різним залежно від форми твердого тіла, напрямку руху потоку повітря та інших факторів.

Так, наприклад, під час обтікання повітряним потоком плоскої тонкої пластинки, встановленої вздовж напрямку векторів швидкості набігаючого потоку, опір визначається переважно силами тертя, які виникають на бокових поверхнях пластинки (рис. 4.1, *а*). Якщо потік набігає на пластинку вздовж нормалі до її поверхні (рис. 4.1, *б*), то ефект дії сил тертя (сил в’язкості) дуже незначний і опір залежить загалом від різниці тисків на лобовій і тильній поверхнях пластинки. Під час обтікання повітряним потоком тіла довільної форми сили в’язкості і сили тиску можуть бути приблизно однакові за величиною (рис. 4.1, *в*).

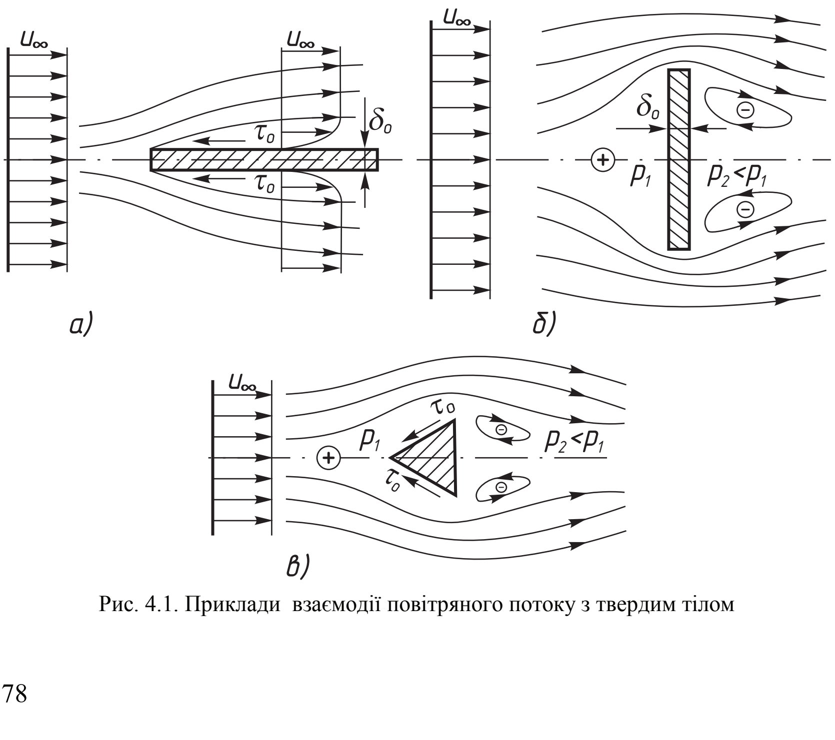


Рис. 4.1. Приклади взаємодії повітряного потоку з твердим тілом

Під час руху повітряного потоку вздовж твердої поверхні у безпосередній близькості від неї утворюється шар, в межах якого інтенсивність дії сил в'язкості велика і співрозмірна з інтенсивністю сил інерції та аеродинамічного тиску. Вплив в'язкості призводить до того, що у цьому шарі швидкість різко змінюється від нуля (умова "прилипання") до значення швидкості набігаючого на тіло незбуреного потоку.

Ділянка потоку, у якій відбувається перехід від нульової швидкості біля стінки до швидкості незбуреного потоку, називається **пограничним (межовим) шаром** (рис. 4.2).

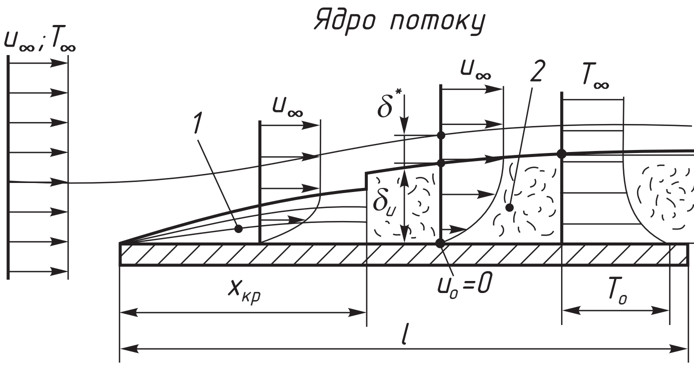


Рис. 4.2. Схема обтікання пластинки повітряним потоком:
1 – ламінарний пограничний шар;
2 – турбулентний пограничний шар

За межами пограничного шару вплив в'язкості дуже малий, а тому незбурений повітряний потік можна вважати безвихровим. Тобто зовнішній незбурений потік можна вивчати методами теорії нев'язкої рідини (газу), тоді як для пограничного шару ці методи застосувати неможливо. Однак, поділ потоку на дві ділянки не означає, що вони ізольовані одна від одної. Границю між ними можна провести лише умовно, при цьому у розрахунках її звичайно визначають, враховуючи умови, що швидкість на зовнішній межі пограничного шару відрізняється від швидкості незбуреного потоку на задане мале значення (наприклад, на 1 % або на 0,5 %).

Товщина пограничного шару не залишається сталою у напрямку руху – вона постійно збільшується. Однак, як показують експериментальні і теоретичні дослідження, товщина пограничного шару неспіврозмірно менша за відстань від лобової поверхні тіла до перерізу, який розглядається.

Пограничний шар може бути **ламінарним** і **турбулентним**. Перехід від одного режиму течії до іншого визначається розмірами тіла, його формою, ступенем турбулентності набігаючого повітряного потоку тощо.

На початку тіла, яке обтікається повітряним потоком, товщина приграничного шару мала і рух у ньому має ламінарний характер. Під час руху, як видно з рис. 4.2, товщина приграничного шару збільшується і на деякій відстані *x* ламінарний режим змінюється на турбулентний. При цьому в місці переходу товщина приграничного шару різко зростає.

Умови переходу ламінарного приграничного шару у турбулентний залежать від режиму обтікання, який визначається числом Рейнольдса, від ступеня турбулентності набігаючого повітряного потоку і від форми тіла. Якщо за характерний лінійний параметр взяти товщину приграничного шару δ, то згідно з експериментальними даними для пластинки критичне число Рейнольдса, за якого відбувається вказаний перехід, становить $\mathrm{Re}_{\text{кр}\,\delta} = 2750\ldots3500$, тобто значення, яке близьке до $\mathrm{Re}_{\text{кр}}$ під час руху повітря у трубопроводах. Якщо за характерний лінійний параметр взяти відстань *x*, то для тієї самої пластинки маємо

$$\mathrm{Re}_{\text{кр}\,x} = \frac{u_\infty \cdot x}{\nu} = 3...5 \cdot 10^5 . \qquad (4.1)$$

Із залежності (4.1) видно, що знаючи $\mathrm{Re}_{\text{кр}}$ і задаючись швидкістю незбуреного повітряного потоку u_∞, можна визначити відстань *x*, за якою ламінарний приграничний шар переходить у турбулентний. Наприклад, для обтікання пластинки при u_∞ = 10 м/с і кінематичній в’язкості повітря $\nu = 0{,}15 \cdot 10^{-4}$ м^2/с:

$$x = (3 \cdot 10^5) \cdot (0{,}15 \cdot 10^{-4}) / 10 = 0{,}45 \text{ м}.$$

Якщо режим обтікання охарактеризувати числом Re, яке зараховане до довжини тіла ($\mathrm{Re}_l = u_\infty \cdot l / \nu$), то відносна відстань місця переходу ламінарного приграничного шару у турбулентний становить x/l = $= \mathrm{Re}_x / \mathrm{Re}_l$. Для великих значень Re_l відношення x/l настільки мале, що приграничний шар на всій довжині тіла можна вважати турбулентним.

Теоретичні і експериментальні дослідженння обтікання пластини показують, що відносну товщину приграничного шару для ламінарного і турбулентного режимів можна відподно представити виразами

$$\textit{ламінарний} \quad - \delta/x = 5/\mathrm{Re}_x^{\;0,5}; \qquad \delta \approx 5 \cdot \sqrt{(\nu / u_\infty) \cdot x}\ ; \qquad (4.2)$$

$$\textit{турбулентний} - \delta/x = 0{,}37/\mathrm{Re}_x^{\;0,2}; \quad \delta \approx 0{,}37 \cdot \sqrt[5]{(\nu / u_\infty) \cdot x^4}\ . \qquad (4.3)$$

Ділянка, у межах якої відбувається вирівнювання епюри швидкості до епюри незбуреного потоку, називається **аеродинамічним слідом**. Розміри цього сліду і структура потоку у ньому мають велике значення в аеродинамічних розрахунках промислових і цивільних будинків та споруд.

Приклад 4.1. Визначити критичну відстань і товщину швидкісного приграничного (межового) шару на відстані x = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8 і 2,0 м під час обтікання тонкої полірованої пластинки незбуреним повітряним потоком зі швидкістю $u_\infty = 20$ м/с і кінематичною в'язкістю $\nu = 0{,}15 \cdot 10^{-4}$ м^2/с.

Р о з в ' я з у в а н н я

Визначаємо критичну відстань, на якій ламінарна область межового шару переходить в турбулентну, за умови $\mathrm{Re}_{\text{кр}\,x} = 3 \cdot 10^5$ (4.1):

$$x_{\text{кр}} = \mathrm{Re}_{\text{кр}\,x} \cdot \nu / u_\infty = 3 \cdot 10^5 \cdot 0{,}15 \cdot 10^{-4} / 20 = 0{,}225 \text{ м}.$$

Визначаємо числа Re на відповідній відстані x:

$$\mathrm{Re}_{x=0,2} = u_\infty \cdot x / \nu = 20 \cdot 0{,}2 / \left(0{,}15 \cdot 10^{-4}\right) = 2{,}67 \cdot 10^5;$$

$$\mathrm{Re}_{x=0,4} = u_\infty \cdot x / \nu = 20 \cdot 0{,}4 / \left(0{,}15 \cdot 10^{-4}\right) = 5{,}33 \cdot 10^5;$$

$$\mathrm{Re}_{x=0,6} = u_\infty \cdot x / \nu = 20 \cdot 0{,}6 / \left(0{,}15 \cdot 10^{-4}\right) = 8 \cdot 10^5;$$

$$\mathrm{Re}_{x=0,8} = u_\infty \cdot x / \nu = 20 \cdot 0{,}8 / \left(0{,}15 \cdot 10^{-4}\right) = 10{,}67 \cdot 10^5;$$

$$\mathrm{Re}_{x=1,2} = u_\infty \cdot x / \nu = 20 \cdot 1{,}2 / \left(0{,}15 \cdot 10^{-4}\right) = 16 \cdot 10^5.$$

Товщину межового шару у ламінарній області на відстані x = 0,2 м визначаємо за формулою (4.2)

$$\delta_{x=0,2} = x \cdot \frac{5}{\mathrm{Re}_x^{0,5}} = 0{,}2 \cdot \frac{5}{\left(2{,}67 \cdot 10^5\right)^{0,5}} = 1{,}94 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 1{,}94 \text{ мм}.$$

Товщину межового шару у турбулентній області на відстані $x \geq 0{,}4$ м визначаємо за формулою (4.3)

$$\delta_{x=0,4} = x \cdot \frac{0{,}37}{\mathrm{Re}_x^{0,2}} = 0{,}4 \cdot \frac{0{,}37}{\left(5{,}33 \cdot 10^5\right)^{0,2}} = 0{,}0106 \text{ м} = 10{,}6 \text{ мм};$$

$$\delta_{x=0,6} = x \cdot \frac{0{,}37}{\mathrm{Re}_x^{0,2}} = 0{,}6 \cdot \frac{0{,}37}{\left(8 \cdot 10^5\right)^{0,2}} = 0{,}0146 \text{ м} = 14{,}6 \text{ мм};$$

$$\delta_{x=0,8} = x \cdot \frac{0{,}37}{\mathrm{Re}_x^{0,2}} = 0{,}8 \cdot \frac{0{,}37}{\left(10{,}67 \cdot 10^5\right)^{0,2}} = 0{,}0184 \text{ м} = 18{,}4 \text{ мм};$$

$$\delta_{x=1,2} = x \cdot \frac{0{,}37}{\mathrm{Re}_x^{0,2}} = 1{,}2 \cdot \frac{0{,}37}{\left(16 \cdot 10^5\right)^{0,2}} = 0{,}0255 \text{ м} = 25{,}5 \text{ мм}.$$

Виконаний розрахунок переконує, що товщина приграничного (межового) шару загалом незначна, а товщина турбулентного шару набагато більша від ламінарного.

Визначення товщини приграничного шару є дещо довільним, оскільки зміна швидкості від нуля до значення, яке відповідає **швидкості незбуреного потоку** u_∞, відбувається асимптотично. Тому для характеристики приграничного шару використовують також і інші показники: **товщину витіснення** δ^* (рис. 4.3) і **товщину втрати імпульсу** δ^{**}.

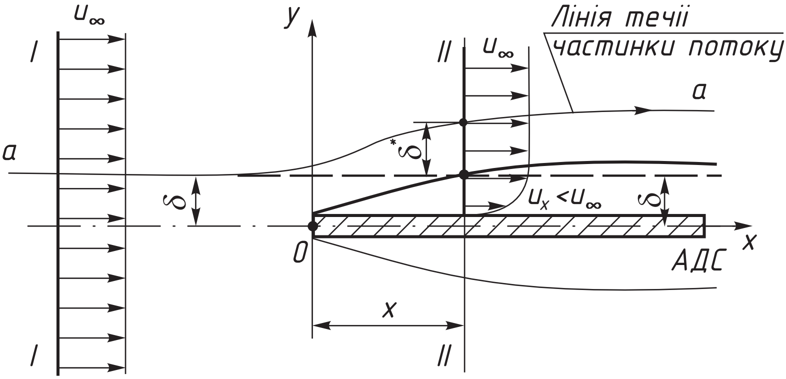


Рис. 4.3. До визначення товщини витіснення:

АДС – аеродинамічний слід; *а–а* – лінія течії потоку

Товщина витіснення. Для розглядання картини обтікання плоскої пластинки потоком повітря (рис. 4.3) для ліній течії незбуреного потоку, які паралельні до пластинки, виберемо довільний поперечний переріз *II – II* потоку на відстані *x* від лобової поверхні пластинки. Товщину приграничного шару у цьому перерізі приймаємо такою, що дорівнює δ.

Прослідкуємо за рухом частинки повітря вздовж лінії течії *а–а*, яка знаходиться на відстані $y = \delta$ від поверхні пластинки. Ліворуч від точки 0 (переріз *I – I*) за від'ємних значень *x* витрата повітряного потоку, яке протікає в шарі заввишки δ, дорівнює $u_\infty \cdot \delta$ (для плоскої задачі). Ця витрата для усталеного руху буде завжди більшою за витрату в перерізі *II – II* у шарі $y = \delta$, оскільки у приграничному шарі швидкість асимптотично змінюється від $u_x = 0$ до $u_x = u_\infty$. *Для того, щоб через переріз II – II пройшла та сама витрата, що і через переріз I – I заввишки* δ, *необхідно збільшити переріз II – II потоку на деяку величину* δ^*.

Для визначення δ^* запишемо тотожність витрат у перерізах *I – I* і *II – II*:

$$u_\infty \cdot \delta = u_\infty \cdot \delta^* + \int_0^\delta u_x dy\,, \tag{4.4}$$

де $u_\infty \cdot \delta^*$ – витрата в перерізі *II – II* у шарі завтовшки δ^*; $\int_0^\delta u_x dy$ – те саме, у шарі завтовшки δ (пограничному шарі).

З рівняння (4.4) можна визначити величину δ^*, яка називається в гідроаеромеханіці **товщиною витіснення**

$$\delta^* = \frac{u_\infty \cdot \delta - \int_0^\delta u_x dy}{u_\infty} = \delta - \int_0^\delta \frac{u_x}{u_\infty} dy\,. \tag{4.5}$$

Оскільки $\delta = \int_0^\delta dy$, то рівняння (4.5) можна записати у вигляді $\delta^* = \int_0^\delta (1 - \frac{u_x}{u_\infty}) dy$. Величина δ^* фактично не залежить від точності визначення δ, тому що вже для деяких значень *y* швидкість на зовнішній границі δ практично дорівнює u_∞. Тому рівняння (4.5) можна записати так:

$$\delta^* = \int_\delta^\infty (1 - \frac{u_x}{u_\infty}) dy\,. \tag{4.6}$$

Отже, *товщина витіснення* є величиною зміщення ліній течії в'язкої рідини (газу) відносно ліній течії нев'язкої рідини (газу), яке зумовлене впливом сил в'язкості у пограничному шарі.

Товщина витіснення характеризує також ту частину витрати, яка втрачається у пограничному шарі завтовшки δ внаслідок гальмівної дії сил тертя на твердій поверхні.

Товщина втрат імпульсу – величина, яка визначається інтегралом

$$\delta^{**} = \int_0^\infty \frac{u_x}{u_\infty} \cdot (1 - \frac{u_x}{u_\infty}) dy\,. \tag{4.7}$$

Перепишемо рівняння (4.7) так:

$$\rho \cdot u_\infty^2 \cdot \delta^{**} = \int_0^\infty \rho \cdot u_x \cdot (u_\infty - u_x) dy \, . \qquad (4.8)$$

Тоді за аналогією визначення товщини витіснення можна констатувати, що *товщина втрати імпульсу* характеризує ту частину кількості руху (імпульсу) в'язкої рідини (газу), яка втрачається у пограничному шарі завтовшки δ внаслідок гальмівної дії сил тертя у межах шару.

Поняття про приграничний шар також тісно пов'язане не тільки з аеродинамічним опором, а й з теплоперенесенням під час обтікання тіл повітряним потоком або під час руху тіл у повітряному середовищі.

Температурний приграничний шар. Температурне поле поблизу тіла, яке обтікається повітряним потоком, має характер приграничного шару (рис. 4.4). Відповідний приграничний шар потоку показаний на рис. 4.2. Нехай температура поверхні T_0 нагрітої пластинки залишається сталою. Всередині температурного приграничного шару завтовшки $\delta_т$ температура зменшується до сталого значення, яке відповідає температурі зовнішнього потоку T_∞.

Для ламінарного приграничного шару згідно з рівнянням (4.2) товщина швидкісного приграничного шару потоку $\delta_u \approx \sqrt{\nu}$. Для нестисливого потоку (ρ = const) $\delta_u \approx \sqrt{\mu}$. Аналогічно для товщини температурного приграничного шару

$$\delta_т \approx \sqrt{\lambda} \, . \qquad (4.9)$$

Відношення товщин швидкісного і температурного приграничних шарів становить

$$\frac{\delta_u}{\delta_т} = \sqrt{\frac{\mu \cdot c_p}{\lambda}} = \sqrt{\Pr} \, , \qquad (4.10)$$

де c_p – питома теплоємність газу за сталого тиску.

Відношення $\mu \cdot c_p / \lambda$ є безрозмірною величиною і називається **числом Прандтля**

$$\Pr = \mu \cdot c_p / \lambda \, . \qquad (4.11)$$

Число Прандтля залежить тільки від коефіцієнтів в'язкості і теплопровідності середовища. Воно характеризує їх співвідношення.

Для повітря Pr ≅ 0,72 і практично не залежить від температури, а тому швидкісний і температурний приграничні шари мають наближено однакову товщину. Для інших середовищ існують інші співвідношення.

Для мастил з високою в’язкістю Pr $\cong$ 10 000, тобто $\delta_u >> \delta_т$. Для води Pr $\cong$ 7, тобто $\delta_u > \delta_т$.

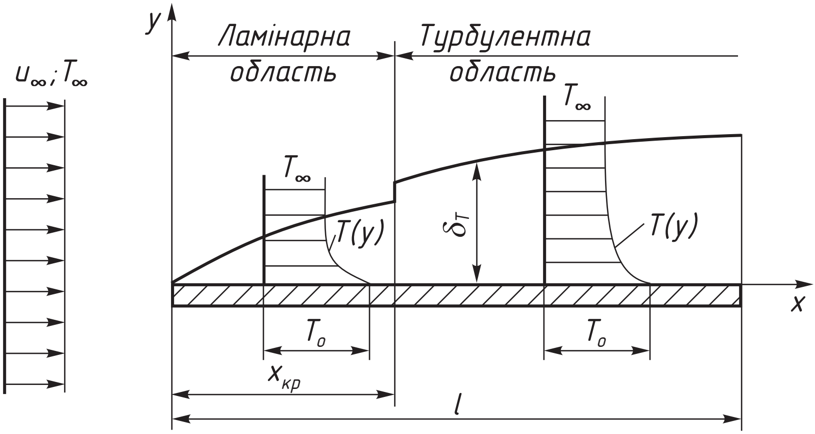


Рис. 4.4. Температурний пригранічний шар
під час обтікання пластинки повітряним потоком

У *нестисливому потоці* теплота стиснення і теплота внутрішнього тертя, яка виникає внаслідок розсіювання кінетичної енергії, не впливають на розподіл температур у пригранічному шарі. Визначальним є перенесення теплоти завдяки теплопровідності і конвекції. Звідси витікає, що *температурне поле залежить від поля швидкостей потоку, але не навпаки*.

Найпростіші і наочні співвідношення між полем швидкостей (рис. 4.2) і температурним полем пригранічного шару (рис. 4.4) показані на рис. 4.5.

Для ламінарного потоку епюри швидкості $u(y)$ і температури $T(y)$ ідентичні у безрозмірній формі

$$\frac{u(y)}{u_\infty} = \frac{T(y) - T_\infty}{T_0 - T_\infty}. \tag{4.12}$$

Отже, існує взаємозв’язок між градієнтом швидкості вздовж стінки пластинки $(du/dy)_0$, тобто тангенціальним напруженням, з одного боку, і градієнтом температури вздовж стінки $(dT/dy)_W$, тобто теплопровідністю, з іншого. Після перетворення лівої і правої частин рівняння (4.12) випливає

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{1}{2} \cdot C'_F(x) \cdot \mathrm{Re}_x. \tag{4.13}$$

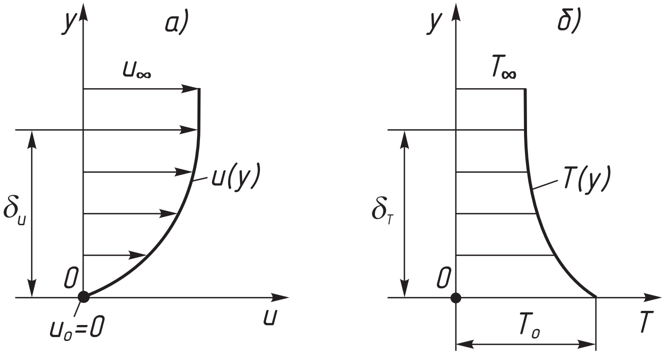


Рис. 4.5. Розподіл швидкостей і температур
у ламінарному приграничному шарі
під час обтікання гладкої пластинки
повітряним потоком $\delta_u = \delta_т$; Pr = 0,72
(можна для повітря замість 0,72 приймати 1,0)

Отримане рівняння (4.13) – це **рівняння аналогії Рейнольдса** між тангенціальним напруженням вздовж стінки і теплопровідністю, в якому

$$C'_F(x) = \tau_0(x)/(\rho \cdot u_\infty^2/2) \tag{4.14}$$

означає *відносне тангенціальне напруження вздовж стінки*; $\mathrm{Re}_x = u_\infty \cdot x/\nu$ – **число Рейнольдса** (x – лінійний розмір вздовж переміщення потоку);

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{\dot{q}_0(x) \cdot x}{\lambda \cdot (T_0 - T_\infty)} \quad - \tag{4.15}$$

це густина теплового потоку вздовж стінки, яку ще називають **числом Нуссельта** ($\dot{q}_0(x)$ – питомий тепловий потік).

Під час турбулентного потоку внаслідок сильних дифузійних процесів виникає додаткова густина теплового потоку

$$\dot{q}_{turb} = \rho \cdot c_p \cdot \Delta v' \cdot \Delta T', \tag{4.16}$$

де $\Delta v' = v' - \bar{v}$ і $\Delta T' = T' - \bar{T}$ – відповідно *пульсаційна швидкість* і *температура.*

Тангенціальні напруження і густини теплового потоку, які виникають у турбулентному потоці, визначають за рівняннями

$$\tau = \mu \cdot d\overline{u} / dy - \rho \cdot \Delta u' \cdot \Delta v' = (\mu + A_\tau) \cdot d\overline{u} / dy ; \qquad (4.17)$$

$$\dot{q} = -\lambda \cdot d\overline{T} / dy + \rho \cdot c_p \cdot \Delta v' \cdot \Delta T' = -(\lambda + c_p \cdot A_q) \cdot d\overline{T} / dy . \qquad (4.18)$$

У цих виразах штрих означає миттєве, а горизонтальна риска – середнє значення; $\Delta u' = u' - \overline{u}$, $\Delta v'$, $\Delta T'$ – величини випадкових відхилень від середніх значень (так звані пульсації); A_τ, A_q – коефіцієнти дифузії.

Введення у рівняння (4.17) і (4.18) коефіцієнтів дифузії A_τ і A_q рівнозначне умовному збільшенню коефіцієнтів динамічної в'язкості і теплопровідності.

Аналогічно числу Прандтля для ламінарних обмінних процесів за рівнянням (4.12) співвідношення коефіцієнтів дифузії становить

$$\mathrm{Pr}_{turb} = A_\tau / A_q \qquad (4.19)$$

і його називають *числом Прандтля для турбулентних обмінних процесів*.

У турбулентних потоках з достатнім ступенем точності приймають $\mathrm{Pr}_{turb} \cong 1$.

Це означає, що для умовно збільшених коефіцієнтів динамічної в'язкості і теплопровідності у турбулентному потоці існують однакові закономірності, які виражені рівнянням (4.12). Рівняння аналогії Рейнольдса (4.13) справедливе також і для турбулентних шарів пограничної ділянки пластинки.

Якщо у рівнянні (4.13) використати розмірні величини, то густина теплового потоку для поздовжнього обтікання пластинки визначається виразом

$$\dot{q}_0 = \left[\lambda \cdot (T_0 - T_\infty)/\delta\right] \cdot \left[d(u(y)/u_\infty)_0\right] / d(y/\delta) . \qquad (4.20)$$

Звідси видно, що теплоперенесеня у стінці пропорційне коефіцієнтові теплопровідності повітря λ і різниці температур $T_0 - T_\infty$.

На початку пластинки, де пограничний шар потоку тонкий, спостерігається підвищений теплообмін. Після переходу режиму течії з ламінарного у турбулентний товщина пограничного шару зростає доволі швидко. При цьому домінуюче зростання градієнта швидкості посилює теплообмін порівняно з ламінарним пограничним шаром.

Під час розглядання багатьох технічних проблем співвідношення для визначення густини теплового потоку (4.20) встановити дуже важко, а то й неможливо, на відміну від поздовжнього обтікання пластинки. Тоді залежність (4.20) застосовують у вигляді

$$\dot{q}_0 = \alpha \cdot (T_0 - T_\infty)\ . \qquad (4.21)$$

Разом з тим проблема полягає у правильному підборі коефіцієнта тепловіддачі α, значення якого для відповідних умов можна взяти з літературних джерел.

4.2. ХАРАКТЕРИСТИКА РУХУ ПОВІТРЯНОГО ПОТОКУ У ПОЧАТКОВИХ ДІЛЯНКАХ ВСМОКТУВАЛЬНИХ ТРУБ І КАНАЛІВ

Схема руху у межах початкової ділянки трубопроводу під час всмоктування повітря зображена на рис. 4.6.

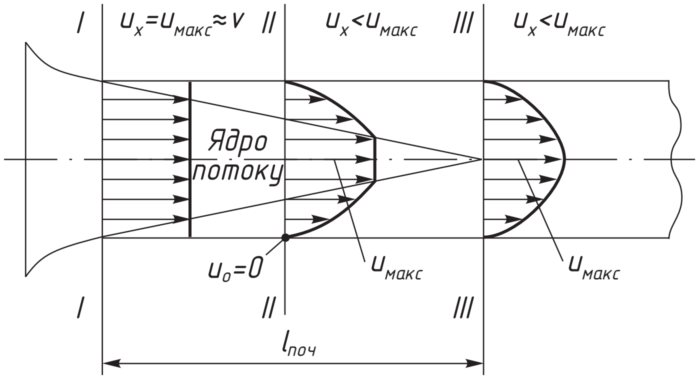


Рис. 4.6. Схема руху повітря
у межах початкової ділянки всмоктувального трубопроводу

Закономірності руху у пригранічному шарі дозволяють визначити величину і втрати енергії у межах початкової ділянки повітропроводу. Початкова ділянка повітропроводу у межах від перерізів *I – I* до *III – III* (рис. 4.6) може бути подана у вигляді двох різних за структурою областей руху: пригранічного шару, товщина якого постійно збільшується, і ядра потоку, у межах якого швидкість залишається сталою і дорівнює максимальній швидкості ($u_x \cong u_{\text{макс}}$). На початковій ділянці повітропроводу епюра швидкостей неперервно деформується, а в її кінці вона стабілізується і набуває вигляду, який відповідає рівномірному рухові повітря у довгому трубопроводі.

Довжину початкової ділянки $l_{\text{поч}}$, для гладких трубопроводів, можна наближено визначити за формулою (4.3), підставляючи у неї замість товщини δ радіус трубопроводу $r = d / 2$, а замість x – довжину $l_{\text{поч}}$. Тоді

$$\frac{d}{2l_{\text{поч}}} = \frac{0{,}37}{\text{Re}_{l_{\text{поч}}}^{0{,}25}}, \text{ або } \frac{l_{\text{поч}}}{d} = 1{,}35 \cdot \text{Re}_{l_{\text{поч}}}^{0{,}25}. \qquad (4.22)$$

Якщо умовно прийняти, що перехід від ламінарного приграничного шару до турбулентного відбувається на відстані $x/d \approx 1$, то з врахуванням умови $\text{Re}_{\text{кр}_l} = 3 \cdot 10^5$

$$\text{Re}_{l_{\text{поч}}} = \text{Re}_{\text{кр}_l} \cdot \frac{l_{\text{поч}}}{d} = 3 \cdot 10^5 \cdot \frac{l_{\text{поч}}}{d}. \qquad (4.23)$$

Підставляючи співвідношення (4.23) у рівняння (4.22), отримаємо

$$l_{\text{поч}} / d = 1{,}35 \cdot 12{,}5 \cdot (l_{\text{поч}} / d)^{0{,}25} = 16{,}9 \cdot (l_{\text{поч}} / d)^{0{,}25}, \text{ звідси } l_{\text{поч}} / d = 35.$$

Згідно з дослідними даними для плавного входу у повітропровід

$$l_{\text{поч}} / d = 40...50;$$

а в разі гострих країв або скерувальної гратки

$$l_{\text{поч}} / d \approx 20.$$

Довжина початкової ділянки зменшується зі збільшенням шорсткості стінок повітропроводу.

Наведені у літературі дослідження показали, що опір початкової ділянки повітропроводу мало відрізняється від опору повітропроводу відповідної довжини з нормальною епюрою швидкостей. Практично цією різницею нехтують.

4.3. ВІДРИВАННЯ ПРИГРАНИЧНОГО ШАРУ І ФОРМУВАННЯ ВІДРИВНИХ ТЕЧІЙ

Опір під час обтікання твердого тіла (крім пластинки, орієнтованої вздовж ліній течії набігаючого потоку) повітрям чи рідиною визначається не тільки дотичними напруженнями, які виникають на твердих границях, але й впливом вихрового сліду, який утворюється за тілом. Утворення вихрового сліду пов’язане з явищем відривання приграничного шару.

Під час обтікання тіла з різкозмінним профілем поверхні відривання приграничного шару є наслідком прояву інерційних сил у межах цього шару. Стан відривання приграничного шару у цьому випадку зрозумілий з рис. 4.7.

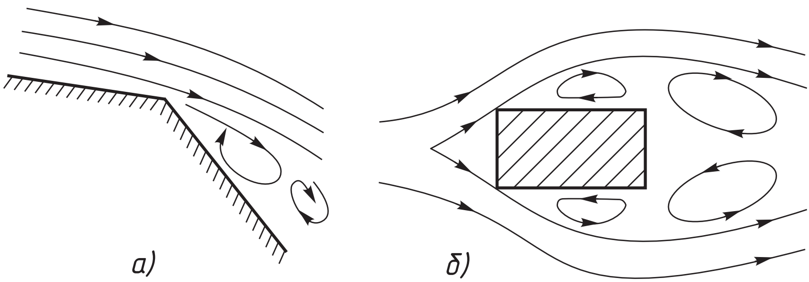


Рис. 4.7. Відривання пригранічного шару
на ламаній поверхні

Під час обтікання плавної криволінійної поверхні відривання пригранічного шару пов'язане з характером зміни тиску поблизу твердої поверхні. Розглянемо детальніше механізм цього явища (рис. 4.8.). Зазначимо, що необхідною умовою утворення точки відривання *C* є додатний градієнт тиску, тобто рух у напрямку зростання тиску ($dp/dx > 0$). У цьому випадку додатний градієнт тиску створюється потоком за межами пригранічного шару, який вважається потенціальним. Для частинок середовища, які знаходяться у зовнішньому потоці, повна енергія вздовж потоку не змінюється, а відбувається тільки перетворення кінетичної енергії у потенціальну. Частинкам середовища у межах пригранічного шару властива інша дія. Внаслідок ефекту в'язкості кінетична енергія частинок зменшується в міру наближення до стінки. На ділянці до точки *M* енергії частинок ще вистачає для подолання додатного градієнта тиску. Однак у деякій критичній точці *C* частинки вже не можуть рухатись далі в цьому самому напрямку (за точкою *C* під дією додатного градієнта тиску виникає протилежний рух частинок), потік відходить від стінки, а пригранічний шар трансформується у **відривний потік**. Протилежні до основного потоку швидкості відривної течії зменшуються зі збільшенням відстані від стінки, а отже, з'являється лінія нульових швидкостей, навколо якої відбувається циркуляція частинок, тобто вихроутворення. Вихори, що виникають, відриваючись від тіла, рухаються вниз за потоком; на їх місці виникають нові вихори тощо. Отже, незважаючи на загальний усталений характер руху, в області відривної течії швидкості в окремих точках простору постійно коливаються.

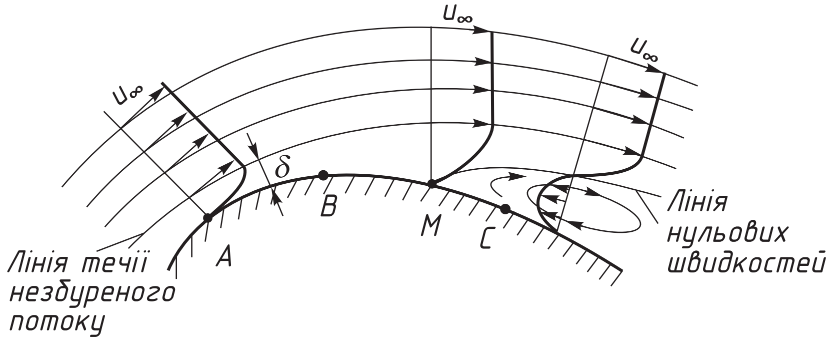


Рис. 4.8. Схема відривання приграничного шару
на криволінійній поверхні

Утворення, взаємодія і переміщення вихорів за тілом утворюють зовсім іншу за структурою область течії, яку часто називають **аеродинамічним слідом**. Повітряний потік, розділений аеродинамічним слідом на дві частини (за умов плоскої задачі), відновлює свою структуру лише на деякій відстані від тіла. При цьому довжина сліду залежить переважно від форми тіла і від числа Re (рис. 4.9).

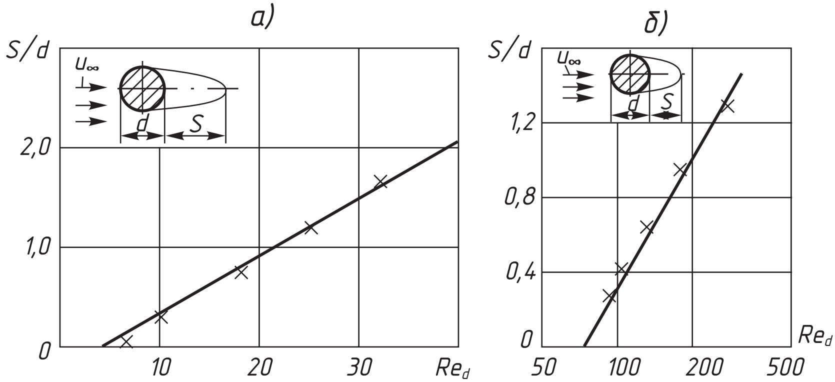


Рис. 4.9. Розвиток області відривної течії:
а – за циліндром; *б* – за кулею

Відзначимо, що за однакових умов обтікання (Re_d = const) довжина відривної області (аеродинамічного сліду) за циліндром значно більша, ніж за кулею. Крім цього, під час обтікання циліндра в діапазоні Re_d = = 40...5000 аеродинамічний слід є системою несиметричних вихорів, які обертаються протилежно. Таку систему вихорів прийнято називати "**доріжкою Кармана**" (рис. 4.10). Доріжка Кармана переміщається звичайно зі швидкістю $u_в$, яка є дещо меншою від швидкості незбуреного потоку u_∞, і є загалом нестійкою.

Оскільки система вихорів за циліндром несиметрична (рис. 4.10), то навколо циліндра виникає змінна за часом циркуляція швидкості. Циліндр при цьому буде знаходитись під впливом змінного за напрямком навантаження, яке старається змістити його.

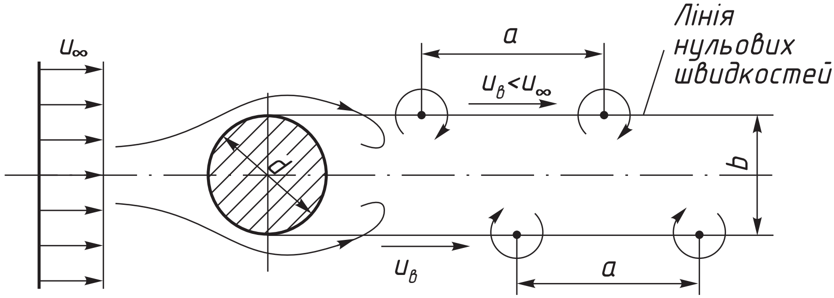


Рис. 4.10. Вихрова доріжка за циліндром (доріжка Кармана)

Отже, внаслідок періодичного відривання вихорів все поле потоку стає нестаціонарним. У будь-якій точці поля потоку параметри потоку змінюються з **частотою** n **відривання вихорів** від тіла. **Безрозмірна частота відривання вихорів**

$$S = n \cdot d / u_\infty \qquad (4.24)$$

є важливою характеристикою потоку. Вона називається **числом Струхаля** і однозначно залежить від числа Рейнольдса. Для значень $\mathrm{Re}_d > 10^3$ число Струхаля практично не залежить від числа Re і має величину $S = 0{,}21$.

Простий приклад: для d = 4 мм, u_∞ = 5 м/с, $\nu = 1{,}373 \cdot 10^{-5}\,м^2/с$ маємо $\mathrm{Re}_d = u_\infty \cdot d / \nu = 5 \cdot 0{,}004 / (1{,}373 \cdot 10^{-5}) = 1457$, $n = S \cdot u_\infty / d = 0{,}21 \cdot 5 / 0{,}004 = 263$ 1/с, а це показує, що частоти коливання, які спостерігаються у даному випадку обтікання лежать в слуховій області і проявляються у вигляді шуму.

Тому коливання тиску нестаціонарного поля потоку також проявляються у вигляді шуму. Заходи щодо запобігання такого виду шуму загалом полягають у запобіганні відриванню вихорів і утворенню супутніх струменів.

Область відривної течії, незважаючи на зовсім іншу структуру, не є ізольованою від основного (незбуреного) потоку. Турбулентне перемішування, знакозмінний градієнт тиску, зміна напрямку течії всередині цієї області створюють умови для неперервної взаємодії між відривною течією і основним потоком.

Описану область відривної течії у вентиляції називають **аеродинамічною тінню**. Однак внаслідок замкнутості усереднених за часом ліній течії у межах даної області масообмін між нею і незбуреним потоком невеликий, що необхідно враховувати під час розрахунку і проектування аерації житлових кварталів, будинків і промислових споруд (наприклад, у межах аеродинамічної тіні недопустиме викидання забрудненого повітря).

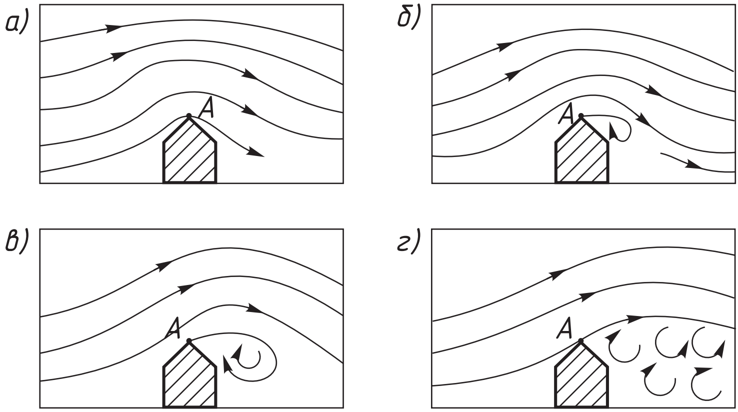


Рис. 4.11. Стадії обтіканя моделі будинку повітряним потоком

Розглянемо простий випадок утворення відривної течії за окремим будинком. Дослідження обтікання моделі такого будинку (рис. 4.11) повітряним потоком показали, що залежно від зміни швидкості незбуреного потоку стан обтікання суттєво змінюється. Для порівняно малих швидкостей лінії течії повітряного потоку фактично повторюють конфігурацію будинку (рис. 4.11, *а*). Із збільшенням швидкості відразу ж за точкою відривання (точка *А*) утворюється невеликий вихор (рис. 4.11, *б*), який швидко збільшується під час подальшого підвищення швидкості (рис. 4.11, *в*) доти, доки не розпадеться на окремі нерегулярні вихори. З плином часу стан обтікання моделі стає статично усталеним. При цьому форма і розміри області відривної течії залишаються практично сталими (рис. 4.11, *г*).

Отже, для достатньо великої швидкості потік, який обтікає тверде тіло з різкозмінним профілем, можна умовно розділити на дві статично стійкі області течії (рис. 4.12). Границею між ними можна визнати лінію течії *а-а*, яка проходить через точку відривання *А*. Нижче лінії *а-а* розташовується область відривної течії – область *ABCD* (аеродинамічний слід). Всередині цієї області усереднені за часом лінії течії є замкнутими кривими, а рух має циркуляційний характер. У верхній частині області відривної течії напрямок векторів швидкості збігається з напрямком руху незбуреного повітряного потоку, в нижній її частині повітряний потік переміщається у зворотному напрямку. Вище лінії течії *а-а* розташовується незбурений потік, який можна вважати безвихровим або потенціальним. Оскільки в потенціальному потоці перенесення кількості руху поперек ліній течії відсутнє, то будь-яку лінію течії можна умовно замінити твердою границею. Нагадаємо, що у цьому і в іншому випадках часткова похідна швидкості по нормалі до лінії течії дорівнює нулю, тобто $du/dn = 0$. Приймаючи, що тверда границя збігається з лінією течії *а-а*, отримаємо стан обтікання потенціальним повітряним потоком твердого тіла *ABCD*.

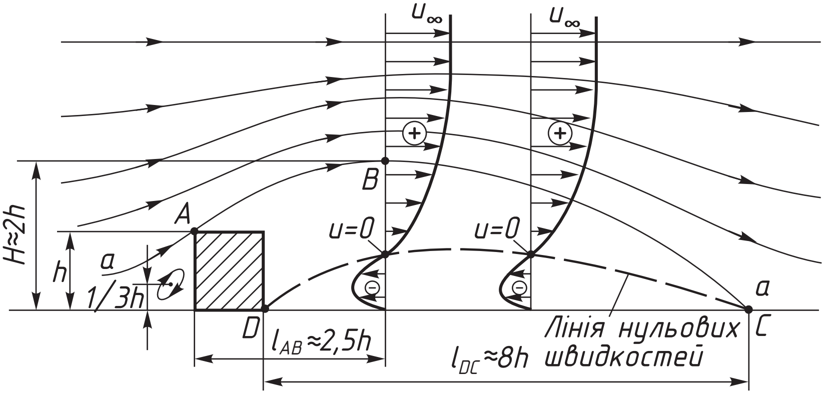


Рис. 4.12. Обтікання повітряним потоком окремого будинку прямокутної форми (пластинчастого типу $l > 2h$) у плані

У літературі [7] наводяться деякі експериментальні дані з дослідження обтікання моделі окремого будинку з плоским дахом: максимальна висота області відривної течії становить $H \approx 2h$; максимальна довжина цієї області (відрізок *DC*) приблизно $8h$; відстань від точки *A* до точки *B* наближено $2{,}5h$.

Під час обтікання повітряним потоком будинку складної форми або групи будинків задачу можна розв’язати за допомогою експериментальних досліджень їх моделей в аеродинамічній трубі для кожного конкретного випадку (рис. 4.13).

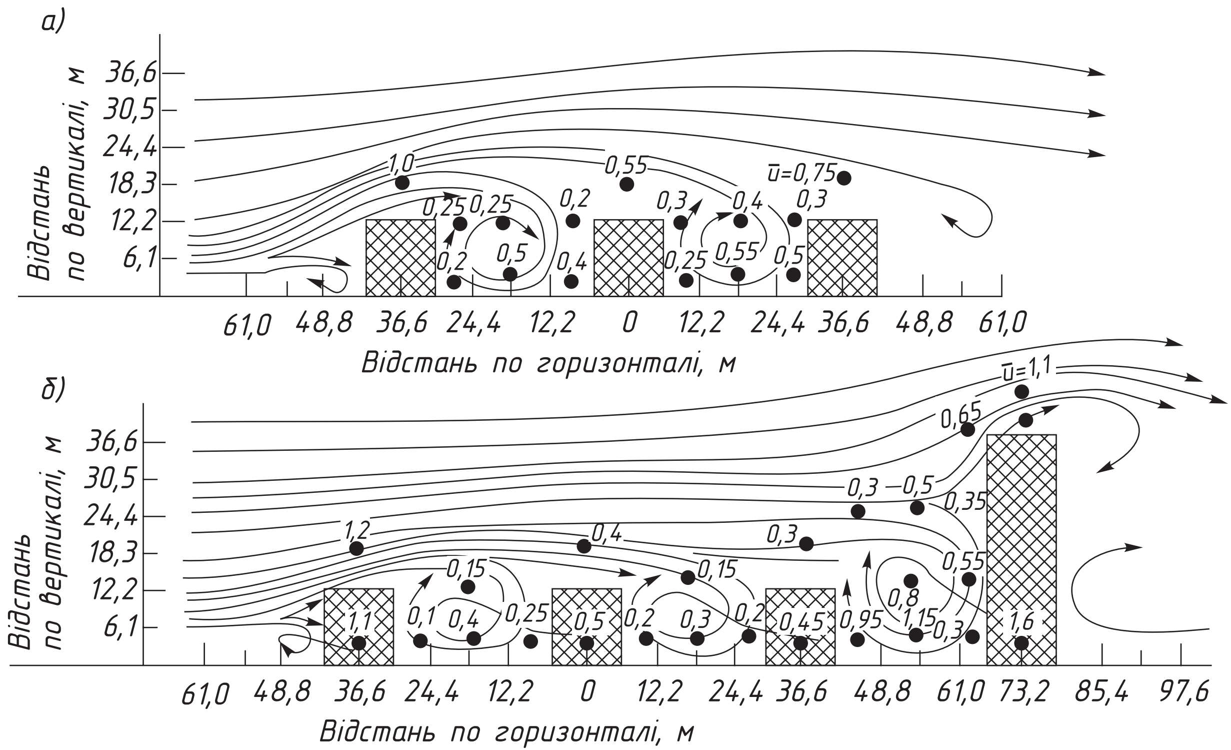


Рис. 4.13. Схема обтікання будинків повітряним потоком:
а – трьох низьких будинків; *б* – трьох низьких і одного високого будинків;
$u = u / u_\infty$ (u – місцева швидкість; u_∞ – швидкість незбуреного повітряного потоку)

4.4. РОЗПОДІЛЕННЯ ТИСКІВ ПО ПОВЕРХНІ ТІЛА, ЯКЕ ОБТІКАЄТЬСЯ ПОВІТРЯНИМ ПОТОКОМ

Розподілення тисків навколо твердого тіла нерозривно пов’язане з законом зміни швидкості набігаючого потоку поблизу тіла.

Розглянемо випадок обтікання циліндра нескінченної довжини. Якщо це явище вивчати методами гідроаеродинаміки нев’язкої рідини (газу), то спектри ліній течії є симетричними і мають вигляд, показаний на рис. 4.14.

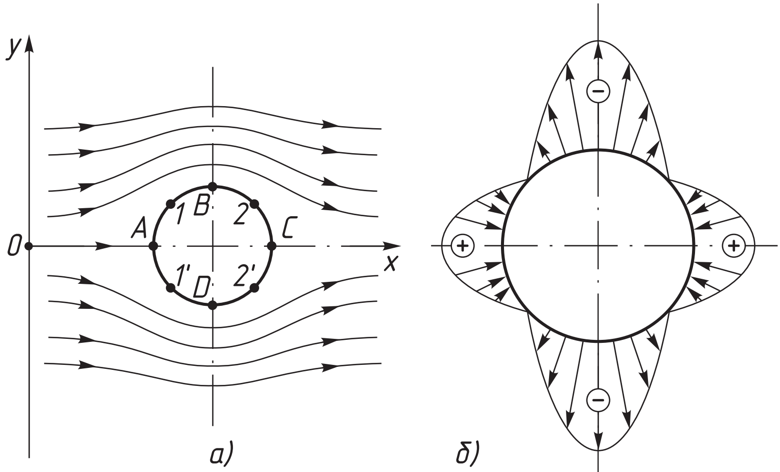


Рис. 4.14. Обтікання тіла циліндричної форми нев’язкою рідиною (газом):
а – лінії течії; *б* – розподіл тисків по поверхні

Відомо, що на ділянках *AB* і *AD* рух прискорений, на ділянках *BC* і *DC* – сповільнений; у критичних точках *A* і *C* швидкість нульова. Поблизу точок *B* і *D* швидкість дорівнює подвоєній швидкості незбуреного потоку. Тому у критичних точках *A* і *C* тиск максимальний (додатний), а у точках *B* і *D* – мінімальний (від’ємний). Внаслідок симетрії тиски у подібних точках (наприклад, 1 і $1'$, 2 і $2'$ тощо) однакові. Отже, сили тиску на лобову і тильну поверхні циліндра будуть однаковими, але протилежно скерованими. Цей висновок, який суперечить дослідним даним, у гідроаеромеханіці називають **парадоксом Ейлера – Даламбера**.

Під час обтікання циліндра потоком в’язкої рідини (газу) внаслідок відривання пригранічного шару і утворення відривної течії тиск у лобовій частині циліндра завжди більший від тиску в тильній його частині (рис. 4.15). Рівнодійна цих сил тиску відмінна від нуля і характеризує опір тиску.

За збільшення числа Re, визначеного для швидкості набігаючого потоку, рівнодійна сил тиску в лобовій і тильній частинах циліндра збільшується, що пов’язано зі зміщенням точки відривання приграничного шару в бік центра тильної частини. Зміщення точки відривання пояснюється переходом ламінарного пригранчного шару в турбулентний за зростання числа Re. Внаслідок частинки рідини (газу), які перебувають поблизу твердої поверхні, набувають додаткову кінетичну енергію від незбуреного потоку, яка допомагає їм протидіяти додатному градієнтові тиску (рис. 4.15).

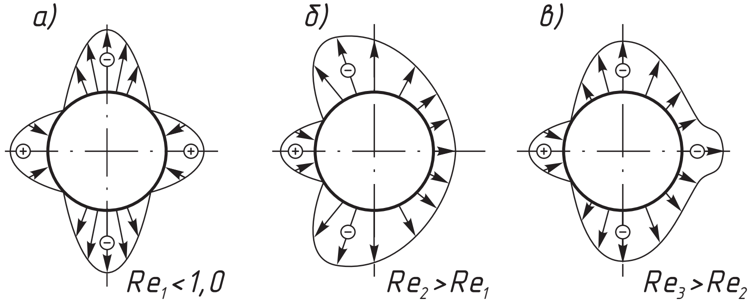


Рис. 4.15. Розподіл тисків під час обтікання циліндра в'язкою рідиною (газом)

Під час порівняння розподілення тиску по поверхні тіл різної форми та розмірів часто використовують **відносний тиск** або **коефіцієнт тиску**

$$K = \frac{p_{\text{надл}}}{\rho \cdot u_\infty^2 / 2}, \tag{4.25}$$

де $p_{\text{надл}}$ – надлишковий статичний тиск у довільній точці на поверхні тіла; $\rho \cdot u_\infty^2 / 2$ – динамічний тиск незбуреного набігаючого потоку.

Приклад 4.2. Визначити тиск у кінці викидної вентиляційної труби діаметром 300 мм, яка виступає за межі плоскої покрівлі на 500 мм. Середній аеродинамічний коефіцієнт плоскої покрівлі K = –0,4. Швидкість незбуреного повітряного потоку $u_\infty = 5$ м/с, його температура $t_\infty = 0$ °С, а барометричний тиск $p_\infty = 98500$ Па.

Р о з в ' я з у в а н н я

Визначаємо густину повітряного потоку, користуючись рівнянням Клапейрона (1.1):

$$\rho = \frac{p_\infty \cdot \mu^*_{\text{пов}}}{R \cdot (273 + t_\infty)} = \frac{98500 \cdot 29}{8314 \cdot (273 + t_\infty)} = \frac{344}{273 + t_\infty} = \frac{344}{273 + 0} = 1{,}26 \text{ кг/м}^3.$$

Визначаємо тиск у кінці вентиляційної труби за формулою (4.25)

$$p_{\text{надл}} = K \cdot (\rho \cdot u_\infty^2 / 2) = -0{,}4 \cdot (1{,}26 \cdot 5^2 / 2) = -6{,}3 \text{ Па}.$$

Якщо як надлишковий приймається манометричний тиск ($p_{\text{ман}} = p - p_{\text{атм}}$), то коефіцієнт тиску називають **аеродинамічним коефіцієнтом**:

$$K_{\text{в}} = \frac{\Delta p_{\text{ман}}}{\rho \cdot u_{\infty}^{2} / 2} = \frac{p - p_0}{\rho \cdot u_{\infty}^{2} / 2}, \tag{4.26}$$

де p і p_0 – відповідно статичний тиск у точці на поверхні тіла і в незбуреному набігаючому потоці.

Аеродинамічний коефіцієнт використовується для оцінки розподілення тиску вітру по поверхні будинків і споруд.

Приклад 4.3. Проаналізувати на схемі (рис 4.16) розподілення надлишкових вітрових і аеростатичних (гравітаційних) тисків на зовнішніх бокових поверхнях та всередині будинку за нульового балансу повітрообміну ($\Sigma G_{\text{пр}} = \Sigma G_{\text{вит}}$) і зазначити циркуляцію повітряних потоків через передбачені отвори огорож будівлі за таких початкових даних:

а) температури зовнішнього $t_{\text{з}}$ і внутрішнього $t_{\text{в}}$ повітря однакові $t_{\text{з}} = t_{\text{в}}$ (відповідно $\rho_{\text{з}} = \rho_{\text{в}}$); аеродинамічний коефіцієнт навітряної стіни $K_{\text{в н}} > 0$ і завітряної – $K_{\text{в з}} <$ < 0, а швидкість незбуреного зовнішнього потоку стала і становить $v > 0$;

б) $t_{\text{в}} > t_{\text{з}}$ ($\rho_{\text{в}} < \rho_{\text{з}}$); швидкість $v > 0$, а аеродинамічні коефіцієнти $K_{\text{в н}}$ і $K_{\text{в з}}$ за величиною такі самі, як і в попередньому випадку; скерування швидкості повітряного потоку v таке саме, як і в попередньому випадку.

Р о з в ’ я з у в а н н я

Визначаємо динамічний тиск незбуреного повітряного потоку

$$p_{\text{д}} = \rho_{\text{з}} \cdot v^2 / 2 \text{, Па.}$$

Для випадку, коли $t_{\text{з}} = t_{\text{в}}$, величина налишкового вітрового тиску на навітряній стіні будинку дорівнює $K_{\text{в н}} \cdot p_{\text{д}}$ (зображена на рис. 4.16, *а* у вигляді прямокутника з основою $K_{\text{в н}} \cdot p_{\text{д}}$), а величина розрідження на завітряній стіні дорівнює $K_{\text{в з}} \cdot p_{\text{д}}$ (зображена на рис. 4.16, *а* у вигляді прямокутника з основою $K_{\text{в з}} \cdot p_{\text{д}}$).

Перетікання повітряних потоків через отвори будівлі відбуватиметься з області надлишкового тиску в область розрідження (циркуляція показана в отворах стрілками); за усталеного режиму повітрообміну у приміщенні виникне надлишковий тиск величиною $p_{\text{в}}$ (зображений у вигляді прямокутника з основою $p_{\text{в}}$).

У випадку, коли $t_{\text{в}} > t_{\text{з}}$ (за відомих v, $K_{\text{в н}}$, $K_{\text{в з}}$), крім вітрових тисків виникають ще аеростатичні (гравітаційні) тиски, які розподіляються за законом трикутника.

Якщо площину порівняння 0 – 0 прийняти на рівні стелі будівлі, то максимальне значення зовнішнього гравітаційного тиску становитиме $H \cdot \rho_{\text{з}} \cdot g$ (де H – висота будівлі), а внутрішнього гравітаційного тиску – $H \cdot \rho_{\text{в}} \cdot g$.

На рис 4.16, *б* графічно підсумовані вітрові і гравітаційні тиски, які діють на зовнішніх поверхнях і всередині будівлі, і схематично показана циркуляція повітряних потоків через передбачені отвори огорож.

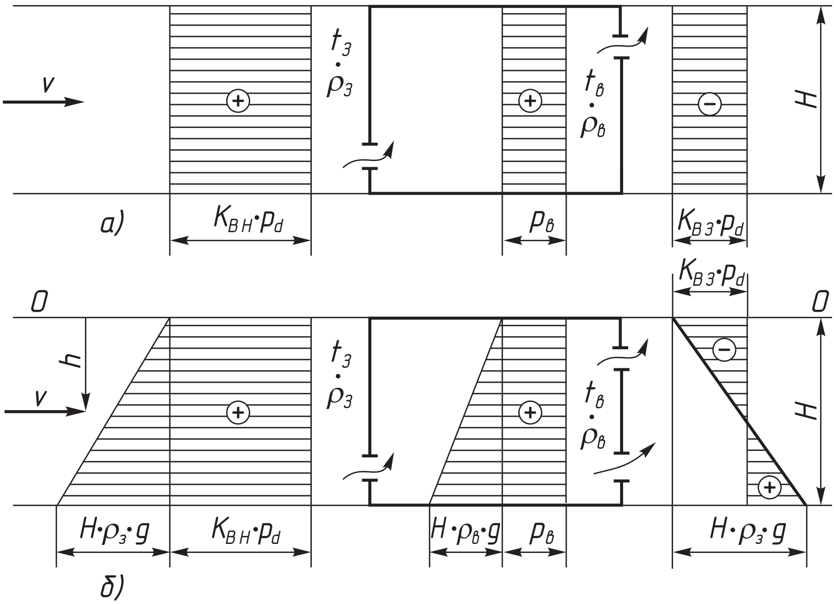


Рис. 4.16. Епюри надлишкових тисків на зовнішніх поверхнях і всередині будинку та схеми циркуляції повітряних потоків через стінові отвори за нульового балансу повітрообміну ($\Sigma G_{пр} = \Sigma G_{вит}$):

$a - v > 0,\ t_з = t_в$ – гравітаційні тиски відсутні і повітрообмін відбувається тільки за дії вітрових тисків;

$б - v > 0,\ t_в > t_з$ – наявна спільна дія гравітаційних і вітрових тисків, завдяки чому посилюється повітрообмін

Розглянемо схему розподілення аеродинамічних коефіцієнтів по контуру окремого будинку (рис. 4.17). Побудова епюри розподілення аеродинамічних коефіцієнтів проводиться за відомими правилами побудови епюри навантажень на будь-який елемент споруди: додатні значення $K_в$ відкладаються всередині контуру будинку, від'ємні – за його межами (назовні контуру).

Тому що форма сучасних будинків і споруд не є зручнообтічною, то можна припустити, що *незалежно від числа* Re *аеродинамічний коефіцієнт є функцією тільки форми будинку і його розташування по відношенню до напрямку набігаючого незбуреного потоку, а також форми рельєфу місцевості.*

Звичайно значення $K_в$ і його розподілення визначаються завдяки експериментальним дослідженням, які проводяться або в гідравлічних лотках, або в аеродинамічних трубах. Для фронтального обтікання окремого будинку (рис. 4.17) аеродинамічний коефіцієнт набуває значення: на лобовій поверхні $K_{\text{в н}}$ = 0,5...0,8; на завітреній (тильній) поверхні $K_{\text{в з}} = -0{,}2...-0{,}3$.

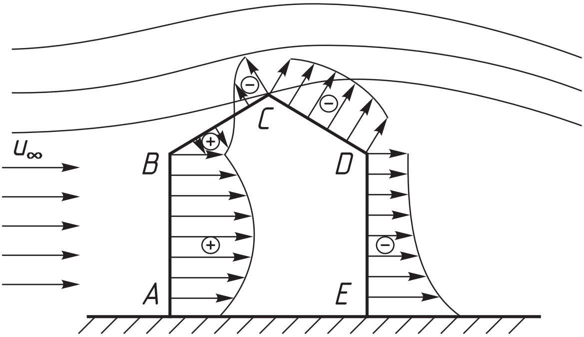


Рис. 4.17. Особливості розподілення аеродинамічних коефіцієнтів під час обтікання повітряним потоком окремого будинку з двосхилим дахом

Приклад 4.4. Визначити внутрішній тиск всередині одноповерхового будинку без перегородок за умови, що аеродинамічний коефіцієнт його навітряного фасаду дорівнює $K_{\text{в н}}$ = +0,8, завітряного фасаду – $K_{\text{в з}}$ = –0,6, а густина внутрішнього і зовнішнього повітря однакова і дорівнює ρ = 1,1 кг/м^3. Відкриті отвори навітряного і завітряного фасадів мають однакову площу і коефіцієнт витрати $\mu \approx 0{,}6$. Середня швидкість зовнішнього вітрового потоку в межах висоти дорівнює $u_\infty = 10$ м/с.

Р о з в ’ я з у в а н н я

Визначаємо надлишковий тиск в області отворів навітряного і завітряного фасадів будинку

$$p_{\text{надл н}} = K_{\text{в н}} \cdot p_{\text{д}\,\infty} = K_{\text{в н}} \cdot \frac{\rho \cdot u_\infty^2}{2} = 0{,}8 \cdot \frac{1{,}1 \cdot 10^2}{2} = 44 \text{ Па};$$

$$p_{\text{надл з}} = K_{\text{в з}} \cdot p_{\text{д}\,\infty} = K_{\text{в з}} \cdot \frac{\rho \cdot u_\infty^2}{2} = -0{,}6 \cdot \frac{1{,}1 \cdot 10^2}{2} = -33 \text{ Па}.$$

Задаємось внутрішнім надлишковим тиском $p_{\text{надл в}}$ і методом послідовних наближень досягаємо однакового перепаду тисків на отворах навітряного і завітряного фасадів будинку:

$$\Delta p_{\text{н}} = p_{\text{надл н}} - p_{\text{надл в}} = 44 - 5{,}5 = 38{,}5 \text{ Па};$$

$$\Delta p_{\text{з}} = p_{\text{надл в}} - p_{\text{надл з}} = 5{,}5 - (-33) = 38{,}5 \text{ Па},$$

тобто $p_{\text{надл в}} = 5{,}5$ Па.

Оскільки перепад тиску на отворах однаковий, то і швидкість повітряного потоку в їх живому перерізі також буде однаковою і становитиме

$$v = \mu \cdot \sqrt{2 \cdot \Delta p / \rho} = 0{,}6 \cdot \sqrt{2 \cdot 38{,}5 / 1{,}1} \approx 5{,}0 \text{ м/с}.$$

Під час досліджень високих будинків і споруд необхідно враховувати характер розподілення швидкості набігаючого приземного повітряного потоку по вертикалі. У першому наближенні це розподілення оцінюється *залежністю Г. Шліхтінга*

$$\frac{u_h}{u_\infty} = \left(\frac{h}{h_\infty}\right)^{1,7}, \tag{4.27}$$

де u_h – швидкість на довільній відстані h від поверхні землі; u_∞ – швидкість на достатньо значній відстані h_∞, де вона є практично сталою.

Нерівномірність розподілення тиску по поверхні тіла, різниця тисків у його лобовій і тильній частинах у деяких випадках є основними факторами, які впливають на опір тиску.

Під час визначення сили тиску вітру на окремий будинок або окремі його елементи достатньо знати закон розподілення аеродинамічних коефіцієнтів і відповідні площі поверхонь, які сприймають підвищений тиск чи роздрідження.

З виразу (4.26) можемо визначити манометричний тиск у довільній точці на поверхні будинку

$$p_{\text{ман}_i} = K_i \cdot \frac{\rho \cdot u_\infty^2}{2}. \tag{4.28}$$

Тоді сила тиску

$$F_{\text{т}} = \int_0^S p_{\text{ман}} dS, \tag{4.29}$$

де dS – площа елементарної поверхні будинку, у межах якої аеродинамічний коефіцієнт можна вважати сталим.

Після підставляння рівняння (4.28) у формулу (4.29) отримаємо рівняння сили вітрового тиску у вигляді

$$F_{\text{т}} = \rho_\infty \cdot \frac{u_\infty^2}{2} \cdot \int_0^S K_i dS. \tag{4.30}$$

4.5. АЕРОДИНАМІЧНІ СИЛА І МОМЕНТ

Під час обтікання тіла повітряним потоком на кожну елементарну площу його поверхні діють сили тиску і тертя. Підсумовування цих сил (за правилом паралелограма) загалом, як відомо з теоретичної механіки, призводить до **головного вектора** F і **головного моменту** M (рис. 4.18).

В аеродинаміці *головний вектор* називають **аеродинамічною силою**, а *головний момент* – **аеродинамічним моментом**.

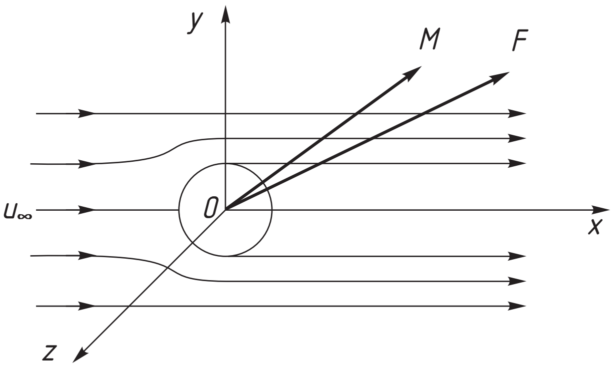


Рис. 4.18. Обтікання повітряним потоком тіла
з векторами аеродинамічних сил і моменту

Користуючись прийомом невизначених коефіцієнтів, отримаємо залежність для визначення аеродинамічної сили F методом аналізу розмірностей.

Вочевидь, аеродинамічна сила F залежить від площі найбільшого поперечного перерізу тіла ω, коефіцієнта кінематичної в'язкості повітря ν, густини повітря ρ і швидкості незбуреного набігаючого потоку u_∞ :

$$F = f(\omega,\ \nu,\ \rho,\ u_\infty)\,.$$

Цю відому функцію запишемо у вигляді степеневого комплексу

$$F = A\cdot\omega^{\alpha}\cdot\nu^{\beta}\cdot\rho^{\gamma}\cdot u_\infty^{\delta}\ , \tag{4.31}$$

де A – безрозмірний коефіцієнт; α, β, γ і δ – невідомі показники степеня.

У цьому випадку маємо п'ять розмірних величин. Отже, відповідно до π – теореми у безрозмірному вигляді цю залежність можна виразити двома безрозмірними комплексами.

Користуючись формулою розмірностей величин, запишемо

$$\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}^2} = \left(\text{м}^2\right)^{\alpha}\cdot\left(\frac{\text{м}^2}{\text{с}}\right)^{\beta}\cdot\left(\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\right)^{\gamma}\cdot\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^{\delta},$$

або

$$M\cdot L\cdot T^{-2} = \left(L^2\right)^{\alpha}\cdot\left(L^2\cdot T^{-1}\right)^{\beta}\cdot\left(M\cdot L^{-3}\right)^{\gamma}\cdot\left(L\cdot T^{-1}\right)^{\delta}.$$

Прирівнюючи показники степеня у лівій і правій частинах залежності, отримаємо систему рівнянь

$$\left.\begin{aligned} 1 &= \gamma; \\ 1 &= 2\alpha + 2\beta - 3\gamma + \delta; \\ -2 &= -\beta - \delta. \end{aligned}\right\}$$

Розв’язуючи цю систему рівнянь, отримаємо

$$\alpha = \delta / 2; \quad \beta = 2 - \delta; \quad \gamma = 1.$$

Підставляючи ці значення α, β, і γ у залежність (4.31), одержимо

$$F = A \cdot \omega^{\delta/2} \cdot \nu^{2-\delta} \cdot \rho \cdot u_\infty^\delta. \qquad (4.32)$$

Здебільшого під час обтікання тіл та об’єктів спостерігається розвинута турбулентність потоку і тоді, відповідно до дослідних даних, $\delta = 2$, що дає

$$F = A \cdot \omega \cdot \rho \cdot u_\infty^2.$$

Домножуючи та ділячи праву частину останнього рівняння на 2 і позначаючи $2 \cdot A = C_F$, отримаємо залежність для аеродинамічної сили

$$F = C_F \cdot \omega_{\text{м}} \cdot \frac{\rho \cdot u_\infty^2}{2}, \qquad (4.33)$$

де C_F – **коефіцієнт аеродинамічної сили**; $\omega_{\text{м}}$ – площа найбільшого поперечного перерізу тіла у напрямку, перпендикулярному до набігаючого незбуреного потоку (*міделевий переріз тіла*).

Розмірковуючи аналогічно, можна записати залежність для аеродинамічного моменту

$$M = C_{\text{М}} \cdot \omega_{\text{м}} \cdot l \cdot \frac{\rho \cdot u_\infty^2}{2}, \qquad (4.34)$$

де $C_{\text{М}}$ – **коефіцієнт аеродинамічного моменту;** l – характерний розмір тіла.

Оскільки сила F і момент M є векторами, то для практичних розрахунків зручно користуватись їх проекціями на прямокутні осі координат (приймають так звані поточні осі координат). Початок координат приймається у центрі маси тіла, вісь x скеровують вздовж потоку; вісь z – в бік у горизонтальній площині, а вісь y – перпендикулярно до площини xoz.

Тоді замість рівняння (4.33) отримаємо такі три рівняння:

$$F_x = C_{F_x} \cdot \omega_{\text{м}} \cdot \frac{\rho \cdot u_\infty^2}{2}; \; F_y = C_{F_y} \cdot \omega_{\text{м}} \cdot \frac{\rho \cdot u_\infty^2}{2}; \; F_z = C_{F_z} \cdot \omega_{\text{м}} \cdot \frac{\rho \cdot u_\infty^2}{2}, \qquad (4.35)$$

де F_x – сила лобового опору; F_y – підіймальна сила; F_z – бокова сила; $C_{F_x}, C_{F_y}, C_{F_z}$ – відповідно коефіцієнти сил лобового опору, підіймальної і бокової.

Аналогічно, замість рівняння (4.34) матимемо

$$M_x = C_{\text{М}_x} \cdot \omega_{\text{м}} \cdot l \cdot \frac{\rho \cdot u_\infty^2}{2}; \quad M_y = C_{\text{М}_y} \cdot \omega_{\text{м}} \cdot l \cdot \frac{\rho \cdot u_\infty^2}{2}; \quad M_z = C_{\text{М}_z} \cdot \omega_{\text{м}} \cdot l \cdot \frac{\rho \cdot u_\infty^2}{2}, \quad (4.36)$$

де M_x, M_y, M_z – проекції аеродинамічного моменту на осі координат; $C_{\text{М}_x}, C_{\text{М}_y}, C_{\text{М}_z}$ – відповідно коефіцієнти цих проекцій.

У разі рівномірного поля швидкостей у набігаючому потоці і симетричних тіл (наприклад, куля, циліндр тощо) силова взаємодія потоку з тілом зводиться до однієї аеродинамічної сили. При цьому ця сила збігається з напрямком потоку, тобто є одночасно і силою лобового опору.

Приклад 4.5. Визначити силу тиску повітряного потоку на димову трубу діаметром d = 500 мм і заввишки H = 30 м за швидкості вітрового потоку u_∞ = 20 м/с, його густини ρ = 1,13 кг/м^3 і кінематичної в'язкості $\nu = 0{,}15 \cdot 10^{-4}$ м^2/с.

Р о з в ' я з у в а н н я

Визначаємо число Re за формулою

$$\text{Re}_d = u_\infty \cdot d / \nu = 20 \cdot 0{,}5 / \left(0{,}15 \cdot 10^{-4}\right) = 6{,}67 \cdot 10^5.$$

За даної величини Re коефіцієнт сили лобового опору тіла циліндричної форми C_{F_x} = = 1,2 [1].

Визначаємо силу лобового опору димової труби за формулою (4.33)

$$F_x = C_{F_x} \cdot \omega_{\text{м}} \cdot \frac{\rho \cdot u_\infty^2}{2} = 1{,}2 \cdot (30 \cdot 0{,}5) \cdot \frac{1{,}13 \cdot 20^2}{2} = 4068 \text{ Па},$$

де $\omega_{\text{м}} = H \cdot d$.

Для нерівномірного поля швидкостей у набігаючому потоці і симетричних тіл виникають ще підіймальна сила і аеродинамічний момент.

Якщо, наприклад, потік горизонтальний і швидкість збільшується по осі y , а тіло має форму кулі, то біля верхньої частини кулі швидкість повітря більша, ніж біля її нижньої частини. Тому, згідно з рівнянням Бернуллі, над кулею тиск буде менший, ніж під кулею, і внаслідок цього виникне підіймальна сила. Різниця швидкостей поблизу верхньої і нижньої поверхонь кулі зумовить появу аеродинамічного моменту.

Для теоретичного визначення проекцій аеродинамічних сил і момента сили тиску і тертя підсумовують геометрично окремо. Внаслідок, наприклад, для сили лобового опору отримують:

$$F_x = F_{x\,\text{т}} + F_{x\,\text{тер}} = (C_{F_{x\,\text{т}}} \cdot \omega_\text{т} + C_{F_{x\,\text{тер}}} \cdot \omega_\text{тер}) \cdot \frac{\rho \cdot u_\infty^2}{2},$$

де $F_{x\,\text{т}}$ і $F_{x\,\text{тер}}$ – складові сили лобового опору, які зумовлені відповідно силами тиску і тертя; $C_{F_{x\text{т}}}$ і $C_{F_{x\,\text{тер}}}$ – коефіцієнти складової сили лобового опору, зумовлені відповідно силами тиску і силами тертя; $\omega_\text{тер}$ – поверхня тертя.

Співвідношення між складовими $F_{x\,\text{т}}$ і $F_{x\,\text{тер}}$ може бути дуже різним (рис. 4.1).

4.6. КОЕФІЦІЄНТ СИЛИ ЛОБОВОГО ОПОРУ СИМЕТРИЧНИХ ТІЛ

Коефіцієнти проекцій аеродинамічних сили і моменту визначають експериментально у потоці з рівномірним полем швидкостей. Значення їх залежать від числа Рейнольдса Re.

Зміна коефіцієнта сили лобового опору C_{F_x} тіла кулястої форми залежно від числа Re зображена графічно на рис. 4.19.

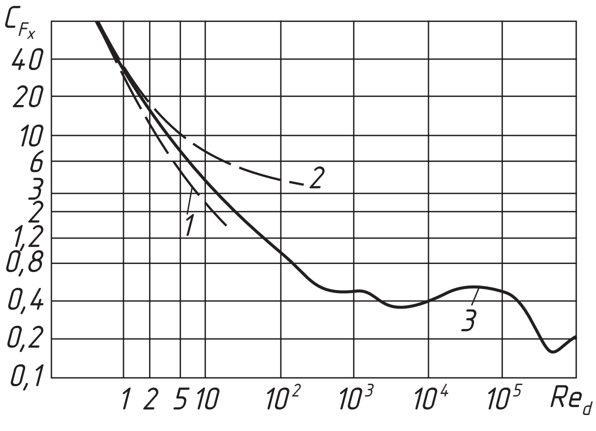


Рис. 4.19. Графік зміни коефіцієнта сили лобового опору кулі:
1, *2*, *3* – криві, відповідно, за Стоксом, Озіним і дослідна

Для малих значень числа Re ($\mathrm{Re}_d \le 1$) величину C_{F_x} кулястого тіла можна визначити за *формулою Стокса* для ламінарного режиму обтікання

$$C_{F_x} = 24/\mathrm{Re}\,. \tag{4.37}$$

Для $\mathrm{Re}_d \le 2$ величину C_{F_x} можна визначити за *формулою Озіна*

$$C_{F\,x} = \frac{24}{\mathrm{Re}} \cdot \left(1 + \frac{3}{16}\mathrm{Re}\right). \tag{4.38}$$

У діапазоні $\mathrm{Re}_d = 10...2000$ можна скористатись *формулою Б. Лобаєва*

$$C_{F_x} = 4{,}3/(\lg \mathrm{Re})^2\,. \tag{4.39}$$

Для $\mathrm{Re}_d = 2000...2\cdot 10^5$ коефіцієнт лобового опору кулі змінюється незначно і становить $C_{F_x} \cong 0{,}5$. У цих межах відбувається відривання пригараничного шару для кута обтікання $0{,}4\cdot\pi$. Для $\mathrm{Re}_d > 2\cdot 10^5$ значення C_{F_x} різко зменшується (від 0,48 до 0,22), що пояснюється переходом ламінарного пригараничного шару у турбулентний і збільшенням кута обтікання до $0{,}6\cdot\pi$ внаслідок поперечних пульсацій. Це явище називають **кризою лобового опору**.

Аналогічна закономірність спостерігається під час обтікання циліндра і деяких інших плавноокреслених тіл, де за певних значень Re відбувається відривання пригараничного шару. Однак для тіл дуже плавного профілю (краплеподібний профіль, крило літака тощо), під час обтікання яких не відбувається відривання пригараничного шару, коефіцієнт лобового опору поступово зменшується зі збільшенням числа Re.

Для погано обтічних тіл з інерційним відриванням пригараничного шару (наприклад, будинків) C_{F_x} практично не залежить від числа Re і є сталою величиною.

4.7. ШВИДКІСТЬ ВИТАННЯ І УМОВИ ТРАНСПОРТУВАННЯ ТВЕРДИХ ЧАСТИНОК У ГОРИЗОНТАЛЬНИХ ТРУБОПРОВОДАХ

Розглянемо явище падіння твердої частинки в необмеженому об’ємі в’язкої рідини (повітря); у початковий момент швидкість руху частинки $v_ч = 0$ (рис. 4.20).

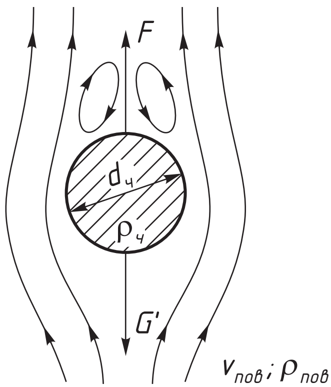


Рис. 4.20. До виведення формули
для швидкості витання частинки кулястої форми

Використаємо рівняння руху у вигляді

$$m \cdot \frac{dv_ч}{dt} = G - F \ , \tag{4.40}$$

де m – маса частинки з врахуванням приєднаної маси повітря (рідини); $dv_ч / dt$ – прискорення руху твердої частинки; G – вага частинки з врахуванням впливу архімедової сили; F – сила лобового опору.

Ділянка стабілізації швидкості для вільного падіння частинки у повітрі (рідині) порівняно мала, тому на основній ділянці частинка падає рівномірно зі сталою швидкістю, яка називається **аеродинамічною (гідравлічною) крупністю**. Аеродинамічна крупність стосовно падіння частинки у повітряному чи газовому середовищі є аналогом **швидкісті витання**. Під останньою розуміють швидкість висхідного повітряного потоку v_S, за якої тверді частинки, які знаходяться у цьому потоці, будуть виконувати коливні рухи приблизно на одному рівні (як би витати), тобто будуть перебувати у завислому стані.

Вага частинки кулястої форми (інакше сила тяжіння частинки) становить

$$G = m \cdot g = \rho_ч \cdot g \cdot \frac{\pi \cdot d_ч^3}{6} \ ,$$

де $\rho_ч$ – густина матеріалу частинки; $d_ч$ – діаметр частинки.

У повітряному середовищі частинка кульової форми падає під дією сили G', меншої ніж G, внаслідок впливу Архімедової сили

$$G' = (\rho_{\text{ч}} - \rho_{\text{пов}}) \cdot g \cdot \frac{\pi \cdot d_{\text{ч}}^3}{6}, \tag{4.41}$$

де $\rho_{\text{пов}}$ – густина повітря.

Сила лобового опору під час обтікання нерухомої частинки повітряним потоком згідно з формулою (4.35) становить

$$F_x = C_{F_x} \cdot \omega_{\text{м}} \cdot \frac{\rho_{\text{пов}} \cdot v_{\text{пов}}^2}{2} = C_{F_x} \cdot \frac{\pi \cdot d_{\text{ч}}^2}{4} \cdot \frac{\rho_{\text{пов}} \cdot v_{\text{пов}}^2}{2}, \tag{4.42}$$

де $\omega_{\text{м}}$ – площа міделевого перерізу частинки (для частинки кульової форми $\omega_{\text{м}} = \pi \cdot d_{\text{ч}}^2/4$).

Прирівнюючи праві частини виразів (4.41) і (4.42) і розв'язуючи тотожність відносно $v_{\text{пов}}$, отримаємо *швидкість витання*

$$v_S = v_{\text{пов}} = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{g \cdot d_{\text{ч}} \cdot (\rho_{\text{ч}} - \rho_{\text{пов}})}{\rho_{\text{пов}} \cdot C_{F_x}}} = \frac{1{,}15}{\sqrt{C_{F_x}}} \cdot \sqrt{g \cdot d_{\text{ч}} \cdot \frac{\rho_{\text{ч}} - \rho_{\text{пов}}}{\rho_{\text{пов}}}}. \tag{4.43}$$

За залежністю (4.43) можна визначити швидкість витання для відомого значення C_{F_x}.

Приклад 4.6. Визначити швидкість витання частинки кульової форми діаметром $d_{\text{ч}}$ = = 2 мм і густиною $\rho_{\text{ч}}$ = 1400 кг/м^3 у вертикально скерованому повітряному потоці з густиною $\rho_{\text{пов}}$ = 1,2 кг/м^3 і кінематичною в'язкістю $\nu_{\text{пов}} = 0{,}15 \cdot 10^{-4}$ м^2/с.

Р о з в ' я з у в а н н я

Приймемо, що швидкість повітряного потоку, в якому частинка витає, $v_{\text{пов}}$ = 8,1 м/с, і підраховуємо число Re:

$$\mathrm{Re}_d = v_{\text{пов}} \cdot d_{\text{ч}} / \nu_{\text{пов}} = 8{,}1 \cdot 0{,}002 / \left(0{,}15 \cdot 10^{-4}\right) = 1080.$$

У діапазоні Re = 10…2000 коефіцієнт сили лобового опору частинки можна визначити за формулою (4.39)

$$C_{F_x} = 4{,}3 / (\lg \mathrm{Re})^2 = 4{,}3 / (\lg 1080)^2 = 0{,}467.$$

Перевіряємо швидкість витання частинки за формулою (4.43)

$$v_S = \frac{1{,}15}{\sqrt{C_{F_x}}} \cdot \sqrt{g \cdot d_{\text{ч}} \cdot \frac{\rho_{\text{ч}} - \rho_{\text{пов}}}{\rho_{\text{пов}}}} = \frac{1{,}15}{\sqrt{0{,}467}} \cdot \sqrt{9{,}81 \cdot 0{,}002 \cdot \frac{1400 - 1{,}2}{1{,}2}} \approx 8{,}048\,\text{м/с} \approx 8{,}1\,\text{м/с}.$$

Під час падіння частинки у повітрі без помітної похибки можна припустити, що $\rho_{\text{ч}} - \rho_{\text{пов}} \approx \rho_{\text{ч}}$, оскільки густина повітря значно менша порівняно з густиною твердої частинки.

За цього припущення формула для визначення швидкості витання набуде вигляду

$$v_S \cong 3{,}62 \cdot \sqrt{\frac{\rho_\text{ч}}{\rho_\text{пов}} \cdot \frac{d_\text{ч}}{C_{F_x}}} \,. \tag{4.44}$$

Коефіцієнт лобового опору частинки кулястої форми можна визначити експериментально, вибрати з літературних джерел, або визначити за формулами (4.37…4.39), або за *формулами А.Д. Альтшуля* [1]

$$C_{F_x} \cong 0{,}112 \cdot \left(1 + \sqrt{1 + 214/\mathrm{Re}}\right)^2 ;$$

$$C_{F_x} - 0{,}67 \cdot \sqrt{C_{F_x}} \cong \frac{24}{\mathrm{Re}} \,. \tag{4.45}$$

Для реальних двофазних потоків у формулу (4.44) необхідно ввести поправковий коефіцієнт, який враховує вплив стінок трубопроводу і сусідніх частинок на швидкість витання і коефіцієнт лобового опору. Цю поправку (так званий **коефіцієнт стиснення** $E_\text{ст}$) введемо у формули швидкості витання і лобового опору та отримаємо

$$v_{S\,\text{ст}} = E_\text{ст} \cdot v_S \,; \qquad C_{F_{x\text{ст}}} = E_\text{ст}^{-2} \cdot C_{F_x} \,, \tag{4.46}$$

де $v_{S\,\text{ст}}$ і $C_{F_{x\text{ст}}}$ – відповідно швидкість витання і коефіцієнт лобового опору в стиснених умовах.

Коефіцієнт стиснення можна знайти за емпіричною формулою

$$E_\text{ст} = [1 - (d_\text{ч} / D)^2]^{3/2} \cdot (1 - \beta)^3 \,, \tag{4.47}$$

де D – діаметр трубопроводу; $d_\text{ч}$ – діаметр частинки; β – об’ємна концентрація пилоповітряної суміші:

$$\beta = \frac{x}{(1-x) \cdot \left(1 - \dfrac{\rho_\text{пов}}{\rho_\text{ч}} \cdot \dfrac{v_\text{пов}}{v_\text{ч}}\right)} \cdot \frac{\rho_\text{пов}}{\rho_\text{ч}} \cdot \frac{v_\text{пов}}{v_\text{ч}} \,,$$

де $v_\text{ч}$ і $v_\text{пов}$ – відповідно дійсні швидкості руху твердих частинок і повітряного потоку; x – витратна концентрація суміші (4.51).

У практичних умовах швидкість витання різних матеріалів визначають експериментально в спеціальній трубі витання.

Для надійного транспортування матеріалу розрахункова швидкість повітряного потоку під час руху твердих частинок у вертикальних трубопроводах повинна перевищувати швидкість витання цих частинок. У системах пневмотранспорту залежно від масової концентрації розрахункова швидкість повітряного потоку звичайно перевищує швидкість витання частинок у 1,5...2 рази.

На горизонтальних ділянках трубопроводу умови транспортування твердих частинок дещо інші.

Розглянемо механізм транспортування твердих частинок в горизонтальному трубопроводі (рис. 4.21).

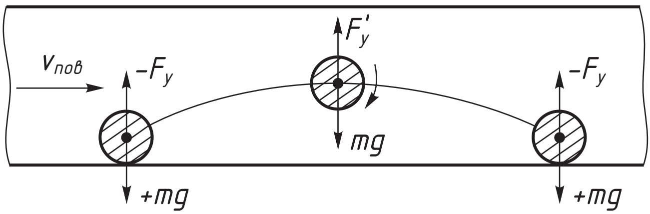


Рис. 4.21. До механізму транспортування твердих частинок потоком повітря у горизонтальному трубопроводі

Під час обтікання частинки кульової форми, як і під час обтікання циліндра, зверху частинки внаслідок збільшення швидкості утворюється область пониженого тиску і виникає підіймальна сила F_y, яка за достатньої швидкості підіймає частинку. Сила лобового опору F_x переміщає частинку у напрямку руху повітряного потоку в трубі, а сама частинка починає обертатись (у даному випадку за годинниковою стрілкою) завдяки ефекту в'язкого тертя. Далі, коли частинка піднялася, дія підіймальної сили F_y зникає, але обертання частинки завдяки інерції і наявності поперечного градієнта усереднених швидкостей зберігається, чому й виникає циркуляція швидкості і відповідна їй підіймальна сила F_y'. Ця сила, як правило, недостатня для втримання частинки у завислому стані. Тому частинка, описуючи деяку траєкторію, падає на дно труби і розглянуте явище повторюється.

Середня швидкість потоку повітря, за якої частинки починають рухатись стрибкоподібно у горизонтальній трубі, називається **швидкістю віяння**.

Якщо значно збільшити швидкість повітряного потоку, то можна досягти того, що тверді частинки будуть переміщатись, не падаючи на дно труби, тобто вони будуть знаходитись у завислому стані. Така здатність турбулентного потоку пояснюється наявністю поперечних пульсацій. Однак забезпечувати пневмотранспорт матеріалів таким способом економічно недоцільно, а у деяких випадках навіть неможливо.

Швидкість віяння за абсолютною величиною мало відрізняється від *швидкості витання*. Тому системи пневмотранспорту розраховують за швидкістю витання.

Встановимо тепер залежність для **швидкості рушання** тіла (частинки).

Нехай на тіло вагою $m{\cdot}g$, яке лежить на горизонтальній площині, набігає горизонтальний потік повітря з такою швидкістю, що тіло піднімається або ковзає по площині у напрямку потоку (рис. 4.22).

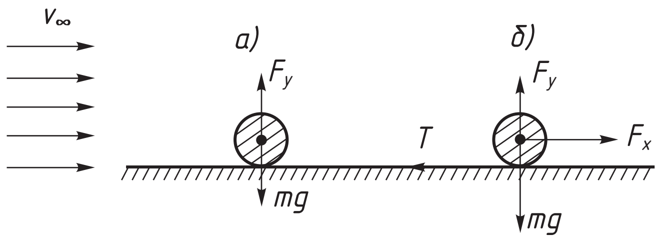


Рис. 4.22. Тіло, яке лежить на горизонтальній площині з прикладеними до нього силами:
а – при $F_y = m \cdot g$; *б* – при $F_y < m \cdot g$

У першому випадку, коли $F_y = m \cdot g$ і, вочевидь, швидкість рушання визначатиметься з умови, що підіймальна сила дорівнює силі тяжіння (рис. 4.22, *а*):

$$F_y = m \cdot g \,,$$

або

$$C_{F\,y} \cdot \omega_{\text{м}} \cdot \frac{\rho \cdot v_{\text{руш}}^2}{2} = m \cdot g \,.$$

Враховуючи, що $C_{F_y} = f_y(\mathrm{Re})$, можемо записати

$$f_y\left(\frac{v_{\text{руш}} \cdot d_{\text{ч}}}{\nu_{\text{пов}}}\right) \cdot \omega_{\text{м}} \cdot \frac{\rho_{\text{пов}} \cdot v_{\text{руш}}^2}{2} = m \cdot g \,. \tag{4.48}$$

З рівняння (4.48), якщо відома функція f_y, можна визначити *швидкість рушання* $v_{\text{руш}}$.

Якщо швидкість потоку $v_\infty > v_{\text{руш}}$, то тіло починає рухатись зі швидкістю $v_{\text{ч}}$, яку можна визначити з рівняння

$$F_y - m \cdot g = m \cdot \frac{dv_{\text{ч}}}{dt},$$

або

$$C_{F_y} \cdot \omega_{\text{м}} \cdot \frac{\rho_{\text{пов}} \cdot (v_\infty - v_{\text{ч}})^2}{2} - m \cdot g = m \cdot \frac{dv_{\text{ч}}}{dt}.$$

У іншому випадку, коли $F_y < m \cdot g$ (див. рис. 4.22, *б*) і швидкість рушання визначається за умови, що сила лобового опору дорівнює силі тертя $F_x = F_{\text{тер}}$, тобто

$$F_x = k_{\text{тер}} \cdot (m \cdot g - F_y),$$

де $k_{\text{тер}}$ – коефіцієнт тертя.

Звідси

$$C_{F_x} \cdot \omega_{\text{м}} \cdot \frac{\rho_{\text{пов}} \cdot v_{\text{руш}}^2}{2} = k_{\text{тер}} \cdot \left(m \cdot g - C_{F_y} \cdot \omega_{\text{м}} \cdot \frac{\rho_{\text{пов}} \cdot v_{\text{руш}}^2}{2} \right),$$

або

$$f_x\left(\frac{v_{\text{руш}} \cdot d_{\text{ч}}}{\nu_{\text{пов}}}\right) \cdot \omega_{\text{м}} \cdot \frac{\rho_{\text{пов}} \cdot v_{\text{руш}}^2}{2} = k_{\text{тер}} \cdot \left(m \cdot g - f_y\left(\frac{v_{\text{руш}} \cdot d_{\text{ч}}}{\nu_{\text{пов}}}\right) \cdot \omega_{\text{м}} \cdot \frac{\rho_{\text{пов}} \cdot v_{\text{руш}}^2}{2} \right). \quad (4.49)$$

З рівняння (4.49), якщо відомі функції f_x і f_y, можна знайти *швидкість рушання* $v_{\text{руш}}$.

Якщо швидкість потоку $v_\infty > v_{\text{руш}}$, то тіло буде ковзати по площині зі швидкістю $v_{\text{ч}}$, яка визначається за рівнянням

$$F_x - k_{\text{тер}} \cdot (m \cdot g - F_y) = m \cdot \frac{dv_{\text{ч}}}{dt},$$

або

$$C_{F_x}\cdot\omega_{\text{м}}\cdot\frac{\rho_{\text{пов}}}{2}\cdot(v_{\infty}-v_{\text{ч}})^2-k_{\text{тер}}\cdot\left[m\cdot g-C_{F_y}\cdot\omega_{\text{м}}\cdot\frac{\rho_{\text{пов}}}{2}\cdot(v_{\infty}-v_{\text{ч}})^2\right]=m\cdot\frac{dv_{\text{ч}}}{dt}.$$

Необхідно зазначити, що коли швидкість витання визначається за однією залежністю, то швидкість рушання визначається за двома залежностями. Вочевидь, що для швидкості рушання перший випадок (4.48) характерний для легких тіл, а другий (4.49) – для важких тіл. Для ефективного транспортування завислих частинок необхідно, щоб швидкість потоку перевищувала так звану **критичну швидкість** $v_{\text{кр}}$, тобто мінімальну швидкість потоку, при якій тверді частинки рухаються у повітряному потоці стрибкоподібно, без випадання і осадження твердого матеріалу на стінках.

Критична швидкість залежить від швидкості витання, кількості матеріалу, який транспортується, його густини і концентрації. Для систем пневмотранспорту її можна визначити за емпіричною формулою

$$v_{\text{кр}}=5{,}6\cdot D^{0{,}34}\cdot d_{\text{ч}}^{0{,}36}\cdot(\rho_{\text{ч}}/\rho_{\text{пов}})^{0{,}5}\cdot x^{0{,}25}\text{, м/с,} \tag{4.50}$$

де D і $d_{\text{ч}}$ – відповідно, внутрішній діаметр трубопроводу і діаметр частинки, м; $\rho_{\text{ч}}$ і $\rho_{\text{пов}}$ – відповідно густина матеріалу частинки і повітря, кг/ м^3; x – витратна концентрація суміші

$$x=\frac{G_{\text{ч}}}{G_{\text{пов}}+G_{\text{ч}}}=\frac{G_{\text{ч}}}{G}\text{, кг/кг,} \tag{4.51}$$

де $G_{\text{ч}}$, $G_{\text{пов}}$ і G – відповідно масові витрати дискретної фази (твердих частинок), повітряного потоку і суміші, кг/год.

Розділ п'ятий

РУХ ПОВІТРЯНОГО ПОТОКУ В ТРУБОПРОВОДАХ

5.1. ВТРАТИ ЕНЕРГІЇ ПІД ЧАС РУХУ ПОВІТРЯНОГО ПОТОКУ

Отримання конкретних залежностей для розрахунку втрат енергії під час руху повітряного потоку в трубопроводах є основним змістом внутрішньої задачі аеродинаміки.

Спочатку розглянемо найпростіший, але разом з тим найрозповсюдженіший випадок руху, – *рівномірний рух*.

Основне завдання під час вивчення рівномірного руху повітряного потоку полягає у визначенні втрат енергії на одиницю довжини трубопроводу, які йдуть на подолання опорів.

Рівномірним називають **усталений рух** повітряного потоку, під час якого швидкість кожного струмінця потоку не змінюється по довжині. Під час рівномірного руху потоку його живий переріз, значення і розподілення швидкостей залишаються сталими. Рівномірний рух відбувається у циліндричних і призматичних трубопроводах достатньої довжини за умови, що потік під час руху нестисливий (рис. 5.1, *а*).

Нерівномірним називають **рух** повітряного потоку, під час якого швидкості струмінців потоку змінюються (або по довжині змінюється живий переріз потоку, або за сталого живого перерізу змінюється розподілення швидкостей, або змінюється і живий переріз і розподілення швидкостей). Нерівномірний рух виникає в трубопроводах конусоподібної форми і після перешкод на шляху руху, а також у випадку стисливого потоку (рис. 5.1, *б*).

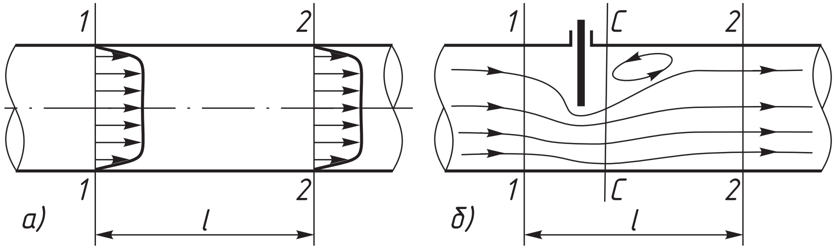


Рис. 5.1. Схема руху повітряного потоку в трубопроводах круглого перерізу:
а – рівномірний рух; *б* – нерівномірний рух

Розглянемо рівномірний рух потоку повітря в горизонтальному трубопроводі круглого перерізу (рис. 5.1, *а*).

Запишемо *рівняння Бернуллі* для двох перерізів потоку у формі тисків

$$\rho \cdot g \cdot z_1 + p_1 + \alpha_1 \cdot \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} = \rho \cdot g \cdot z_2 + p_2 + \alpha_2 \cdot \frac{\rho \cdot v_2^2}{2} + \Delta p_{втр}.$$

Оскільки у цьому разі $z_1 = z_2$, $v_1 = v_2$ і $\alpha_1 = \alpha_2$, то

$$p_1 - p_2 = \Delta p_{втр}.$$

Тому що $\Delta p_{втр} = \rho \cdot \Delta E_{втр}$, то втрата енергії під час рівномірного руху пропорційна різниці тисків між даними перерізами. Якщо припустити, що втрати енергії відсутні ($\Delta E_{втр} = 0$), то $p_1 = p_2$. Насправді під час рівномірного руху $p_2 < p_1$.

Робота сил тиску $\Delta p_{втр}$ витрачається на подолання сил опору, що й зумовлює втрати механічної енергії. Ці втрати прямо пропорційні довжині шляху руху і тому їх називають **втратами питомої енергії по довжині**. Якщо втрати виражені в одиницях тиску, їх називають **втратами тиску по довжині** і позначають Δp_l. Якщо втрати енергії виражені в лінійних одиницях ($\Delta E_{втр}$/g), їх називають **втратами напору по довжині** і позначають Δh_l.

Розрізняють ще **місцеві втрати енергії** $\Delta p_м$, які виникають внаслідок зміни структури повітряного потоку по шляху його руху (відповідно **місцеві втрати напору** $\Delta h_м$).

5.2. ОСОБЛИВОСТІ РУХУ ПОВІТРЯНОГО ПОТОКУ В ТРУБОПРОВОДАХ

Рух потоку повітря в трубопроводі може бути *ламінарним* або *турбулентним* (збуреним). **Ламінарний рух** характеризується тим, що окремі частинки потоку повітря рухаються по рівновіддалених від осі потоку лініях течії з різною швидкістю. Між окремими лініями течії існують дотичні напруження τ, які є залежними від в’язкості речовини μ (зі зростанням в’язкості дотичні напруження зростають). Дотичні напруження τ пропорційні до падіння швидкості. Середня швидкість потоку під час ламінарного руху $v = 0{,}5 \cdot u_{макс}$ (де $u_{макс}$ – швидкість на осі потоку).

У **турбулентному потоці** частинки потоку повітря виконують безладні рухи у багатьох напрямках, які не завжди збігаються з напрямком руху повітряного потоку. Середня швидкість потоку в цьому випадку $v = (0{,}80 \ldots 0{,}85) \cdot u_{макс}$. У пристінному (межовому) шарі турбулентність практично відсутня. Ступінь турбулентності потоку повітря характеризується залежністю

$$T_u = \frac{1}{u_\infty} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}(u_x + u_y + u_z)}\,, \tag{5.1}$$

де u_x, u_y, u_z – проекції швидкості на осі координат.

Перехід від ламінарного до турбулентного режимів руху залежить від *числа Рейнольдса*

$$\mathrm{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{\rho \cdot v \cdot d}{\mu}\,,$$

де v – середня швидкість потоку, м/с; d – внутрішній діаметр трубопроводу, м; ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості потоку, м^2/с; μ – коефіцієнт динамічної в'язкості потоку, Па$\cdot$с.

За зростання температури повітряних потоків їх в'язкість також зростає (для краплинних рідин за збільшення температури в'язкість зменшується).

Число Рейнольдса, за якого відбувається стрибкоподібний перехід від ламінарного руху до турбулентного, називають **критичним** і позначають $\mathrm{Re}_{кр}$. За $\mathrm{Re} > \mathrm{Re}_{кр}$ режим руху турбулентний; за $\mathrm{Re} < \mathrm{Re}_{кр}$ – ламінарний.

Рейнольдс визначив, що за Re > 2300 рух в трубопроводі турбулентний, а за Re < 2300 – ламінарний, тобто $\mathrm{Re}_{кр} = 2300$ (зокрема для руху повітряного потоку це було підтверджене Стантоном в 1914 р.).

Точнішими дослідженнями встановлено [7], що в межах 2000 < Re < < 4000 відбувається періодична зміна ламінарного і турбулентного режимів руху, а тому слід приймати: при Re < 2000 – ламінарний режим; при Re > 4000 – турбулентний режим.

Треба зазначити, що число Re, як і взагалі будь-який безрозмірний параметр, має універсальний характер.

Під час ламінарного режиму руху розподілення швидкостей по перерізу трубопроводу має параболічний характер: безпосередньо біля стінок швидкості дорівнюють нулю, а зі зростанням відстані від них неперервно і плавно зростають, досягаючи максимуму на осі трубопроводу (рис. 5.2, *а*).

Під час турбулентного режиму руху закон розподілення швидкостей складніший: в більшій частині поперечного перерізу швидкості лише незначно менші від максимального значення (на осі), але зате поблизу стінок величина швидкості різко падає (рис. 5.2, *б*) в межах дуже тонкого шару, так званого **в'язкого** або **пристінного** підшару. Більша рівномірність розподілення швидкостей по перерізу потоку пояснюється наявністю турбулентного перемішування під впливом поперечних складових швидкості. Завдяки цьому перемішуванню частинки з більшими швидкостями у центрі потоку і з меншими швидкостями на його периферії неперервно вдаряються і вирівнюють свої швидкості. Біля самої стінки турбулентне перемішування потоку повітря паралізується наявністю твердих границь та сил внутрішнього тертя, які виникають через в’язкість повітря, і тому там існує різке падіння швидкості до нуля.

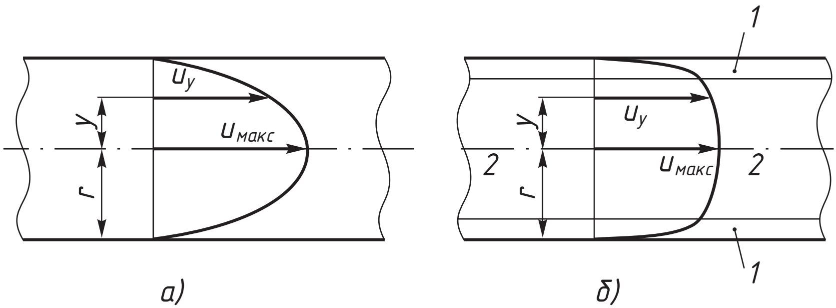


Рис. 5.2. Поле швидкостей потоку:
а – під час ламінарного руху; *б* – під час турбулентного руху;
1 – в’язкий (пристінний) підшар; *2* – ядро потоку

Хаотичність турбулентного руху з кінематичного погляду означає, що швидкості в окремих точках простору, через які протікає повітряний потік, неперервно змінюються як за величиною, так і за напрямком.

Вимірювання показують, що у кожній точці потоку повітря швидкість змінюється як за величиною, так і за напрямком, тому швидкість у точці турбулентного потоку називають **миттєвою місцевою швидкістю** u'.

Розкладаючи миттєву швидкість на три взаємно перпендикулярні напрямки, отримаємо поздовжню складову u_x, скеровану по нормалі до живого перерізу, і дві поперечні складові u_y і u_z, які лежать у площині живого перерізу повітряного потоку (рис. 5.3). Як поздовжні, так і поперечні складові миттєвої швидкості весь час змінюються. Зміна за часом проекції миттєвої місцевої швидкості на будь-яких напрямках називається **пульсацією швидкості**. За допомогою чутливих приладів можна спостерігати пульсації швидкості і записувати їх хронограму. На рис. 5.4 зображена типова крива зміни за часом поздовжньої складової u_x миттєвих швидкостей (*графік пульсації*). Зміни швидкості здаються безладними, однак, можна відзначити, що осереднене за достатньо довгий проміжок часу *T значення швидкості залишається* все таки *сталим*. Це значить, що швидкість неперервно пульсує біля деякого осередненого за часом значення $\bar{u}_x$. Оскільки закономірної періодичності пульсаційних кривих не виявлено, то для визначення осередненої швидкості потрібен достатній період часу спостереження.

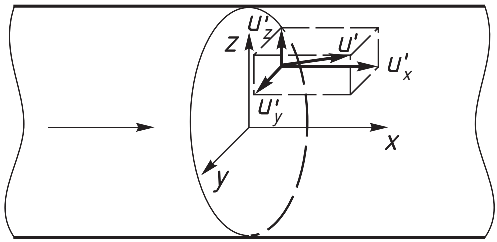


Рис. 5.3. Складові пульсаційних швидкостей
в турбулентному потоці повітря

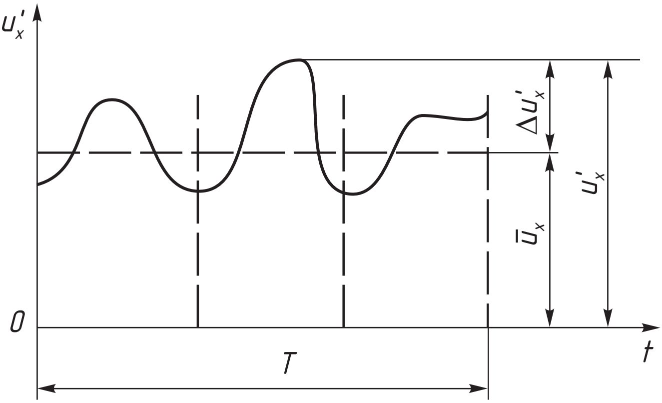


Рис. 5.4. Характер зміни миттєвої швидкості
у даній точці потоку з плином часу
(пульсації миттєвої швидкості в турбулентному потоці)

Відхилення миттєвої швидкості від її осередненого значення

$$\Delta u'_x = u'_x - \bar{u}_x \qquad (5.2)$$

називають **пульсаційною швидкістю** або **пульсацією**.

Для усталеного руху пульсації змінюють свою величину і знак так, що ефект їхнього осереднення за часом (за умови достатнього інтервалу часу t) дорівнює нулю.

Для вивчення турбулентного потоку замість поля миттєвих швидкостей можна розглядати поле осереднених швидкостей. Тільки маючи на увазі *осереднені швидкості*, можна говорити за *усталений турбулентний рух*. Завдяки цьому можна встановити деяку загальну закономірність, незважаючи на видиму хаотичність руху окремих частинок. *Зв'язок між осередненою швидкістю і миттєвими швидкостями* можна виразити залежністю, яка безпосередньо витікає з самого визначення осередненої швидкості

$$\overline{u}_x = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u'_x dt\,, \tag{5.3}$$

де T – період осереднення.

Аналогічно можна осереднити і інші компоненти швидкості ($\overline{u}_y$ і $\overline{u}_z$), а також будь-який інший швидкозмінний за часом параметр, наприклад добуток швидкостей $\overline{u}_x$ і $\overline{u}_y$, тиск p тощо.

Звичайно, у задачах інженерної практики під час турбуленнтного руху розглядається не дійсна, а тільки осереднена швидкість, а також поле осереднених швидкостей.

Заміна поля миттєвих швидкостей на поле осереднених швидкостей дає можливість застосувати для турбулентного потоку поняття елементарного струміньця і розділення на усталений і неусталений рух.

Розглянемо рівномірний рух повітряного потоку сталої витрати в трубопроводі. Розкладемо миттєву швидкість, яка заміряна у даній точці, на три складові: u'_x, u'_y, u'_z, причому, нехай вісь x збігається з віссю трубопроводу. Кожна із складових швидкості змінюється з плином часу, однак, для усталеного руху за достатній проміжок часу, незважаючи на випадковий характер окремих значень миттєвої швидкості, осереднені в часі значення поперечних складових дорівнюють нулю, тобто,

$$\overline{u}_y = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u'_y dt = 0; \qquad \overline{u}_z = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u'_z dt = 0,$$

а поздовжня складова швидкості

$$\overline{u}_x = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u'_x dt = \overline{u}.$$

Якщо так визначити осереднені швидкості декількох точок поперек трубопроводу, то отримаємо епюру осереднених швидкостей $\overline{u}$ по перерізу трубопроводу, зображену на рис. 5.5. Осереднення останніх дає **середню швидкість** *v*.

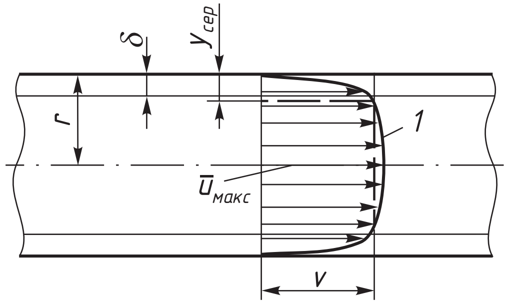


Рис. 5.5. Епюри осереднених швидкостей
по перерізу трубопроводу за рівномірного руху потоку:

1 – осереднені швидкості під час турбулентного режиму;
v – середня швидкість потоку

Отже, *не потрібно ототожнювати осереднену швидкість* $\overline{u}$ *з середньою швидкістю потоку v*: перша дає осереднення за часом у даній точці, друга – результат осереднення по перерізу потоку.

Осереднена швидкість заміряється приладами з великою інерцією, наприклад, трубкою Піто-Прандтля.

Осереднену швидкість можна розглядати як швидкість струмінця. За незмінної витрати потоку, який протікає в трубопроводі, епюра осереднених поздовжніх швидкостей у даному живому перерізі не змінюється з плином часу, що і є ознакою усталеного руху.

Поняття осередненої швидкості вперше було запропоноване *Буссінеском* (1867 р.) і розвинене *Рейнольдсом*. За допомогою цього поняття дійсний турбулентний потік з його хаотичним рухом частинок заміняють уявною моделлю потоку у вигляді сукупності елементарних струмінців, швидкості яких за величиною і напрямком дорівнюють осередненим швидкостям. А це означає що до турбулентного потоку можна застосувати закони одновимірної гідроаеродинаміки.

Під час турбулентного руху осереднена швидкість мало змінюється по перерізу трубопроводу, за винятком пристінної області, у якій суттєву роль відіграє тертя.

Область, у якій швидкості майже не змінюються по перерізу, називають **ядром потоку**, а прилеглий до стінок шар, який характеризується різким зменшенням швидкості – **пристінним** або **в'язким підшаром**. Рівномірне розподілення швидкостей в ядрі потоку пояснюється *інтенсивним перемішуванням*, яке є основною особливістю турбулентного руху.

Поле швидкості потоку за турбулентного режиму руху (рис. 5.2, *б*) можна побудувати за таким рівнянням:

$$\overline{u}_y = \overline{u}_{\text{макс}} \cdot (1 - y/r)^{1/m}. \qquad (5.4)$$

Переважно приймають $m = 7$. При цьому поле швидкості набуває вигляду прямокутника з різким падінням швидкості поблизу стінок трубопроводу.

5.3. ВТРАТИ ТИСКУ ПІД ЧАС РУХУ ПОВІТРЯНОГО ПОТОКУ В ТРУБОПРОВОДІ

Під час руху потоку повітря в трубопроводі у пристінній його області виникає опір тертя. Рівнодійна сил опору *T* (рис. 5.6) скерована в протилежний до руху потоку повітря бік і паралельна до напрямку руху.

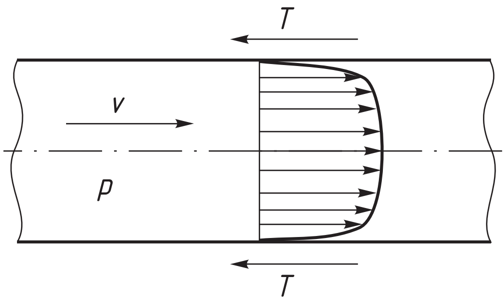


Рис. 5.6. До поняття про втрати тиску на тертя

Для подолання опору тертя і забезпечення рівномірного поступального руху потоку необхідно, щоби на нього діяла сила, скерована в напрямку руху і за величиною дорівнювала силі опору, тобто потрібно затратити енергію.

Втрати тиску на подолання опору тертя називають **втратами тиску на тертя** (**лінійними втратами тиску**) і позначають $\Delta p_{\text{тер}}$ (Δp_l).

Тертя не є єдиноможливою причиною, яка зумовлює втрати тиску. Різкі зміни перерізу потоку і зміна напрямку його руху також спричиняють втрати тиску. Ці втрати називають **місцевими втратами тиску** (**втратами тиску в місцевих опорах**) і позначають $\Delta p_{\text{м}}$.

Отже, втрати тиску під час руху потоку в трубопроводах складаються з *втрат тиску на тертя* і *втрат тиску у місцевих опорах*

$$\Delta p_{\text{втр}} = \Delta p_l + \Delta p_{\text{м}} . \tag{5.5}$$

Втрати тиску на ділянці трубопроводу можна зарахувати до динамічного тиску потоку ($p_{\text{д}} = \rho \cdot v^2 / 2$). Так отримують **безрозмірний коефіцієнт втрат тиску**

$$\zeta_{\text{втр}} = \frac{\Delta p_{\text{втр}}}{\rho \cdot v^2 / 2} . \tag{5.6}$$

5.3.1. Лінійні втрати тиску. Різниця тисків, яка зумовлена опорами тертя, визначається за *формулою Дарсі*

$$\Delta p_l = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} , \tag{5.7}$$

де λ – **коефіцієнт тертя**; l – довжина трубопроводу, м; ρ - густина потоку, кг/м^3.

Різницю тисків на довжині трубопроводу в 1 м називають **одиничним падінням тиску** R (**питомим опором трубопроводу**). Значення R визначають із залежності $\Delta p_l = R \cdot l$:

$$R = \frac{\lambda}{d} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} . \tag{5.8}$$

Для трубопроводів коефіцієнт тертя λ залежить:

– за ламінарного руху тільки від числа Re

$$\lambda = 64 / \mathrm{Re} ; \tag{5.9}$$

– за турбулентного руху у гладких трубопроводах ($\mathrm{Re} > 2 \cdot 10^3$) також тільки від числа Re

$$\lambda = 0{,}3164 / \mathrm{Re}^{0{,}25} ; \tag{5.10}$$

– за турбулентного руху у шорстких трубопроводах λ залежить також і від відносної шорсткості k/d (де k – *абсолютна шорсткість стінок матеріалу трубопроводу*, мм; d – діаметр трубопроводу, мм).

Значення коефіцієнта тертя λ трубопроводів визначали Нікурадзе, Прандтль, Карман та інші. Для розвинутої турбулентності під час руху потоку отримано такі залежності:

– у гладких трубопроводах

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2{,}0 \cdot \lg\left(\mathrm{Re} \cdot \sqrt{\lambda} \,/\, 2{,}51\right), \tag{5.11}$$

з якої видно, що λ залежить тільки від числа Re;

– у шорстких трубопроводах (Re > 500·*d*/*k*)

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2{,}0 \cdot \lg\left(\frac{k}{d \cdot 3{,}71}\right) = 1{,}14 - 2{,}0 \cdot \lg\frac{k}{d}, \tag{5.12}$$

з якої видно, що λ залежить тільки від відносної шорсткості *k*/*d* (автомодельний режим);

– у звичайних (з технічною шорсткістю) трубопроводах (*рівняння Кольбрука*)

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2{,}0 \cdot \lg\left(\frac{k}{d \cdot 3{,}71} + \frac{2{,}51}{\mathrm{Re} \cdot \sqrt{\lambda}}\right), \tag{5.13}$$

з якої видно, що λ залежить як від числа Re, так і від *k*/*d*.

Останнє рівняння (5.13) при Re = ∞ переходить у рівняння для шорстких трубопроводів (5.12), а при *k* = 0 в рівняння для гладких трубопроводів (5.11).

Значення λ з рівняння (5.13) можна визначити за допомогою комп’ютера з використанням методу послідовних наближень у такий спосіб:

– в лівій частині рівняння (5.11) приймають величину $1/\sqrt{\lambda}$ такою самою, як під час руху у шорсткому трубопроводі, завдяки чому отримують перше наближення $1/\sqrt{\lambda}$;

– це значення знову підставляють у ліву частину рівняння (5.13) та отримують друге наближення і так далі. Третє наближення дає похибку меншу за 0,5 %.

Значення абсолютної шорсткості *k* можна прийняти за даними табл. 5.1.

Для хвилястих трубопроводів коефіцієнт тертя λ залежить не тільки від абсолютної шорсткості *k*, а й від відношення висоти виступів до відстані між ними.

Значення коефіцієнта тертя λ у простих трубопроводах можна знайти за графічними залежностями Прандтля, Кармана і Кольбрука (рис. 5.7).

Таблиця 5.1

Значення абсолютної шорсткості *k* для трубопроводів і каналів з різних матеріалів [1, 6]

Вид труб і каналів	Абсолютна шорсткість стінок $k \cdot 10^3$, м
Труби з поліетилену і полівінілхлориду	0,007
Труби азбестоцементні	0,05…0,1
Сталеві труби, чорні (нові і чисті)	0,03…0,1
Сталеві труби, оцинковані нові	0,1…0,2
Сталеві труби з незначною корозією	0,15…1,0
Сталеві труби, старі заіржавілі	1,0…3,0
Сталеві труби помірно заіржавілі	0,3…0,7
Сталеві повітропроводи на фальцевих з’єднаннях	0,15
Труби чавунні	0,5…1,5
Труби з кольорових металів	0,001
Канал затинькований по сітці Рабітца	1,5
Канал мурований	3,0…5,0
Канал дерев’яний (зі струганих і підігнаних дощок)	0,2…1,0
Канал дерев’яний з неструганих дощок	1,0…2,5
Канал бетонний (з необробленого бетону)	1,0…3,0
Рукав з льонового полотна або прядив’яний і прогумований	0,5…0,8

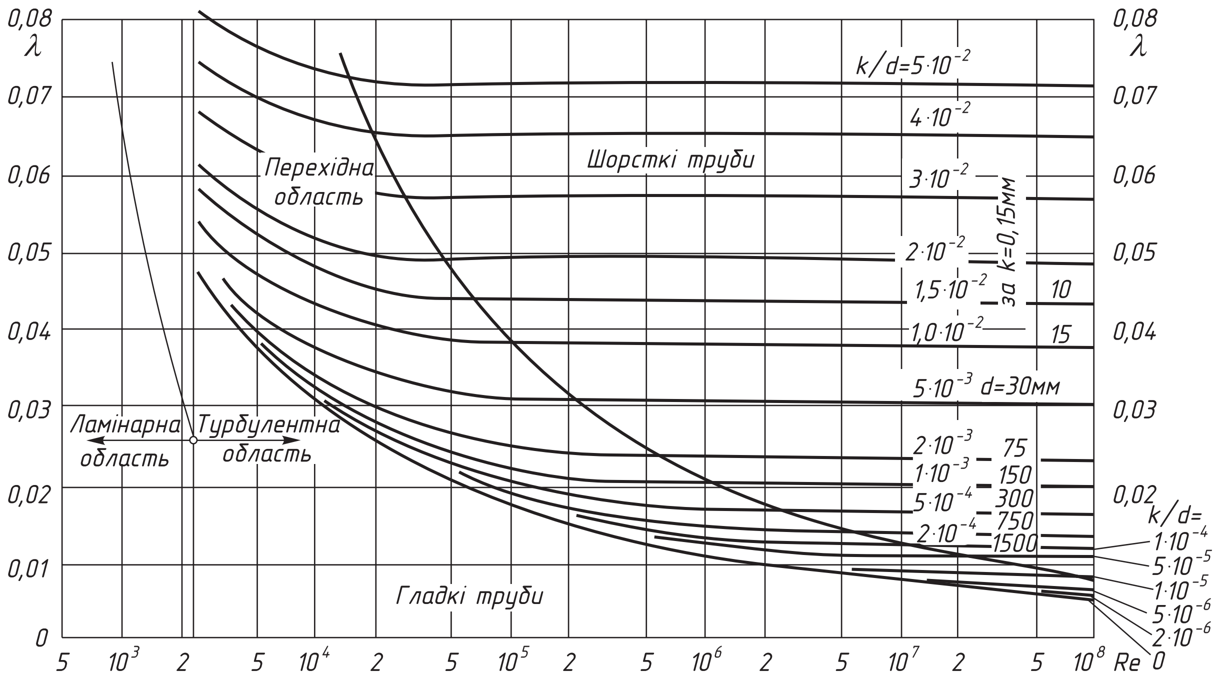


Рис. 5.7. Коефіцієнт тертя λ у простих трубопроводах за даними Прандтля, Кармана і Кольбрука

Якщо для якого-небудь повітропроводу з незмінною шорсткістю визначити коефіцієнт тертя λ залежно від числа Re (наприклад, за сталих d і ν), то отриману залежність можна виразити у вигляді графіка [5], зображеного на рис. 5.8.

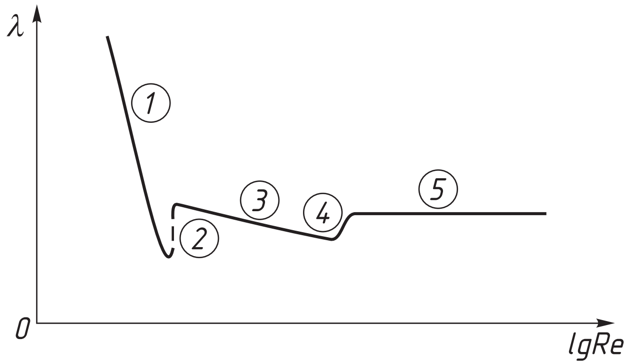


Рис. 5.8. Графік залежності коефіцієнта тертя λ від числа Re

За ламінарного руху (рис. 5.8, ділянка *1*) коефіцієнт тертя λ зменшується зі збільшенням числа Re. Його можна підрахувати за залежністю

$$\lambda = 64 / \mathrm{Re}\ .$$

Якщо це значення підставити у формулу (5.7), то отримаємо

$$\Delta p_l = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} = \frac{64}{\mathrm{Re}} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} =$$

$$= \frac{64}{v \cdot d / \nu} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} = \frac{32 \cdot \rho \cdot \nu \cdot l}{d^2} \cdot v.$$

Отже, за ламінарного руху потоку у повітроводі заданих геометричних розмірів (d = const і l = const) і за сталих фізичних констант потоку (ν = const і ρ = const) втрати тиску на тертя пропорційні першому степеню зміни швидкості

$$\frac{\Delta p_{l1}}{\Delta p_{l2}} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^1 .$$

За досягнення потоком критичного числа Re ($\mathrm{Re}_{кр}$ = 2000…4000) режим руху змінюється стрибкоподібно (рис. 5.8, ділянка *2*) із ламінарного в турбулентний.

За турбулентного режиму і малих чисел Re, коли межовий (пристінний) шар покриває виступи шорсткості, повітропровід впливає на потік як гладкий (рис. 5.8, ділянка *3*). У цьому випадку коефіцієнт тертя λ можна розрахувати за *формулою Блазіуса* (5.10). Якщо це значення λ підставити у формулу (5.7), то отримаємо

$$\Delta p_l = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} = \frac{0{,}3164}{\mathrm{Re}^{0{,}25}} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} =$$

$$= 0{,}3164 \cdot \left(\frac{v \cdot d}{\nu} \right)^{-0{,}25} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} =$$

$$= \frac{0{,}1582 \cdot \rho \cdot \nu^{0{,}25} \cdot l}{d^{1{,}25}} \cdot v^{1{,}75}.$$

Звідси

$$\frac{\Delta p_{l1}}{\Delta p_{l2}} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{1{,}75}.$$

Для розрахунку коефіцієнта тертя у таких повітропроводах можна використати *залежність Нікурадзе*:

$$\lambda = 0{,}0032 + 0{,}221 \cdot \mathrm{Re}^{-0{,}237}.$$

За зростання числа Re товщина межового (приграничного) шару зменшується і може бути меншою за виступи шорсткості, у зв'язку з чим можливе зростання коефіцієнта тертя λ (рис. 5.8, ділянка *4*). Подальше збільшення числа Re, коли товщина межового (приграничного) шару зменшується настільки, що виступи шорсткості майже повністю відкриваються, не впливає на зміну значення коефіцієнта тертя λ. У цьому випадку коефіцієнт тертя λ залежить тільки від шорсткості (автомодельний режим) і повітропровід впливає на потік як шорсткий (рис. 5.8, ділянка *5*).

Найпростіша і зручна для розрахунків коефіцієнта тертя λ таких шорстких повітропроводів *формула Шифрінсона*

$$\lambda = 0{,}11 \cdot (k / d)^{0{,}25}. \qquad (5.14)$$

Зручною для розрахунків і найпоширенішою у вітчизняній практиці є також *універсальна формула А. Д. Альтшуля*, яка справедлива для гладкої і шорсткої ділянок за турбулентного режиму [1]:

$$\lambda = 0{,}11 \cdot \left(\frac{k}{d} + \frac{68}{\mathrm{Re}} \right)^{0{,}25}. \qquad (5.15)$$

За граничних умов ця формула переходить у відомі залежності для визначення коефіцієнта тертя λ. Дійсно, за умови, що

$$\mathrm{Re} \cdot (k / d) < 10,$$

вона збігається з *формулою Блазіуса* (5.10) для гладких трубопроводів, а за умови, що

$$\mathrm{Re} \cdot (k / d) > 500,$$

– з *формулою Шифрінсона* (5.14) для шорстких трубопроводів.

У прямокутних трубопроводах, в площинах, нормальних до осі потоку, виникають циркуляційні течії, які називаються **поперечною циркуляцією** (рис. 5.9). Причина таких циркуляційних течій нині ще достатньо не вивчена.

У прямих трубопроводах достатньої довжини поперечна циркуляція відсутня.

Лінійні втрати тиску у повітропроводах прямокутного перерізу можна визначити за *формулою Дарсі*

$$\Delta p_l = \lambda \cdot \frac{l}{d_v} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2}, \qquad (5.16)$$

де d_v – еквівалентний за швидкістю діаметр прямокутного трубопроводу.

Для некруглих трубопроводів

$$d_v = 4 \cdot \omega / \Pi ,$$

де ω – площа поперечного перерізу трубопроводу, м^2; Π – змочений периметр трубопроводу, м.

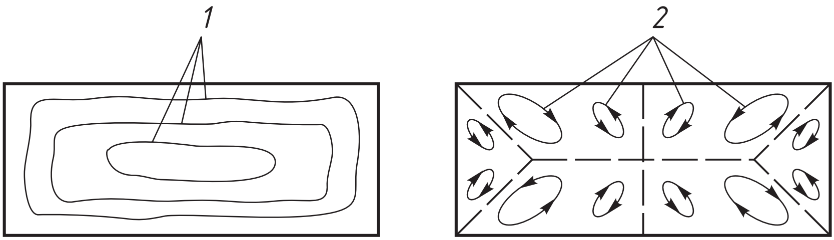


Рис. 5.9. Вторинні течії в трубопроводах прямокутного перерізу:
1 – лінії сталих швидкостей (ізотахи); *2* – вторинні течії

Для трубопроводів прямокутного перерізу

$$d_v = 2 \cdot a \cdot b / (a + b) .$$

Для квадратного перерізу $d_v = a$.

Квадратний переріз, для якого $d_v = a$, за однакової середньої швидкості має однаковий з круглим перерізом діаметром d коефіцієнт тертя λ і ті самі втрати тиску Δp_l . Однак, площа перерізу квадратного трубопроводу на 27,3 % більша за площу перерізу круглого трубопроводу.

Приклад 5.1. Розрахувати значення коефіцієнта тертя λ і втрати тиску у сталевому повітропроводі завдовжки l = 10 м з внутрішнім діаметром d = 125 мм за швидкості повітряного потоку v = 5 м/с і температури повітря 20°С.

Р о з в ' я з у в а н н я

Для d = 0,125 м і v = 5 м/с, $v \cdot d$ = 0,625 м^2/с; для сталевих труб з незначною корозією $k = 0{,}15 \cdot 10^{-3}$ м (табл. 5.1); $k/d = 1{,}2 \cdot 10^{-2}$; значення коефіцієнта тертя з рис 5.7 $\lambda = 0{,}026$; кінематична вязкість повітря при 20ºС $\nu = 15{,}1 \cdot 10^{-6}$ м^2/с та його густина ρ = 1,2 кг/м^3 [7].

Число Рейнольдса

$$\mathrm{Re} = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{5{,}0 \cdot 0{,}125}{15{,}1 \cdot 10^{-6}} = 41391 .$$

Значення коефіцієнта тертя за універсальною формулою А.Д. Альтшуля (5.15)

$$\lambda = 0{,}11 \cdot \left(\frac{k}{d} + \frac{68}{\mathrm{Re}} \right)^{0{,}25} =$$

$$= 0{,}11 \cdot \left(\frac{0{,}15 \cdot 10^{-3}}{0{,}125} + \frac{68}{41391} \right)^{0{,}25} = 0{,}0254 .$$

Втрати тиску на тертя у сталевому повітропроводі

$$\Delta p_l = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} = 0{,}0254 \cdot \frac{10}{0{,}125} \cdot \frac{1{,}2 \cdot 5^2}{2} = 30{,}5 \text{ Па}.$$

5.3.2. Втрати тиску в місцевих опорах трубопроводів. Різкі зміни швидкості і напрямку руху потоку у фасонних елементах (відводах, трійниках, хрестовинах тощо), запірнорегулювальних пристроях (клапанах, шиберах, діафрагмах тощо), повіторозподільниках і місцевих відсмоктах зумовлюють виникнення втрат тиску, які розрахувати аналогічно до втрат тиску на тертя неможливо.

Фасонні елементи, регулювальне та інше обладнання вентиляційних мереж називають **місцевими опорами**.

Під **коефіцієнтом місцевого опору** розуміють відношення втрат повного тиску у даному місцевому опорі до динамічного тиску у вибраному перерізі:

$$\zeta = \frac{\Delta p_{\text{м}}}{\rho \cdot v^2 / 2} . \tag{5.17}$$

Відповідно, маючи значення ζ втрати тиску в місцевому опорі визначають за *формулою Вейсбаха*

$$\Delta p_{\text{м}} = \zeta \cdot (\rho \cdot v^2 / 2) . \tag{5.18}$$

Динамічний тиск, до якого зараховують коефіцієнт місцевого опору, приймають для сталих або найзвуженіших поперечних перерізів, але з обов'язковим вказуванням вибраного місця.

Під час виконання практичних розрахунків *вважають, що значення коефіцієнта місцевого опору залежить тільки від поєднання геометричних розмірів*; *впливом числа* Re *і шорсткості поверхні місцевого опору нехтують*.

Коефіцієнти місцевих опорів трубопровідних мереж визначають, як правило, експериментально; табличні значення коефіцієнтів місцевих опорів або емпіричні формули для їх розрахунку знаходяться в інженерних довідниках [4].

Численні експериментальні дослідження підтверджують, що умова ζ = const для даного виду місцевого опору повністю справджується тільки за великих чисел Re (Re > $2\cdot10^4\ldots4\cdot10^4$). За невеликих швидкостей потоку ζ залежить від числа Re (за ламінарного або близького до нього режиму руху потоку).

Втрати тиску за зміни напрямку руху потоку. Втрати тиску у зігнутих елементах повітропроводів виникають, загалом, завдяки відриванню потоку від стінок і виниканню градієнта тиску (рис. 5.10).

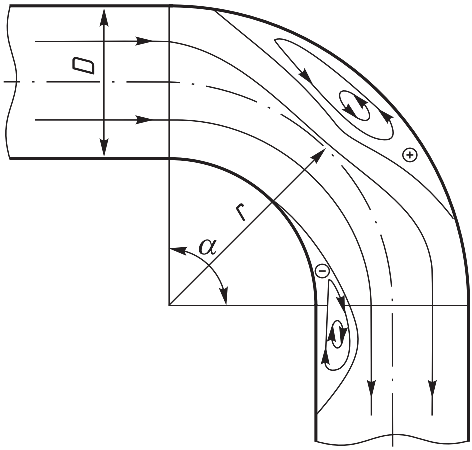


Рис. 5.10. Схема руху повітряного потоку у відводі повітропроводу

У відводі на зовнішній відносно центра згинання стінці тиск потоку вищий, а на внутрішній стінці нижчий, ніж у потоці до відводу і після нього. Отже, небезпечною стосовно виникнення відривань потоку від стінок внаслідок підвищення тиску в напрямку руху є одна область, прилегла до зовнішньої відносно центра згинання стінки трубопроводу на вході у відвід, і прилегла до внутрішньої стінки трубопроводу інша область на виході з відводу (рис. 5.10). Завдяки градієнтові тиску потік рухається з різною швидкістю, що спричиняє його відривання від стінок трубопроводу і приводить спочатку до звуження ядра потоку, а потім – до його розширення; під час цього виникають відчутні втрати тиску. Вказані ефекти проявляються тим сильніше, чим менший радіус згинання r і чим більший кут повороту α.

Втрати тиску у відводі з гострими краями (коліні) (рис. 5.11) залежать насамперед від кута його повороту, а також від розмірів поперечного перерізу і співвідношення площ перерізу до і після повороту та шорсткості стінок.

Для відводу з гострими краями (коліна) квадратного перерізу коефіцієнт місцевого опору ζ можна приймати за табл. 5.2.

Втрати тиску у відводі з гострими краями (коліні) можна різко знизити завдяки скругленню його внутрішньої стінки. Наприклад, для відводу з гострими краями (коліна) квадратного перерізу з кутом α = 90° за скруглення внутрішньої стінки *r/a* = 1…1,5 (зовнішня стінка не скруглена) коефіцієнт ζ зменшується з 1,2 до 0,18…0,20.

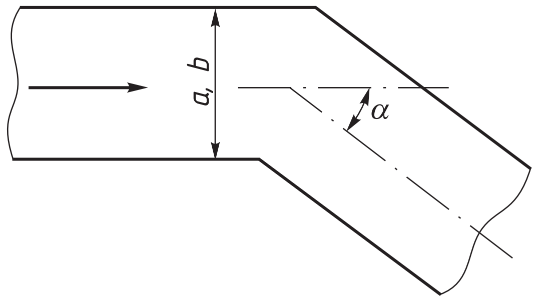


Рис. 5.11. Відвід з гострими краями (коліно) повітропроводу

Таблиця 5.2

Значення ζ відводу з гострими краями (коліна) квадратного перерізу залежно від кута повороту α [5]

α, град	0	20	30	40	50	60	70	80	90
ζ	0	0,12	0,15	0,30	0,40	0,55	0,75	0,95	1,2

Скруглення зовнішньої стінки у коліна не призводить до відчутного зменшення втрат тиску.

Втрати тиску у відводі (коліні) можна знизити завдяки встановленню у місці вигину скерувальних лопаток (рис. 5.12), які відхиляють потік і запобігають вихроутворенню.

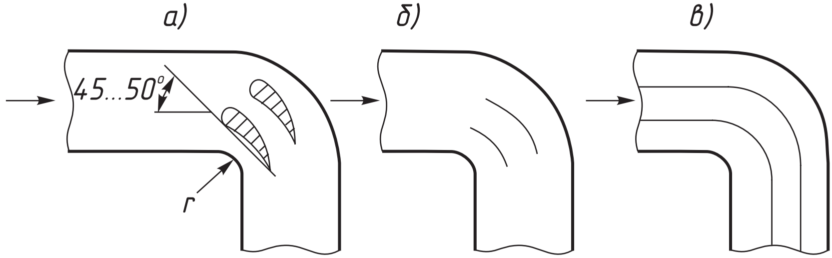
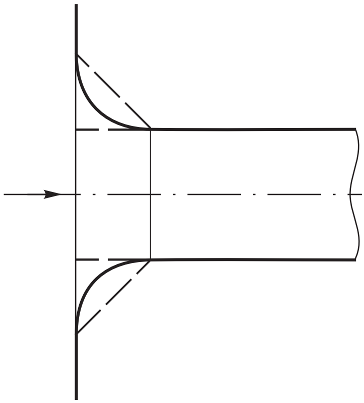


Рис. 5.12. Скерувальні лопатки у відводах (колінах):
а – профільовані; *б* – тонкі; *в* – концентричні

Неправильне розташування лопаток може зумовити не зменшення, а, навпаки, збільшення втрат тиску. Доцільніше застосовувати профільовані лопатки, встановлюючи їх тупими кінцями назустріч потоку (рис. 5.12, *а*); кут встановлення рекомендується приймати в межах 45…50˚; лопатки доцільно розташовувати частіше біля внутрішньої стінки, де утворюється найбільший вихор; лопатки повинні бути регульованими.

Втрати тиску при вході у трубопровід. Конструктивне вирішення входів у трубопроводи (рис. 5.13) суттєво впливає на втрати тиску.



Форма країв	ζ
Гострі	0,50
Притуплені	0,25
Добре скруглені	0,05

Рис. 5.13. Схема країв входу в трубопровід
і значення коефіцієнта місцевого опору

Наявність перед входом у трубопровід екрана (рис. 5.14) збільшує коефіцієнт місцевого опору, а значить і втрати тиску.

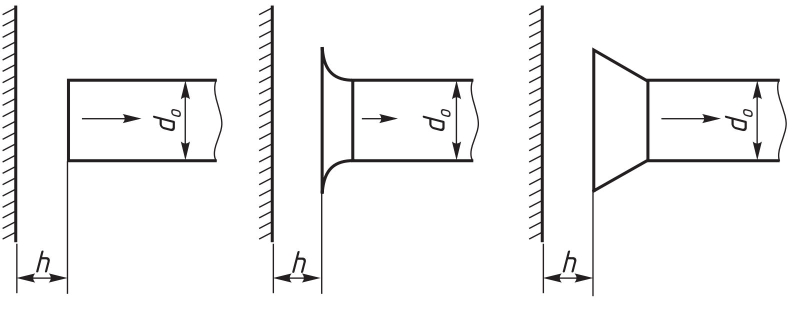
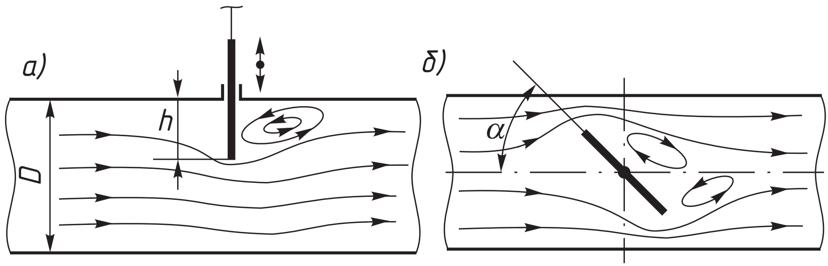


Рис. 5.14. Розташування екрана перед входом у трубопровід

Тільки на відстані $h/d_0 \geq 1$ екран не впливає на значення ζ.

Підвід повітропроводу до вентилятора можна виконувати за допомогою конфузорного звуження (конфузора), дифузорного розширення (дифузора), відводу або коліна, коробки тощо. Дифузорний підвід порівняно з конфузорним має більший ζ і негативно впливає на характеристику вентилятора. Відвід порівняно з коліном має менший вплив на роботу вентилятора. Коефіцієнти опору цих елементів залежать не тільки від їх геометричних розмірів, але й від тиску вентилятора і режиму його роботи.

Місцеві звуження поперечного перерізу трубопроводів у формі запірнорегулювальних пристроїв (шиберів, клапанів тощо) використовують для регулювання витрати потоків. У місці звуження поперечного перерізу згідно з рівнянням нерозривності потоку виникає вища швидкість, а відповідно до рівняння Бернуллі – менший тиск. Коефіцієнт місцевого опору у цьому випадку дуже великий, особливо, коли запірний пристрій майже повністю перекриває переріз трубопроводу.



Положення шибера h/d	ζ
0,25	0,26
0,50	2,1
0,75	17,0
0,87	98,0

Положення клапана α, град	ζ
10	0,52
20	1,54
40	10,8
60	110,0
70	751,0

Рис. 5.15. Схема ліній течії під час протікання потоку через місцеві звуження трубопроводу, зумовлені:

а – засувкою шибером; *б* – клапаном

Місцеві звуження поперечного перерізу трубопроводу можна використати для вимірювання витрати повітряного потоку. Прикладом служить витратомірна діафрагма (рис. 5.16), яка створює кільцеподібне звуження поперечного перерізу і сильні відривні течії. Коефіцієнт ζ залежить від співвідношення d/D і форми країв діафрагми і є сталим у достатньо великому діапазоні чисел Re. За відомого значення ζ діафрагми і заміряного перепаду статичного тиску $\Delta p_{\text{ст}}$ можна визначити швидкість потоку v, а потім і його витрату.

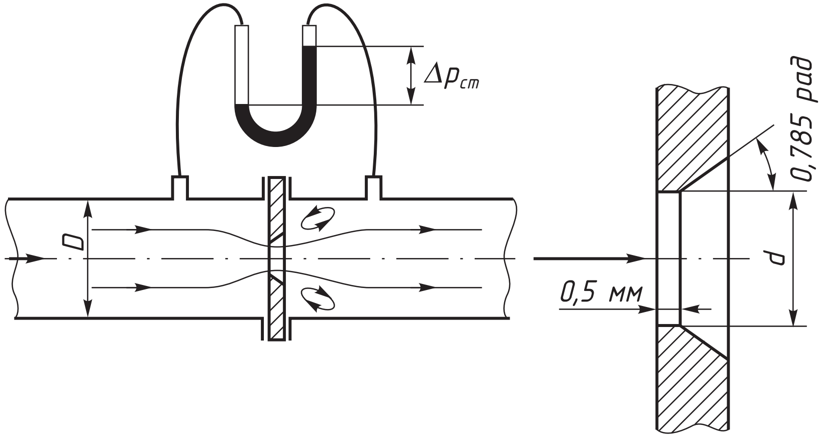


Рис. 5.16. Схема вимірювання перепаду статичного тиску на витратовимірній діафрагмі

Місцеві розширення поперечного перерізу повітропроводів зумовлюють зменшення швидкості потоку. Як наслідок виникає підвищення тиску в напрямку руху і з'являється можливість відривання потоку від стінок трубопроводу. За кута $\theta \leq 4^{\circ}$ (рис. 5.17) потік не відривається від стінок.

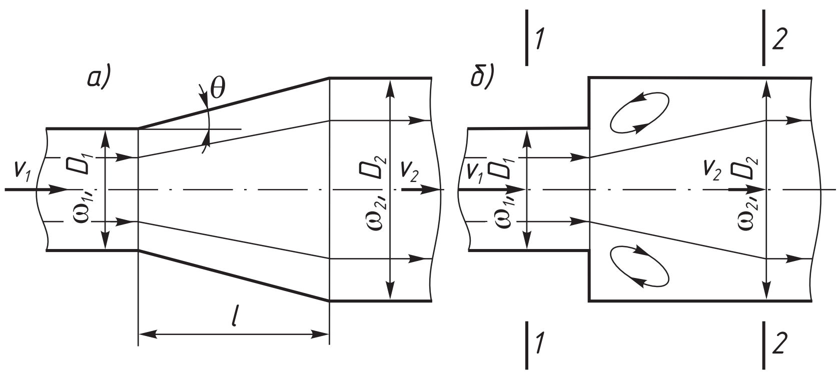


Рис. 5.17. Схеми місцевого розширення трубопроводу:
а – дифузорного; *б* – раптового

Коефіцієнт місцевого опору дифузорного розширення залежить: від співвідношення площ поперечних перерізів ω_1 / ω_2; від відносної довжини l / D_1; від форми дифузора і розподілення швидкості потоку на вході в нього.

Для загальноприйнятих форм дифузорного розширення під кутом $2 \cdot \theta < 8^\circ$ потік прилягає до стінок. За більших кутів потік відривається від стінок і втрати тиску різко зростають.

Наближено коефіцієнт місцевого опору дифузорного розширення з врахуванням тертя потоку по стінках можна визначати за формулою [7]

$$\zeta = \beta \cdot \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2, \tag{5.19}$$

де $\beta = 1{,}1 \ldots 1{,}2$.

Втрати тиску для раптового розширення трубопроводу можна визначити аналітично, записуючи рівняння Д. Бернуллі для двох вибраних перерізів *1 – 1* і *2 – 2*:

$$p_{\text{ст}1} + \frac{\rho}{2} \cdot v_1^2 = p_{\text{ст}2} + \frac{\rho}{2} \cdot v_2^2 + \Delta p_{\text{втр}}.$$

З останнього рівняння визначимо втрати тиску між двома перерізами

$$\Delta p_{\text{втр}} = \frac{\rho}{2} \cdot \left(v_1^2 - v_2^2\right) - \left(p_{\text{ст}2} - p_{\text{ст}1}\right).$$

Стосовно до об'єму, який міститься між цими двома перерізами, запишемо рівняння імпульсу сил

$$\left(p_{\text{ст}2} - p_{\text{ст}1}\right) \cdot \omega_2 = m \cdot \left(v_1 - v_2\right),$$

де $m = \rho \cdot \omega_2 \cdot v_2$.

Тоді

$$\left(p_{\text{ст}2} - p_{\text{ст}1}\right) = \rho \cdot v_2 \cdot \left(v_1 - v_2\right).$$

Підставивши праву частину останнього рівняння у перетворене вище рівняння Д. Бернуллі, отримаємо

$$\Delta p_{\text{втр}} = \left(\rho / 2\right) \cdot \left(v_1^2 - v_2^2\right) - \rho \cdot v_2 \cdot \left(v_1 - v_2\right).$$

Звідси після спрощень формула набуває вигляду

$$\Delta p_{\text{втр}} = \left(\rho / 2\right) \cdot \left(v_1 - v_2\right)^2, \tag{5.20}$$

тобто втрати тиску для раптового розширення дорівнюють динамічному тискові втраченої швидкості.

Коефіцієнт місцевого опору для раптового розширення потоку, якщо його зарахувати до динамічного тиску у вужчому перерізі, становитиме

$$\zeta = \frac{\Delta p_{\text{втр}}}{(\rho/2)\cdot v_1^2} = \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2, \tag{5.21}$$

Для випадку витікання потоку у вільний простір $\omega_2 = \infty$ і $\zeta = 1$.

Приклад 5.2. Знайти втрати тиску для раптового розширення повітропроводу (рис. 5.17, *б*).

Р о з в ’ я з у в а н н я

Масова витрата в перерізах *1 - 1* і *2 - 2* стала, тобто

$$m = \rho \cdot v_1 \cdot \omega_1 = \rho \cdot v_2 \cdot \omega_2 .$$

Збільшення тиску згідно з рівнянням Бернуллі

$$\Delta p_1 = \frac{\rho}{2} \cdot \left(v_1^2 - v_2^2\right).$$

Збільшення тиску згідно з рівнянням збереження кількості руху

$$\Delta p_2 = m \cdot \Delta v = \rho \cdot v_2 \cdot (v_1 - v_2) .$$

Різниця є втратою тиску згідно з Карнота-Борда

$$\Delta p_{\text{втр}} = \Delta p_1 - \Delta p_2 = \frac{\rho}{2} \cdot (v_1 - v_2)^2 .$$

Довжина ділянки вирівнювання швидкості приблизно становитиме

$$l \approx 10 \cdot \left(\sqrt{\omega_2} - \sqrt{\omega_1}\right).$$

Втрати тиску при з’єднанні і розділенні потоків у трійниках. Геометрично кожен трійник характеризується кутом α прилягання відгалуження до повітропроводу і відношенням площ поперечних перерізів відгалуження і проходу до збірної площі $\omega_{\text{в}} / \omega_{\text{м}}$ і $\omega_{\text{п}} / \omega_{\text{м}}$ (рис. 5.18).

Втрати тиску у трійнику виникають завдяки вихроутворенню за зміни швидкостей потоків, які з’єднуються або розділяються, а також завдяки зміні напрямку руху у відгалуженнях.

В одному і тому самому трійнику під час роботи на всмоктування втрати тиску більші, ніж за тих самих витрат і роботі на нагнітання, тому що додаються втрати тиску за турбулентного перемішування потоків, які зливаються в один потік.

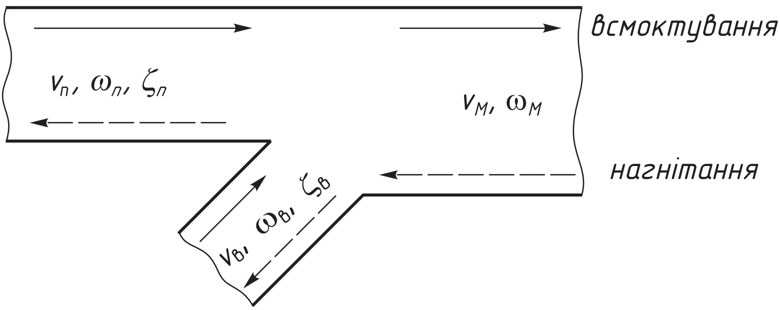


Рис. 5.18. Схема трійника

Опір трійника можна помітно зменшити, якщо краї стикування бокового відгалуження дещо округлити (рис. 5.19, *а*), виконати відгалуження у вигляді конуса (рис. 5.19, *б*) або, що особливо істотно, виконати у вигляді плавного відвода (рис. 5.19, *в*).

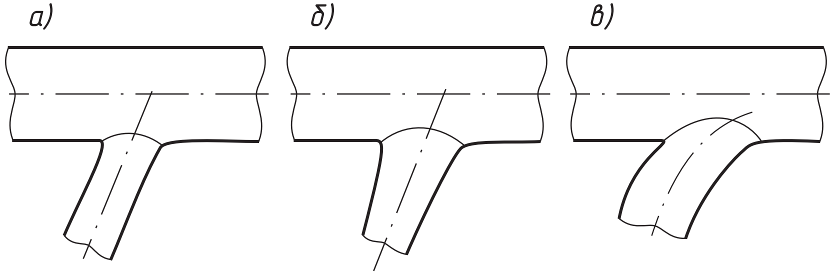


Рис. 5.19. Покращені трійники:
а – зі скругленими краями; *б* – з конічним відгалуженням; *в* – з відводом

Значення коефіцієнтів місцевих опорів трійників на відгалуження і на прохід вказують у довідниках. Прохідним на відміну від збірного, (магістрального) вважають переріз з меншою витратою (у всмоктувальних трійників – до зливання потоків, а в нагнітальних – після розділення потоків). Коефіцієнти місцевих опорів трійників можуть мати від'ємний знак, що зумовлено ежекцією прохідного струменя.

Аналіз табличних значень місцевих опорів трійників [4] показав, що здебільшого зі зростанням кута відгалуження значення $\zeta_п$ і $\zeta_в$ (рис. 5.18) зростають незначно. Тому тенденція застосування спрощених трійників з відгалуженням 90° є виправданою. Однак, для систем аспірації і пневмотранспорту, внаслідок небезпеки осідання механічних домішок, потрібно застосовувати трійники з малими кутами відгалужень.

Взаємний вплив місцевих опорів. Відривні течії і вихроутворення за місцевим опором деформують епюру швидкостей потоку, хоча при цьому середня за витратою швидкість залишається сталою. Вирівнювання епюри швидкостей до вигляду, характерного для рівномірного турбулентного потоку у довгому трубопроводі (рис. 5.2, *б*; рис. 5.6), відбувається на ділянці стабілізації потоку, довжина якої може бути досить значною.

Втрати енергії на ділянці стабілізації є складовою частиною місцевого опору.

Довжину ділянки стабілізації l_c теоретично визначити важко, а то й неможливо. Вочевидь, що передусім вона залежить від виду місцевого опору. Має вплив також шорсткість стінок місцевого опору і число Re.

Згідно з експериментальними даними [7]

$$l_c / D \approx 10\ldots50.$$

У вентиляційних (коротких) трубопроводах, де місцеві опори розташовані близько один від одного, потік притікає до місцевого опору ще не стабілізованим. Внаслідок цього втрати тиску у такому місцевому опорі, а також сумарні втрати тиску у трубопроводі відрізняються від сумарних втрат тиску на таких самих місцевих опорах, але розташованих у трубопроводі на великих відстанях один від одного.

Отже, сумарний коефіцієнт місцевих опорів трубопроводу, здебільшого є меншим за суму поодиноких коефіцієнтів місцевих опорів даного трубопроводу.

Зменшення сумарного опору за близького розташування окремих місцевих опорів справедливе тільки для сталої конфігурації місцевих опорів. У протилежному випадку можна отримати інший результат: загальний опір трубопроводу більший за суму окремих опорів.

У вентиляційних системах, в яких прямолінійні ділянки трубопроводів порівняно невеликі, повітряні потоки не можна вважати повністю стабілізованими, оскільки тут існує більший чи менший взаємовплив місцевих опорів.

Однак у практиці інженерних розрахунків місцеві опори підсумовують арифметично, що загалом дає деяке перевищення дійсного опору.

Необхідно зазначити, що значення ζ, які наведені у довідковій і спеціальній літературі, є наближеними. Якщо необхідно точно визначити значення ζ конкретного місцевого опору, то проводять експериментальні дослідження на моделях з забезпеченням вимог гідроаеродинамічної подібності.

Вплив числа Re на коефіцієнти місцевих опорів. Наведені у літературі дані належать до турбулентного режиму руху з великим числом Re, за якого молекулярна в’язкість проявляє себе незначно.

За дуже малих чисел Re ефект опору виявляється завдяки дії сил в'язкості і пропорційний до швидкості потоку у першому степені. Коефіцієнт місцевого опору у цьому випадку змінюється обернено пропорційно до числа Re за законом

$$\zeta = A / \mathrm{Re}\,, \tag{5.22}$$

де A – стала, яка залежить від виду місцевого опору і степеня стиснення потоку (табл. 5.3) [7].

Зі зростанням числа Re, але за умови ламінарного рівномірного руху, значення ζ зростають. Це можна пояснити вихроутворенням у місцевих опорах.

За достатньо великих чисел Re формуються відривні течії, які і є основною причиною місцевих втрат тиску. Це область квадратичного опору, в якій $\zeta = \mathrm{const}$ для даного виду місцевого опору.

Наявність гострих країв і кутів повороту у місцевих опорах сприяє вихроутворенню навіть за малих значень чисел Re. Для плавніших округлень стінок процес вихроутворень запізнюється і вплив числа Re спостерігається за великих його значень.

У першому наближенні можна вважати, що за різкої зміни конфігурації місцевих опорів коефіцієнт ζ не залежить від числа Re при Re > 3000, а за плавної зміни – при Re > 10000.

Орієнтовно визначити значення ζ за невеликих чисел Re можна за *формулою А.Д. Альтшуля*

$$\zeta = \frac{A}{\mathrm{Re}} + \zeta_{кв}\,, \tag{5.23}$$

де $\zeta_{кв}$ – коефіцієнт місцевого опору для квадратичної області руху потоку (стала величина для цього виду місцевого опору) (табл. 5.3) [7].

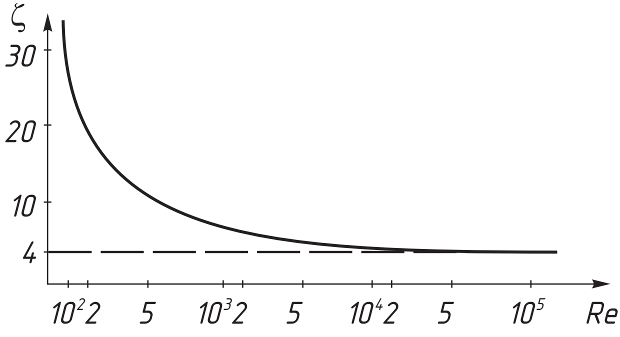


Рис. 5.20. Вплив числа Re на
значення коефіцієнта місцевого опору ζ (вентиля)

Таблиця 5.3

Коефіцієнти A і $\zeta_{кв}$ для деяких місцевих опорів

Опір	A	$\zeta_{кв}$	Опір	A	$\zeta_{кв}$
Кран пробковий	150	0,4	Засувка за значень n:		
Вентиль	3000	4,0	1	75	0,15
Кульовий клапан	5000	45,0	0,75	350	0,2
Відвід плавний	130	0,2	0,50	1300	2,0
Трійник	150	0,3	0,25	3000	20,0

5.4. АЕРОДИНАМІЧНИЙ РОЗРАХУНОК ПОВІТРОПРОВОДІВ

Аеродинамічний розрахунок повітропроводів базується на основних рівняннях гідроаеродинаміки.

Втрати тиску під час руху повітряного потоку у трубопроводі складаються з втрат тиску на тертя і у місцевих опорах

$$\Delta p_{втр} = \Delta p_l + \Delta p_{м} = \left(\lambda \cdot \frac{l}{d_v} + \sum \zeta \right) \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} . \qquad (5.24)$$

Залежно від співвідношення Δp_l і $\Delta p_{м}$ *трубопроводи* поділяються на **короткі** і **довгі**. *У довгих трубопроводах* втрати тиску на тертя у багато разів перевищують втрати тиску у місцевих опорах. До довгих трубопроводів можна зарахувати зовнішні теплопроводи, у яких місцеві втрати тиску часто становлять 2…3 % від втрат на тертя.

У коротких трубопроводах, до яких належать повітропроводи, втрати тиску у місцевих опорах співвимірні з втратами тиску на тертя або їх перевищують.

Розрізняють *системи* **з природним спонуканням руху повітря** (**природні**) і **з вентиляторним спонуканням руху повітря** (**механічні**).

Для природних систем вентиляції, в яких збудником руху повітря є гравітаційний і (або) вітровий тиски, динамічним тиском потоку можна знехтувати. Тоді рівняння Д. Бернуллі запишемо у вигляді

$$g \cdot (\rho_{з} - \rho_{в}) \cdot H + p_{1ман} = p_{2ман} + \lambda \cdot \frac{l}{d_v} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} + \sum \zeta \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} , \qquad (5.25)$$

де $\rho_з$ і $\rho_в$ – відповідно густина зовнішнього і внутрішнього повітря, кг/м^3; d_v – еквівалентний за швидкістю і втратами тиску діаметр повітропроводу, м.

Для природних систем вентиляції, за відсутності вітрового тиску, манометричний тиск у початковому і кінцевому перерізах системи дорівнює нулю, а рівняння (5.25) набуває вигляду

$$g\cdot(\rho_з-\rho_в)\cdot H=\lambda\cdot\frac{l}{d_v}\cdot\frac{\rho\cdot v^2}{2}+\sum\zeta\cdot\frac{\rho\cdot v^2}{2}. \qquad (5.26)$$

З рівняння (5.26) видно, що тиск, який створюється різницею ваги стовпів зовнішнього і внутрішнього повітря заввишки H витрачається на тертя і у місцевих опорах.

У системах механічної вентиляції динамічний тиск враховують. У зв'язку з цим рівняння Д. Бернуллі набуває вигляду

$$p_{1ман}+\frac{\rho\cdot v^2}{2}+g\cdot(\rho_з-\rho_в)\cdot H=p_{2ман}+\frac{\rho\cdot v^2}{2}+\lambda\cdot\frac{l}{d_v}\cdot\frac{\rho\cdot v^2}{2}+\sum\zeta\cdot\frac{\rho\cdot v^2}{2}.$$

Позначаючи $p_п=p_{ман}+\rho\cdot v^2/2$ і $p_{гр}=g\cdot(\rho_з-\rho_в)\cdot H$, отримаємо

$$(p_{п1}+p_{гр})-p_{п2}=\lambda\cdot\frac{l}{d_v}\cdot\frac{\rho\cdot v^2}{2}+\sum\zeta\cdot\frac{\rho\cdot v^2}{2}. \qquad (5.27)$$

В інженерних розрахунках систем механічної вентиляції природний тиск $p_{гр}$ переважно не враховують. Тоді формулу (5.27) запишемо у вигляді

$$\Delta p_{втр}=p_{п1}-p_{п2}=\lambda\cdot\frac{l}{d_v}\cdot\frac{\rho\cdot v^2}{2}+\sum\zeta\cdot\frac{\rho\cdot v^2}{2}. \qquad (5.28)$$

Тобто, різниця повних тисків між двома перерізами трубопроводу витрачається на опір тертя і в місцевих опорах.

Для практичних розрахунків систем механічної вентиляції вибирають швидкості повітряних потоків за умови економічних чинників і рівня шуму. Крім цього звертають увагу на конструктивні і естетичні вимоги.

5.4.1. Особливості розрахунку повітропроводів. Система вентиляції складається з **ділянок**, які характеризуються сталістю витрати і поперечного перерізу, а, отже, і швидкості (а також сталістю форми і матеріалу стінки трубопроводу). До ділянок належать також і місцеві опори, які можуть і не мати вказаних вище особливостей (наприклад, у трійниках змінюється витрата, а у дифузорах – швидкість).

Місцеві опори зараховують до попередньої або наступної ділянки трубопровідної мережі; однак, їх доцільно зараховувати до ділянки з більшою швидкістю. Місцевими опорами є також повітронагрівники (калорифери), фільтри та інше обладнання і пристрої, приєднані до повітропроводу.

Залежно від способу поєднання ділянок розрізняють **прості** (рис. 5.21, *а*), **складні** (рис. 5.21, *б*) або **розгалужені** (рис. 5.21, *в*) повітро-проводи.

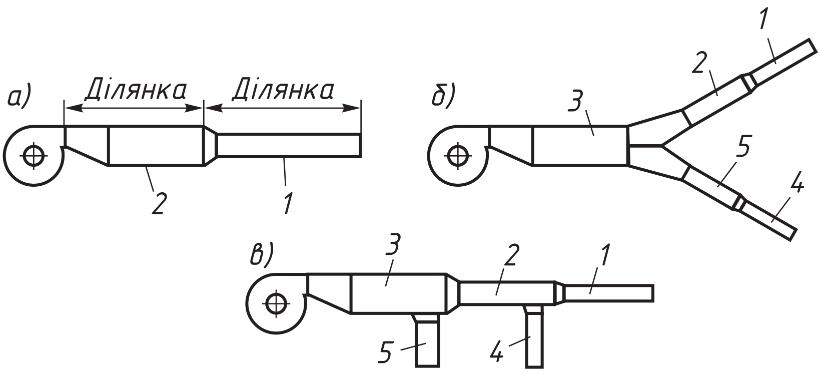


Рис. 5.21. Повітропроводи системи вентиляції:
а – простий; *б* – складний; *в* – розгалужений

Загальні втрати тиску у простому повітропроводі дорівнюють сумі втрат тиску у всіх його ділянках, тобто,

$$\Delta p_{\text{втр}} = \sum_{i=1}^{n} \left(l_i \cdot \frac{\lambda_i}{d_i} + \sum \zeta_i \right) \cdot \frac{\rho \cdot v_i^2}{2}, \tag{5.29}$$

де n – кількість ділянок повітропроводу; l_i, λ_i, d_i – відповідно довжина, коефіцієнт тертя і діаметр i–ї ділянки повітропроводу; v_i – середня швидкість на i–ій ділянці повітропроводу.

У складному (*розгалуженому*) *повітропроводі* загальні втрати тиску дорівнюють сумі втрат тиску у ділянках магістралі (ділянки *3*, *2*, *1*, рис. 5.21, *б* і *в*) без відгалужень

$$\Delta p_{\text{втр}} = \sum_{i=1}^{m} \left(l_i \cdot \frac{\lambda_i}{d_i} + \sum \zeta_i \right) \cdot \frac{\rho \cdot v_i^2}{2}, \tag{5.30}$$

де m – кількість ділянок магістралі (m = 3, ділянки *3*, *2*, *1*, рис. 5.21, *б* і *в*).

За розрахункову звичайно приймають найдовшу магістраль. Опір відгалуження долається завдяки тиску в місці його приєднання до магістралі (у вузлі трійникового чи хрестовинного відгалужень). З врахуванням цього можна стверджувати, що втрати тиску у відгалуженнях дорівнюють наявним тискам у точках приєднання відгалужень до магістралі. Якщо б такої тотожності не було, то потік рухався б шляхом найменшого опору і втрати тиску перерозподілялись би до тих пір, доки не зрівнялись би у точках відгалужень.

Для забезпечення високої точності розрахунку, особливо складних трубопровідних мереж, доцільно проводити попередні дослідження на моделях. Для цього можна використати метод електричної аналогії, який полягає в тому, що аеродинамічні опори заміняють у моделі електричними опорами.

Приклад 5.3. Виконати ув'язування втрат тиску у відгалуженнях розгалуженого повітропроводу (рис. 5.21, *в*), якщо відомі втрати тиску на відповідних ділянках магістралі *3–2–1*; тобто 100, 80 і 120 Па. Потрібно визначити втрати тиску у відгалуженнях *4* і *5*.

Р о з в ' я з у в а н н я

Враховуючи рівність тисків у вузлах, втрата тиску у відгалуженні *4* повинна дорівнювати втратам тиску на ділянці *1*, тобто $\Delta p_4 = \Delta p_1 = 120\,\text{Па}$.

Втрати тиску у послідовно з'єднаних ділянках *1* і *2* повинні дорівнювати втратам тиску у відгалуженні *5*, тобто $\Delta p_5 = \Delta p_1 + \Delta p_2 = 120 + 80 = 200\,\text{Па}$.

Отже, загальна втрата тиску по магістралі *3–2–1* дорівнює 100 + 80 + 120 = 300 Па, по другій можливій магістралі *3–2–4*, відповідно, 100 + 80 + 120 = 300 Па і по ще одній можливій магістралі *3–5* – відповідно, 100 + 200 = 300 Па. Отже, по всіх можливих магістралях вентиляційної системи втрати тиску однакові, що вказує на ідеальне ув'язування втрат тиску у вузлових точках системи.

5.4.2. Послідовність аеродинамічного розрахунку повітропроводів. До початку аеродинамічного розрахунку повітропроводів визначають кількість розрахункових ділянок, їх конфігурацію і місцеві опори. Далі розрахунок виконують у такій послідовності:

– за заданими витратами і рекомендованими швидкостями повітряних потоків визначають розміри поперечних перерізів трубопроводів, і відповідно уточнюють дійсні швидкості повітряних потоків у них та визначають втрати тиску;

або

– за заданими витратами і перепадами тисків визначають розміри поперечних перерізів трубопроводів і відповідно дійсні швидкості повітряних потоків у них;

або

– за заданими поперечними перерізами і перепадами тисків визначають дійсні витрати і швидкості повітряних потоків.

Перший випадок характерний для розрахунків систем механічної вентиляції, другий – систем природної вентиляції, а третій – для перевіркового розрахунку існуючої системи механічної чи природної вентиляції.

Під час розрахунку необхідно пам'ятати, що витрата Q і швидкість v повітряного потоку, а також площа живого перерізу трубопроводу ω пов'язані рівнянням витрати $Q = \omega \cdot v$.

5.4.3. Швидкість повітряного потоку у трубопроводах. Рекомендовані швидкості повітряних потоків у трубопроводах визначені на основі економічного аналізу. Оптимальна швидкість відповідає мінімуму приведених затрат – сумі капітальних затрат (вартість повітропроводів, вентиляційного агрегату тощо) і експлуатаційних затрат (електроенергія тощо) за період окупності. Крім економічних чинників під час визначення рекомендованих швидкостей враховані також технічні вимоги: наприклад, враховуючи умови зменшення шуму, швидкість у повітропроводах промислових будинків не рекомендується більше ніж 10 м/с, а у громадських будинках – 8 м/с; у повітропроводах систем аспірації і пневмотранспорту з метою уникнення осідання механічних домішок швидкість повітряного потоку повинна перевищувати швидкість витання частинок (звичайно її приймають у межах 10…25 м/с). У магістралях рекомендується приймати більші швидкості, ніж у відгалуженнях, причому в міру наближення до вентилятора бажано її збільшувати.

У повітропроводах з порівняно гладкою внутрішньою поверхнею (сталевих, пластмасових, керамічних) рекомендують більші швидкості, ніж у повітропроводах з шорсткою внутрішньою поверхнею (цегляних, бетонних тощо).

Вочевидь у кожному конкретному випадку необхідно практикувати повітропроводи з такими швидкостями повітряного потоку, які забезпечують найменшу експлуатаційну вартість.

5.4.4. Розташування повітропроводів. Повітропроводи повинні з'єднувати найвіддаленіші точки вентиляційної системи з вибраним центром (місцем розташування вентилятора) по можливості найкоротшим шляхом. Вентилятор доцільно встановлювати по можливості посередині магістралі вентиляційної системи, а не з краю. Однак найпридатнішим є спосіб техніко-економічного порівняння різних схем вентиляційної системи. Із декількох розглянутих варіантів потрібно прийняти той, який забезпечує мінімум експлуатаційних затрат.

5.4.5. Визначення кількості вентиляційних систем. Кількість систем вентиляції залежить від призначення і розмірів об'єкта, у якому передбачається вентиляція. Різковідмінні за технологічними особливостями підрозділи об'єкта, у яких, наприклад, виділяються шкідливі гази або пил, надлишкова теплота або волога, повинні обслуговуватись окремими вентиляційними системами. Горизонтальна довжина вентиляційної системи не рекомендується більше ніж 35…40 м.

Короткі і не сильно завантажені системи можна легко регулювати, а великі системи простіше монтувати і експлуатувати. Зменшення розмірів вентиляційних систем (відповідно збільшення їх кількості) за певних умов є вигідним не тільки з міркувань гнучкішої і надійнішої їх експлуатації, але й зі скорочення енергозатрат.

Для наближеної ілюстрації цього аспекту уявімо, що одна вентиляційна система з простим повітропроводом завдовжки *l* і діаметром *d* за витрати повітря *Q* і швидкості *v* розділена на дві системи із збереженням діаметра *d* за довжини *l*/2 , витрати *Q*/2 і швидкості *v*/2 (рис. 5.22).

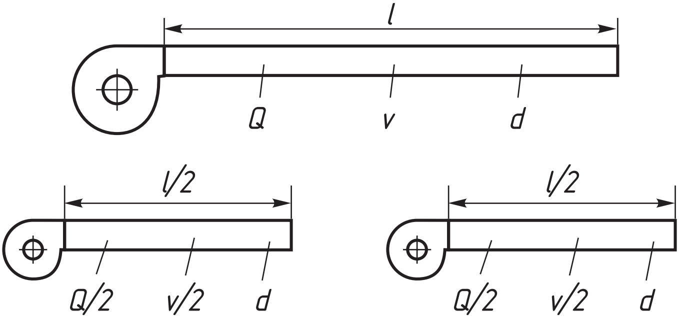


Рис. 5.22. Децентралізація систем вентиляції

Якщо для цих простих повітропроводів врахувати тільки втрати тиску на тертя і припустити, що λ, ρ і η = const, то потужність двох децентралізованих систем буде менша за потужність однієї централізованої системи у

$$\frac{N_{\text{ц}}}{N_{\text{д.ц}}} = \frac{\left[Q \cdot \lambda / (\rho \cdot v^2)\right] / (\eta \cdot 1000 \cdot d \cdot 2)}{\left[2 \cdot (Q/2) \cdot \lambda \cdot (l/2) \cdot \rho \cdot (v/2)^2\right] / (\eta \cdot 1000 \cdot d \cdot 2)} = 8 \,\text{разів}\,,$$

де *Q* – витрата, м^3/с; *v* – швидкість, м/с; *d* – діаметр, м; *1* – довжина, м; λ – коефіцієнт тертя; η – коефіцієнт корисної дії вентиляційного агрегата.

У разі збереження при децентралізації сталої швидкості *v* і врахуванні втрат тиску у місцевих опорах ефективність децентралізації стане меншою, але збережеться.

5.4.6. Особливості аеродинамічного розрахунку повітропроводів систем вентиляції загального призначення. Під час виконання аеродинамічного розрахунку *схему системи вентиляції розбивають на окремі розрахункові ділянки*. **Розрахункова ділянка** характеризується сталістю витрати і швидкості (а також форми і матеріалу стінки повітропроводу). *Границею* між окремими розрахунковими ділянками систем переважно служать *трійники*.

Аеродинамічний розрахунок системи вентиляції складається з двох етапів: розрахунку ділянок основного напрямку – магістралі; розрахунку відгалужень від магістралі і ув'язування втрат тиску в них. Розрахунок виконують у такій послідовності:

– визначають довжину окремих розрахункових ділянок системи і витрату повітряного потоку в них;

– вибирають основний напрямок системи – магістраль. Виявляють найдовший і найзавантаженіший ланцюжок послідовно з'єднаних розрахункових ділянок. Фіксують обладнання і пристрої, у яких відбуваються втрати тиску: повітронагрівники (калорифери), фільтри, жалюзійні гратки, клапани, повітророзподільники тощо;

– нумерують ділянки магістралі. Нумерацію починають від ділянки з найменшою витратою. Витрату і довжину кожної ділянки розрахункового напрямку записують у таблицю аеродинамічного розрахунку;

– визначають розміри поперечного перерізу розрахункових ділянок магістралі. Площу поперечного перерізу розрахункової ділянки виначають за формулою

$$\omega_{\text{р}} = Q_{\text{р}} / v_{\text{р}}, \text{ м}^2, \tag{5.31}$$

де $Q_{\text{р}}$ – розрахункова витрата на ділянці, м^3/с; $v_{\text{р}}$ – рекомендована швидкість руху повітряного потоку на ділянці, м/с (табл. 5.4).

Розрахунковий діаметр трубопроводу круглого перерізу визначають за формулою

$$d_{\text{р}} = 1{,}13 \cdot (Q_{\text{р}} / v_{\text{р}})^{0{,}5}, \text{ м.} \tag{5.32}$$

За величиною $\omega_{\text{р}}$ підбирають нормовані розміри повітропроводу або каналу так, щоби фактична площа їх поперечного перерізу $\omega_{\text{ф}} \approx \omega_{\text{р}}$.

Результатом розрахунку у цьому пункті є значення d або $a \times b$, які відповідають прийнятій площі поперечного перерізу $\omega_{\text{ф}}$. Для прямокутного повітропроводу, крім цього, визначають еквівалентний за швидкістю і втратами тиску діаметр d_v. Ці значення заносять у розрахункову таблицю (таблиця до прикладу 5.4);

– визначають фактичну швидкість повітряного потоку за формулою

$$v = Q_{\text{р}} / \omega_{\text{ф}}, \text{ м/с.}$$

– за значенням цієї швидкості підраховують динамічний тиск на ділянці:

$$p_д = \rho \cdot v^2 / 2 \text{, Па;}$$

Таблиця 5.4

Рекомендовані швидкості незапиленого повітряного потоку на ділянках, у пристроях і обладнанні систем вентиляції

Ділянки, пристрої і обладнання	Рекомендовані швидкості повітряного потоку, м/с, для спонукання руху у системі		
	природного	механічного	
		громадські будинки	промислові будинки
Жалюзі повітрозабору	0.5…1,0	2…4	4…6
Притікальні шахти	1…2	2…6	4…6
Горизонтальні і збірні повітропроводи	1…1,5	5…8	6…10
Вертикальні повітропроводи	1…1,5	2…5	5…8
Притікальні гратки біля стелі	0,5…1,0	0,5…1,0	1,0…2,5
Витікальні гратки	0,5…1,0	1…2	1…3
Витікальні труби і шахти	1,5…2,0	3…6	5…8

– визначають втрати тиску на тертя за формулою (5.7)

$$\Delta p_l = \lambda \cdot \frac{l}{d_v} \cdot p_д \text{, Па.}$$

Дані записують у розрахункову таблицю (таблиця до прикладу 5.4);

– визначають суму коефіцієнтів місцевих опорів розрахункової ділянки системи вентиляції $\sum \zeta$.

Якщо коефіцієнт місцевого опору належить не до швидкості на розрахунковій ділянці, то необхідно зробити перерахунок ζ:

$$\zeta = \zeta_т \cdot (v_т / v)^2 ,$$

де $\zeta_т$ – табличне значення місцевого опору; $v_т$ – швидкість повітряного потоку, за допомогою якої у таблиці довідника рекомендовано визначати втрати тиску у місцевому опорі з $\zeta_т$; v – дійсна швидкість повітряного потоку на розрахунковій ділянці, м/с;

– визначають втрати тиску у місцевих опорах розрахункової ділянки системи за формулою (5.18)

$$\Delta p_{\text{м}} = \sum \zeta \cdot p_{\text{д}} \text{ , Па;}$$

– визначають втрати тиску на розрахунковій ділянці системи

$$\Delta p_{\text{діл}} = \Delta p_l + \Delta p_{\text{м}} \text{ , Па;}$$

– визначають втрати тиску у магістралі системи вентиляції (як суму втрат тиску послідовно з’єднаних ділянок цієї магістралі)

$$\Delta p_{\text{маг}} = \sum_{i=1}^{m} (\Delta p_l + \Delta p_{\text{м}}) \text{ , Па;}$$

– втрати тиску у вентиляційній системі дорівнюють втратам тиску в магістралі системи, тобто,

$$\Delta p_{\text{с}} = \Delta p_{\text{маг}} \text{ , Па.}$$

Під час розрахунку систем вентиляції багатоповерхових будинків або систем, які обслуговують декілька приміщень, у яких підтримується різний тиск, необхідно враховувати надлишковий підпір або розрідження у відповідному приміщенні. Значення величини підпору або розрідження $\pm\Delta p_{\text{деб}}$ визначається за розрахунком повітряного режиму будинку (відповідного дебалансу) і додається до загальних втрат тиску у системі. Тоді

$$\Delta p_{\text{п}} = \Delta p_{\text{с}} \pm \Delta p_{\text{деб}} \text{ , Па.}$$

На цьому завершується перший етап розрахунку системи.

За величиною $\Delta p_{\text{п}}$ і сумарною витратою повітряного потоку у системі підбирають вентилятор;

– виконують аеродинамічний розрахунок відгалужень від магістралі із забезпеченням ув’язування втрат тиску в них.

Спершу розраховують найвидовженіші відгалуження.

Методика розрахунку відгалужень аналогічна розрахунку ділянок магістралі внтиляційної системи. Відмінність лише у тому, що при ув’язуванні кожного відгалуження наперед відомі втрати тиску у ньому.

Всі результати розрахунків записують у таблицю аеродинамічного розрахунку (табл. 5.5).

Приклад 5.4. Виконати аеродинамічний розрахунок повітропроводів розгалуженої вентиляційної системи, схема якої зображена на рис. 5.23. Кінцеві витрати повітря і довжини ділянок задані. Повітропроводи металеві, ліворуч – прямокутного, праворуч – круглого перерізу. Температура повітряних потоків у системі $t_{\text{пов}}$ = +20ºС, барометричний тиск $p_{\text{а}}$ = 101325 Па. Зобразити у певному мірилі (масштабі) схему розподілення тисків у повітропроводах системи.

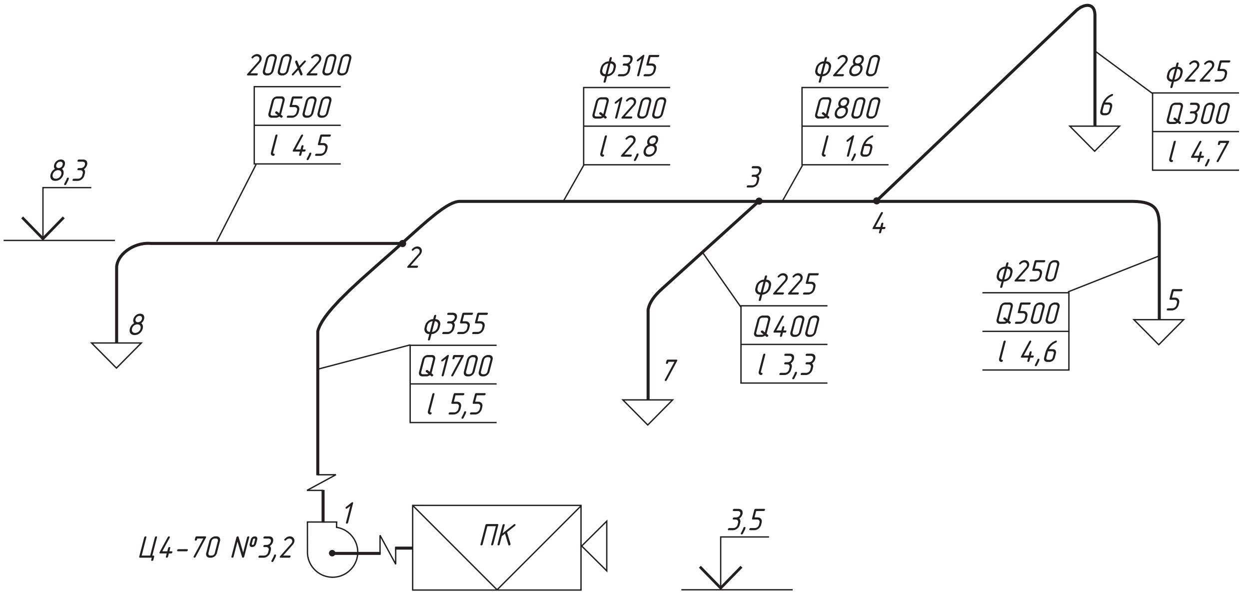


Рис. 5.23. Схема повітропроводів розгалуженої системи вентиляції

Р о з в ’ я з у в а н н я

Приклад розв’язується у такій послідовності. Розбиваємо систему на розрахункові ділянки.

Ділянкою називають повітропровід певної довжини, у межах якого витрата і швидкість, а також форма і матеріал повітропроводу незмінні.

Дана система повітропроводів розгалужена тупикова. Тому спочатку вибираємо розрахункову магістраль, яка відповідає найдовшому і найскладнішому шляху руху повітря в системі (ділянки 1-2, 2-3, 3-4, 4-5) та найзавантаженішому за витратою.

З практики розрахунку систем вентиляції загального призначення відомо, що надлишковий тиск в них найчастіше є в межах 300...500 Па, що становить по відношенню до барометричного тиску 0,3...0,5 %. У зв’язку з цим густину повітряних потоків у трубопроводах визначаємо за барометричним тиском і температурою навколишнього повітря

$$\rho_{\text{пов}} = \rho = \frac{p_{\text{а}} \cdot \mu^{*}_{\text{пов}}}{R \cdot (273 + t_{\text{пов}})} = \frac{101325 \cdot 29}{8314 \cdot (273 + 20)} = 1{,}206 \text{ кг/м}^3.$$

Орієнтуючись на рекомендовані швидкості повітряного потоку у горизонтальних збірних трубопроводах (3...6 м/с) і у відгалуженнях від них (5...8 м/с), визначаємо діаметр окремих ділянок за формулою

$$d_i = 1{,}13 \cdot (Q_i / v_i)^{0{,}5}, \text{ м},$$

де Q_i, м^3/с.

За попередньо визначеним діаметром приймаємо найближчий нормований діаметр $d_{\text{н}\,i}$.

Дійсну швидкість у повітропроводі прийнятого нормованого діаметра визначаємо за формулою

$$v_{\text{д}\,i} = 4 \cdot Q_i \big/ \left(\pi \cdot d^2_{\text{н}\,i}\right) = 1{,}27 \cdot Q_i / d^2_{\text{н}\,i}, \text{ м/с}.$$

Розрахунок починаємо з найвіддаленішої від вентилятора ділянки розрахункової магістралі і відповідного відгалуження (диктується визначенням коефіцієнтів місцевого опору трійників).

Розрахунок виконуємо у табличній формі.

Таблиця до прикладу 5.4

Аеродинамічний розрахунок повітропроводів системи вентиляції

№ з/п	Назва пара-метра	Позна-чення	Од. вимір.	Ділянки розрахункової магістралі					Відгалуження	
				4-5	3-4	2-3	1-2	4-6	3-7	2-8
1.	Задана витрата в кінці ділянки	$Q_{\text{зад}}$	м^3/с	0,139	0,222	0,333	0.472	0,083	0,111	0,139
2.	Розра-хункова витрата на ділянці	$Q_{\text{р}}$	м^3/с	0,139	0,222	0,333	0.472	0,083	0,111	0,139

Продовження таблиці до прикладу 5.4

№ з/п	Назва пара-метра	Позна-чення	Од. вимір.	Ділянки розрахункової магістралі					Відгалуження	
				4-5	3-4	2-3	1-2	4-6	3-7	2-8
3.	Вибраний переріз або діаметр	$a \times b$, $d_н$	мм	250	280	315	355	225	225	200×200
4.	Дійсна середня швидкість	$v_д$	м/с	2,82	3,60	4,26	4,76	2,08	2,78	3,48
5.	Еквівалентний діаметр	d_v	мм	250	280	315	355	225	225	200
6.	Число Re потоку	Re	–	$47x10^3$	$67x10^3$	$89x10^3$	$113x10^3$	$31x10^3$	$42x10^3$	$46x10^3$
7.	Абсолютна усереднена шорсткість стінок	k	мм	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
8.	Коефіцієнт гідравлічного тертя	λ	–	0,023	0,022	0,021	0,020	0,025	0.024	0,024
9.	Динамічний тиск потоку на ділянці	$p_д = \frac{\rho \cdot v_д^2}{2}$	Па	4,83	7,81	10,94	13,66	2,61	4,66	7,30

Закінчення таблиці до прикладу 5.4

№ з/п	Назва пара-метра	Позна-чення	Од. вимір.	Ділянки розрахункової магістралі					Відгалуження	
				4-5	3-4	2-3	1-2	4-6	3-7	2-8
10.	Розра-хункова довжина ділянки	l	м	4,6	1,6	3,8	5,5	4,7	3,3	4,5
11.	Втрати тиску по довжині ділянки	$\Delta p_l = \lambda \cdot \frac{l}{d_v} \cdot p_д$	Па	2,04	0,98	2,77	4,23	1,36	1,64	3,94
12.	Сума коефі-цієнтів місцевих опорів ділянки	$\Sigma\zeta$	–	1,82	0,23	0,56	0,78	3,35	3,23	2,75
13.	Втрати тиску на місцевих опорах ділянки	$\Delta p_м = \sum \zeta \cdot p_д$	Па	8,79	1,80	6,13	10,65	8,74	15,15	20,08
14.	Сумарні втрати тиску на ділянці	$\Delta p_{діл} = \Delta p_l + \Delta p_м$	Па	10,83	2,78	8,90	14,88	10,10	16,79	24,02
15.	Втрати тиску на розрахун-ковій магістралі	$\Delta p_{маг} = \sum \Delta p_{діл}$	Па	10,83 + 2,78 + 8,90 + 14,88 = 37,39						
16.	Втрати тиску в системі після венти-лятора	$\Delta p_с$	Па	37,39						

Примітка. ρ = 1,206 кг/м^3; k = 0,15 мм – для нових повітропроводів з оцинкованої сталі; $\mathrm{Re} = v_\text{д} \cdot d_\text{н} / \nu$, де $\nu = 0{,}15 \cdot 10^{-4}$ м^2/с; $\lambda = 0{,}11 \cdot \left(\dfrac{68}{\mathrm{Re}} + \dfrac{k}{d_v} \right)^{0,25}$; $d_v = 2 \cdot a \cdot b / (a + b)$.

Ділянка 4 – 5

$$d_{4-5} = 1{,}13 \cdot (Q_i / v_i)^{0,5} = 1{,}13 \cdot (0{,}139 / 3)^{0,5} = 0{,}243 \text{ м}.$$

Приймемо найближчий нормований діаметр $d_\text{н}$ = 250 мм.

Тоді

$$v_\text{д} = 1{,}27 \cdot Q_\text{р} / d_\text{н}^2 = 1{,}27 \cdot 0{,}139 / 0{,}25^2 = 2{,}82 \text{ м/с};$$

$$\mathrm{Re} = \frac{v_\text{д} \cdot d_v}{\nu} = \frac{2{,}83 \cdot 0{,}25}{0{,}15 \cdot 10^{-4}} = 47167 \cong 4{,}7 \cdot 10^4;$$

кінематична в'язкість повітря $\nu = 0{,}15 \cdot 10^{-4}$ м^2/с при $t_\text{пов}$ = +20ºC;

$$\lambda = 0{,}11 \cdot \left(\frac{68}{\mathrm{Re}} + \frac{k}{d_v} \right)^{0,25} = 0{,}11 \cdot \left(\frac{68}{4{,}7 \cdot 10^{-4}} + \frac{0{,}15}{250} \right)^{0,25} \cong 0{,}023;$$

$$p_\text{д} = \frac{\rho \cdot v_\text{д}^2}{2} = \frac{1{,}206 \cdot 2{,}83^2}{2} = 4{,}83 \text{ Па};$$

$$\Delta p_l = \lambda \cdot \frac{l}{d_v} \cdot p_\text{д} = 0{,}023 \cdot \frac{4{,}6}{0{,}25} \cdot 4{,}83 = 2{,}04 \text{ Па}.$$

На ділянці 4 – 5 маємо такі місцеві опори:

– повітророзподільник;

– відвід під кутом 90º, уніфікований для систем загального призначення;

– трійник на прямий прохід уніфікований, який працює в режимі нагнітання.

Для визначення коефіцієнта місцевого опору трійника необхідно виконати розрахунок відгалуження 4 – 6 і ділянки 3 – 4.

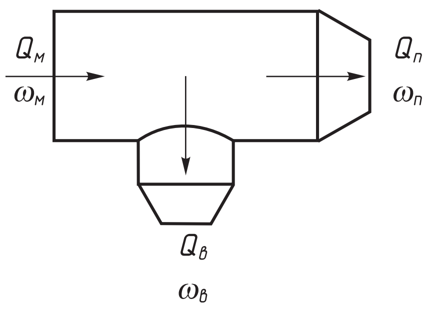
Приймаємо коефіцієнт місцевого опору повітророзподільників ζ = 1,2.

Тоді:

– повітророзподільник – ζ = 1,2;

– відвід під кутом 90º – ζ = 0,35;

– трійник на прямий прохід:



при $Q_в/Q_м = 0{,}083/0{,}222 = 0{,}374$ і $\omega_п/\omega_м = 0{,}049/0{,}062 = 0{,}79$ – $\zeta_п = 0{,}27$;

$$\sum\zeta_{4-5} = 1{,}2 + 0{,}35 + 0{,}27 = 1{,}82;$$

$$\Delta p_{м\ 4-5} = \sum\zeta \cdot p_{д\ 4-5} = 1{,}82 \cdot 4{,}83 = 8{,}79 \text{ Па}.$$

Відгалуження 4 – 6

– Повітророзподільник – $\zeta = 1{,}2$;
– відвід під кутом 90º – $\zeta = 0{,}35$;
– трійник на бокове відгалуження:
при $Q_в/Q_м = 0{,}083/0{,}222 = 0{,}374$ і $\omega_в/\omega_м = 0{,}04/0{,}062 = 0{,}645$ – $\zeta_в \approx 1{,}8$;

$$\sum\zeta_{4-6} = 1{,}2 + 0{,}35 + 1{,}80 = 3{,}35.$$

Втрати тиску у відгалуженні 4 – 6 відрізняються (менші) від витрат тиску на ділянці 4 – 5 більш, ніж на 5 %. Тому на відгалуженні передбачаємо шайбу (діафрагму). Коефіцієнт місцевого опору шайби визначаємо за формулою

$$\zeta_ш = \frac{\Delta p}{p_д} = \frac{10{,}83 - 10{,}10}{2{,}61} = 0{,}28.$$

Підбираємо шайбу у відгалуженні 4 – 6 ($\zeta_ш = 0{,}28$).

Відносну величину отвору шайби *n* визначаємо з формули

$$0{,}28 = 2{,}3 \cdot \left(\frac{1}{n} - 0{,}8\right)^2,$$

у якій

$$n = \omega_о/\omega_{4-6},$$

де $\omega_о$ – площа отвору шайби; ω_{4-6} – площа живого перерізу відгалуження.

Звідси

$$\frac{1}{n} = 0{,}8 + \sqrt{\frac{0{,}28}{2{,}3}} = 0{,}8 + 0{,}35 = 1{,}15,$$

а

$$n = 0{,}87.$$

Діаметр отвору шайби

$$d_о = d \cdot \sqrt{n} = 250 \cdot \sqrt{0{,}87} = 233 \text{ мм}.$$

Ділянка 3 – 4

Місцевий опір – трійник на прямий прохід:

при $Q_в/Q_м = 0{,}111/0{,}333 = 0{,}333$ і $\omega_п/\omega_м = 0{,}062/0{,}078 = 0{,}795$ – $\zeta_п = 0{,}23$.

Відгалуження 3 – 7

– Повітророзподільник – $\zeta = 1{,}2$;
– відвід під кутом 90º – $\zeta = 0{,}35$;
– трійник на бокове відгалуження:
при $Q_{в}/Q_{м} = 0{,}333$ і $\omega_{в}/\omega_{м} = 0{,}04/0{,}078 = 0{,}51$ – $\zeta_{в} \approx 1{,}7$;

$$\sum\zeta_{3-7} = 1{,}2 + 0{,}35 + 1{,}7 = 3{,}25.$$

Визначаємо нев'язку витрат тиску у відгалуженні 3 – 7 за формулою

$$-(\Delta p_{4-5} + \Delta p_{3-4}) + \Delta p_{3-7} = -(10{,}83 + 2{,}78) + 16{,}79 = 3{,}18 \text{ Па}.$$

Нев'язка становить $(3{,}18/15{,}79) \cdot 100\% = 19\%$, що менше 20%.

Ділянка 2 – 3

– Відвід під кутом 90º – $\zeta = 0{,}35$;
– трійник на прямий прохід:
при $Q_{в}/Q_{м} = 0{,}139/0{,}472 = 0{,}29$ і $\omega_{п}/\omega_{м} = 0{,}078/0{,}099 = 0{,}78$ – $\zeta_{п} \approx 0{,}21$;

$$\sum\zeta_{2-3} = 0{,}35 + 0{,}21 = 0{,}56.$$

Відгалуження 2 – 8

– Повітророзподільник – $\zeta = 1{,}2$;
– відвід під кутом 90º – $\zeta = 0{,}35$;
– трійник на бокове відгалуження:
при $Q_{в}/Q_{м} = 0{,}29$ і $\omega_{в}/\omega_{м} = 0{,}04/0{,}099 = 0{,}4$ – $\zeta_{в} = 1{,}2$;

$$\sum\zeta_{2-8} = 1{,}2 + 0{,}35 + 1{,}2 = 2{,}75.$$

Нев'язка витрат тиску у відгалуженні 2 – 8 становить

$$-(\Delta p_{4-5} + \Delta p_{3-4} + \Delta p_{2-3}) + \Delta p_{2-8} = -(10{,}83 + 2{,}78 + 8{,}90) + 24{,}02 = 1{,}51 \text{ Па},$$

що становить $(1{,}51/24{,}02) \cdot 100\% = 6{,}3\%$ і не перевищує 20%.

Ділянка 1 – 2

– Відвід під кутом 90º – $\zeta = 0{,}35$;
– дифузор пірамідальний за радіальним вентилятором:
при $\omega_1/\omega_о = 0{,}099/(0{,}224 \times 0{,}224) \cong 2$ і $\alpha = 20º$ – $\zeta = 0{,}43$;

$$\sum\zeta_{1-2} = 0{,}35 + 0{,}43 = 0{,}78.$$

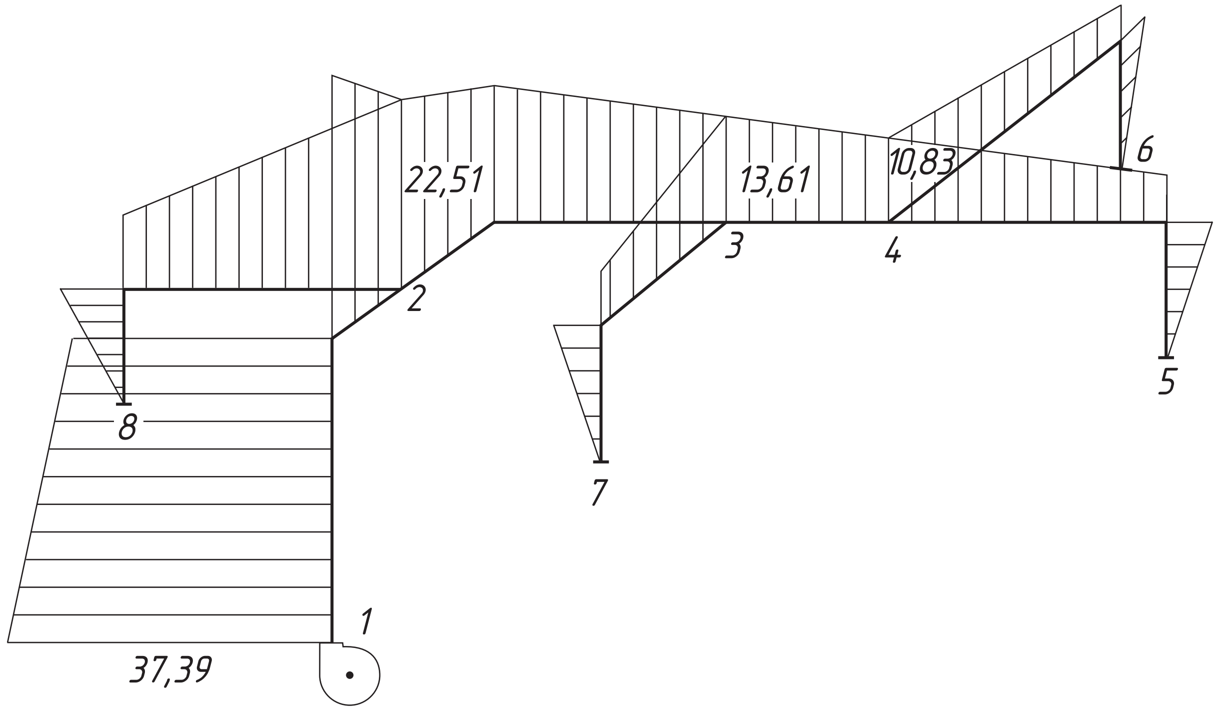


Рис. 5.24. Схема розподілення повних надлишкових тисків
у повітропроводах системи вентиляції

5.4.7. Ув'язування втрат тиску у відгалуженнях від магістралі системи вентиляції. Розрахунок відгалужень від магістралі виконують за наявності тисків у вузлах магістралі (трійниках і хрестовинах).

Втрати тиску у відгалуженні повинні дорівнювати тискові у вузлі (відхилення допускаються в межах 10…20 %).

Під час розрахунку може виникнути необхідність в ув'язуванні не тільки простих відгалужень (з однієї ділянки), але й складних відгалужень із декількох ділянок. У цьому випадку спочатку розраховують магістраль складного відгалуження, домагаючись тієї умови, щоби втрати тиску у послідовно з'єднаних ділянках цієї магістралі дорівнювали наявному тискові у вузлі відгалуження (рис. 5.25).

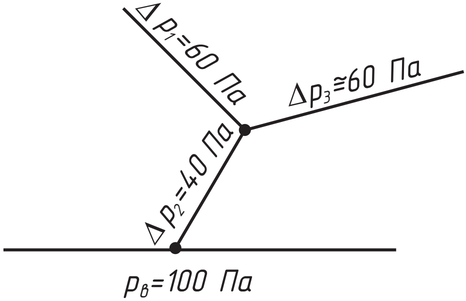


Рис. 5.25. До ув'язування втрат тиску у відгалуженнях системи вентиляції

Якщо внаслідок розрахунку втрати тиску у *довгому* відгалуженні (у якого домінуючими є втрати тиску по довжині) відрізняються від наявного тиску у вузлі, то за збереження витрати у відгалуженнях (сталою залишається довжина і мало змінюється коефіцієнт тертя $\lambda \approx \lambda_{\text{н}} = \text{const}$) шукають новий діаметр відгалуження $d_{\text{н}}$ (замість попередньо прийнятого d) із співвідношення

$$\frac{\Delta p}{\Delta p_{\text{н}}} = \frac{l \cdot \dfrac{\lambda}{d} \cdot \dfrac{\rho \cdot v^2}{2}}{l \cdot \dfrac{\lambda_{\text{н}}}{d_{\text{н}}} \cdot \dfrac{\rho \cdot v_{\text{н}}{}^2}{2}} = \frac{l \cdot \dfrac{\lambda}{d} \cdot \dfrac{\rho}{2} \cdot \left(\dfrac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} \right)^2}{l \cdot \dfrac{\lambda_{н}}{d_{н}} \cdot \dfrac{\rho}{2} \cdot \left(\dfrac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_{н}^2} \right)^2} = \frac{\lambda / d^5}{\lambda_{\text{н}} / d_{\text{н}}^5},$$

або $$d / d_{\text{н}} = (\Delta p_{\text{н}} / \Delta p)^{1/5}.$$

Звідси $$d_{\text{н}} = d \cdot (\Delta p / \Delta p_{\text{н}})^{1/5}.$$

Якщо внаслідок розрахунку втрати тиску у *короткому* відгалуженні (у якого домінуючими є втрати тиску у місцевих опорах) відрізняються від наявного тиску у вузлі, то за збереження витрати у відгалуженнях (практично сталими залишаються коефіцієнти місцевих опорів $\zeta \approx \zeta_{\text{н}} = \text{const}$) шукають новий діаметр відгалуження $d_{\text{н}}$ (замість попередньо прийнятого d) із співвідношення

$$\frac{\Delta p}{\Delta p_{\text{н}}} = \frac{\zeta \cdot \dfrac{\rho \cdot v^2}{2}}{\zeta_{\text{н}} \cdot \dfrac{\rho \cdot v_{\text{н}}^2}{2}} = \frac{\zeta \cdot \dfrac{\rho}{2} \cdot \left(\dfrac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} \right)^2}{\zeta_{\text{н}} \cdot \dfrac{\rho}{2} \cdot \left(\dfrac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d_{н}^2} \right)^2} = \frac{\zeta / d^4}{\zeta_{\text{н}} / d_{\text{н}}^4},$$

або $$d / d_{\text{н}} = (\Delta p_{\text{н}} / \Delta p)^{1/4}.$$

Звідси $$d_{\text{н}} = d \cdot (\Delta p / \Delta p_{\text{н}})^{1/4}.$$

У системах вентиляції звичайно застосовують повітропроводи нормованих розмірів, які можуть відрізнятись від визначених розрахунком. У цьому випадку витрати по відгалуженнях перерозподіляються, внаслідок чого можна змінити проектні умови. Для запобігання цьому (якщо неможливо добитися ув'язування втрат тиску зміною діаметрів) необхідно передбачати додаткові місцеві опори у вигляді дроселювальних пристроїв (діафрагми (шайби), прикриті шибери або регулювальні клапани тощо). Найоптимальнішого ув'язування втрат тиску у відгалуженні за відсутності у повітряному потокові механічних домішок можна досягти завдяки діафрагмі (шайбі), знаючи її місцевий опір

$$\zeta_{\text{д}} = 2 \cdot \Delta p_{\text{ш}} / (\rho \cdot v^2),$$

де $\Delta p_{\text{ш}} = p_{\text{в}} - \Delta p$ – різниця тиску у вузлі $p_{\text{в}}$ і втрат тиску у відгалуженні Δp, Па; v – швидкість повітряного потоку у відгалуженні, м/с.

Відносну площу отвору діафрагми (шайби) ($\overline{\omega}_0$) можна визначити з формули

$$\zeta_{\text{д}} = 2{,}3 \cdot \left(\frac{1}{\overline{\omega}_0} - 0{,}8 \right)^2, \tag{5.33}$$

де $\overline{\omega}_0 = \omega_0 / \omega$ (ω_0 – площа отвору діафрагми (шайби), м^2; ω - площа живого перерізу відгалуження, м^2).

Діаметр отвору діафрагми (шайби):

$$d_0 = d \cdot \sqrt{\overline{\omega}_0},$$

де d – діаметр відгалуження, м.

Приклад 5.5. У відгалуженні діаметром d = 225 мм за динамічного тиску потоку $p_д = \rho \cdot v^2 / 2 = 2{,}6$ Па потрібно погасити за допомогою діафрагми надлишковий тиск $\Delta p_ш = 6{,}5$ Па .

Р о з в ' я з у в а н н я

Коефіцієнт місцевого опору діафрагми

$$\zeta_д = \Delta p_ш / p_д = 6{,}5 / 2{,}6 = 2{,}5 .$$

Розв'язуючи рівняння (5.33) відносно $\overline{\omega}_0$, отримаємо

$$\overline{\omega}_0 = \frac{1}{\sqrt{\frac{\zeta_д}{2{,}3} + 0{,}8}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{2{,}5}{2{,}3} + 0{,}8}} = 0{,}54 .$$

Тоді

$$d_0 = d \cdot \sqrt{\overline{\omega}_0} = 225 \cdot \sqrt{0{,}54} = 165 \text{ мм.}$$

5.4.8. Розрахунок повітропроводів для двофазних потоків. Однією з найважливіших характеристик двофазних потоків є *об'ємна концентрація* β і *витратна концентрація* x.

Об'ємна концентрація характеризує відношення об'єму, який займає дискретна фаза, до загального об'єму двофазної системи

$$\beta = \frac{W_ч}{W_{пов} + W_ч}, \tag{5.34}$$

де $W_ч$ і $W_{пов}$ – відповідно об'єми дискретної (механічних домішок) і неперервної (повітряного потоку) фаз у двофазній системі.

Витратна концентрація x характеризує відношення масової витрати дискретної компоненти до масової витрати суміші

$$x = \frac{G_ч}{G_{пов} + G_ч} . \tag{5.35}$$

Середню густину двофазного потоку можна записати у вигляді

$$\rho = \beta \cdot \rho_ч + (1 - \beta) \cdot \rho_{пов} , \tag{5.36}$$

де $\rho_ч$ і $\rho_{пов}$ – відповідно густина дискретної і неперервної фаз потоку.

Формула, яка пов'язує об'ємну і витратну концентрації двофазного потоку, має вигляд

$$\beta = \frac{x}{(1 - x) \cdot \left(1 - \frac{\rho_{пов}}{\rho_ч} \cdot \frac{v_{пов}}{v_ч}\right)} \cdot \frac{\rho_{пов}}{\rho_ч} \cdot \frac{v_{пов}}{v_ч} , \tag{5.37}$$

де $v_ч$ і $v_{пов}$ – відповідно дійсні середні швидкості дискретної і неперервної фаз потоку.

Втрати тиску на тертя двофазного потоку можна визначити за формулою

$$\Delta p_l = \lambda_{дв} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho_{пов} \cdot v_{пов}^2}{2}, \tag{5.38}$$

де $\lambda_{дв}$ – коефіцієнт тертя двофазного потоку.

Коефіцієнт тертя двофазного потоку перевищує коефіцієнт тертя однофазного повітряного потоку.

За невеликих концентрацій і малих розмірів твердих частинок двофазний потік можна розглядати як однорідне (континуальне) середовище, густина і в'язкість якого залежать від концентрації твердих частинок. Густину такого середовища визначають за формулою (5.36).

Для практичних розрахунків втрат тиску на тертя у системах аспірації і пневмотранспорту використовують емпіричну формулу

$$\Delta p_l = \Delta p_{l\ пов} \cdot (1 + \alpha \cdot x), \tag{5.39}$$

де Δp_l і $\Delta p_{l\ пов}$ – відповідно втрати тиску запиленого і незапиленого потоків, Па; α – емпіричний коефіцієнт, який залежить від виду дискретного матеріалу, його відносної грубизни $\overline{d}_ч = d_ч / d$ (де $d_ч$ – середній діаметр дискретних частинок, м; d – діаметр повітропроводу, м) і відносної швидкості $\overline{v}_{пов} = v_{пов} / v_S$ (де v_S – швидкість витання дискретних частинок, м/с, яку визначають експериментально або за формулами (4.43, 4.44)).

Втрати тиску у місцевих опорах трубопровідних систем з двофазними потоками визначають за залежністю (5.18). Однак при цьому коефіцієнт місцевого опору трійників і відводів визначають із врахуванням втрат тиску на "розгін" механічних домішок, тобто із врахуванням затрат енергії на створення прискорення дискретних частинок [9].

5.4.9. Розрахунок повітропроводів систем аспірації і пневмотранспорту. Вихідними даними для розрахунку внутрішніх систем аспірації і пневмотранспорту є: характеристика і кількість відходів чи матеріалів, які транспортуються; витрати повітряних потоків для транспортування цих відходів (матеріалів); вибрана траса мережі повітропроводів і місця встановлення вентиляторів та очищувальних пристроїв.

Характеристику відходів (матеріалів) і їх кількість приймають згідно з параметрами роботи технологічного обладнання, а витрату повітряного потоку встановлюють дослідним шляхом і вказують у довідковій літературі [8, 9 тощо]. Витрата повітряного потоку повинна бути достатньою для транспортування механічних домішок, а його транспортна швидкість $v_{тр}$ повинна перевищувати критичну швидкість $v_{кр}$ (4.7). Для запобігання забивання вертикальних ділянок повітропроводів механічними домішками швидкість двофазного потоку повинна перевищувати транспортну швидкість на значення швидкості витання домішок, тобто

$$v_{верт} = v_{тр} + v_S \,.$$

де v_S – швидкість витання дискретних частинок, м/с.

Збільшення швидкості на вертикальних ділянках повітропроводів забезпечують завдяки зменшенню їх перерізу. Перехід з більшого перерізу на менший передбачають у кінці горизонтальної ділянки з такого розрахунку, щоби після переходу до відвода залишалась ділянка стабілізації завдовжки (5…6)·d, (де d –діаметр повітропроводу).

Розрахункову масову витратну концентрацію двофазного потоку визначають як відношення масової витрати механічних домішок (матеріалів) до масової витрати повітряного потоку

$$x_р = G_ч \,/\, G_{пов} \,, \qquad (5.40)$$

Для транспортування дерев’яної тирси і стружки $x_р$ = 0,1…0,6; для систем пневмотранспорту середнього тиску $x_р$ = 0,7…2,0; у системах високого тиску $x_р$ = 2…5.

Втрати тиску у повітропроводах початково розраховують для потоків незапиленого повітря. При цьому особливу увагу звертають на ув’язування втрат тиску у відгалуженнях від магістралі з наявним тиском у вузлових точках магістралі (допускається нев’язка до 5%). Конусні діафрагми допускається встановлювати на вертикальних ділянках повітропроводів за умови, що механічні домішки сухі, неволокнисті і нелипкі. Для збільшення втрат тиску у відгалуженні можна використовувати трубні вставки меншого діаметра. За неможливості використання конусної діафрагми (трубної вставки) збільшують витрату повітряного потоку у відгалуженні.

Втрати тиску $\Delta p_{втр}$ для вибору спонукальника руху повітряних потоків у системі рекомендується приймати із врахуванням втрат тиску у магістралі системи $\Delta p_{маг}$, очищувальних пристроях $\Delta p_о$ і висоти h підіймання механічних частинок (матеріалів), які транспортуються у повітропроводах і 10% запасу. Наприклад, для систем аспірації і пневмотранспорту деревинних відходів втрати тиску визначають за формулою [9]

$$\Delta p_{втр} = 1{,}1 \cdot \Delta p_{маг} \cdot (1 + k_п \cdot x_р) + x_р \cdot \rho_{пов} \cdot h \cdot g \cdot \frac{v_{пов}}{v_ч - v_S} + \Delta p_о \,, \qquad (5.41)$$

де $\Delta p_{маг}$ – втрати тиску незапиленого повітряного потоку у магістралі системи, Па; $k_п$ – коефіцієнт, який приймають для міжбудинкових (міжцехових) систем пневмотранспорту за довідковою літературою [9]; для внутрішньоцехових систем пневмотранспорту з відгалуженнями до технологічного устаткування $k_п$ = 1,4; $v_{пов}$ і $v_ч$ – відповідно швидкість незапиленого повітряного потоку і механічних домішок.

Для інших систем аспірації і пневмотранспорту

$$\Delta p_{втр} = 1{,}1 \cdot \Delta p_{маг} \cdot (1 + k_п \cdot x_р) + g \cdot h \cdot \beta_р \,, \qquad (5.42)$$

де $\beta_р = W_ч / W_{пов}$ – розрахункова об’ємна концентрація суміші, кг/м^3.

Приклад 5.6. Виконати аеродинамічний розрахунок повітропроводів розгалуженої системи аспірації і пневмотранспорту (рис. 5.26), у якій транспортуються відходи хвойних порід деревини від верстатів. Вид відходів від верстатів *1* і *2* – тирса (грубість тирси 3 мм). Основні характеристики місцевих відсмоктів наведені у таблиці. Довжини ділянок задані. Повітропроводи металеві, круглого перерізу. Температура повітряних потоків у системі $t_{пов}$ = +20ºС, атмосферний тиск $p_а$ = 98500 Па.

Таблиця 1 до прикладу 5.6

Основні характеристики місцевих відсмоктів [8]

№ з/п	Верстат	Мінімальна швидкість у повітропроводах при відносній вологості повітря > 20%, м/с	Мінімальна кількість відсмоктуваного повітряного потоку, м^3/год	Коефіцієнт місцевого опору відсмокта, зарахований до швидкості у повітропроводі
1.	Прирізний з гусеничною подачею ЦДК 4 – 2 ($d_п$ = 400 мм)	15 + 1 = 16	840	1
2.	Круглопильний з автоподачею ЦА – 2 ($d_п$ = 450 мм)	А 15 + 1 = 16	720	1
		Б 15 + 1 = 16	720	1

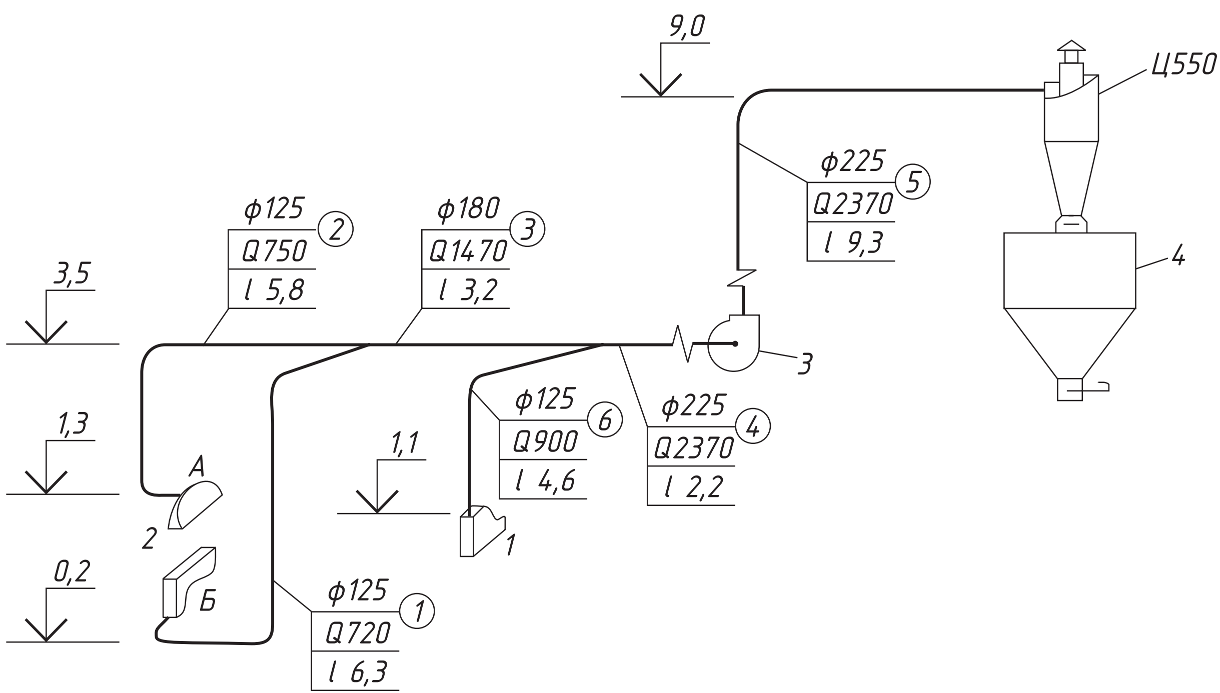


Рис. 5.26. Розрахункова схема розгалуженої системи аспірації і пневмотранспорту деревинних відходів:
1 – верстат прирізний з гусеничною подачею ЦДК 4 – 2 ($d_п$ = 400 мм); *2* – верстат круглопильний з автоподачею ЦА – 2 ($d_п$ = 450 мм); *3* – відцентровий пиловий вентилятор; *4* – бункер для збирання відходів; *Ц550* – циклон Діпродеревпрому типу Ц ($v_{вх}$= 16…20 м/с; ζ = 5,4; η = 98…98,5 %; $F_{вх}$ = 0,0378 м^2; $D_{вих}$ = 330 мм [9])

Р о з в ’ я з у в а н н я

Приклад розв’язується у такій послідовності. Розбиваємо систему на розрахункові ділянки.

Густину повітряних потоків у трубопроводах визначаємо за атмосферним тиском і температурою

$$\rho_{пов} = \rho = \frac{p_а \cdot \mu^*_{пов}}{R \cdot (273 + t_{пов})} = \frac{98500 \cdot 29}{8314 \cdot (273 + 20)} = 1{,}173 \text{ кг/м}^3.$$

Орієнтуючись на рекомендовані мінімальну кількість відсмоктуваного повітряного потоку , м^3/с, і мінімальну швидкость у повітропроводі, м/с, визначаємо діаметр окремих ділянок системи за формулою

$$d_i = 1{,}13 \cdot (Q_i / v_i)^{0,5}, \text{ м.}$$

За попередньо визначеним діаметром приймаємо найближчий нормований діаметр $d_{н\,i}$.

Дійсну швидкість у повітропроводі прийнятого нормованого діаметра визначаємо за формулою

$$v_{д\,i} = 4 \cdot Q_i / \left(\pi \cdot d^2_{н\ i}\right) = 1{,}27 \cdot Q_i / d^2_{н\ i}, \text{ м/с.}$$

Розрахунок починаємо з найвіддаленішої від вентилятора ділянки розрахункової магістралі системи і відповідного відгалуження (диктується визначенням коефіцієнтів місцевого опору трійників).

Розрахункова магістраль системи включає ділянки 1, 3, 4, 5, а сама система ще й відгалуження 2 і 6.

Розрахунок виконуємо у табличній формі.

Таблиця 2 до прикладу 5.6

Аеродинамічний розрахунок повітропроводів системи аспірації і пневмотранспорту деревинних відходів від деревообробних верстатів

№ з/п	Назва пара-метра	Позна-чення	Од. вимір.	Ділянки розрахункової магістралі				Відгалуження	
				1	3	4	5	2	6
1.	Задана витрата на ділянці	$Q_{зад}$	м^3/год	720	1440	2280	2280	720	840
2.	Прий-нята витрата на ділянці	$Q_{пр}$	м^3/год	720	1470	2370	2370	750	900

Продовження таблиці 2

№ з/п	Назва пара-метра	Позна-чення	Од. вимір.	Ділянки розрахункової магістралі				Відгалуження	
				1	3	4	5	2	6
3.	Задана витрата на ділянці	$Q_{зад}$	м^3/с	0,2	0,4	0,633	0,633	0,2	0,233
4.	Прий-нята витрата на ділянці	$Q_{пр}$	м^3/с	0,2	0,408	0,658	0,658	0,208	0,250
5.	Задана міні-мальна швид-кість	$v_{мін}$	м/с	16,0	16,0	16,0	16,0	16,0	16,0
6.	Попе-редній діаметр ділянки	d_i	м	0,126	0,179	0,225	0,225	0,126	0,136
7.	Прий-нятий нормо-ваний діаметр	$d_н$	мм	125	180	225	225	125	125
8.	Дійсна середня швид-кість на ділянці	$v_д$	м/с	16,26	16,0	16,51	16,51	16,91	20,32
9.	Число Re потоку	Re	–	135000	182000	247650	247650	140917	169333
10.	Абсо-лютна еквіва-лентна шорст-кість стінок	k	мм	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15

Закінчення таблиці 2

№ з/п	Назва пара-метра	Позна-чення	Од. вимір.	Ділянки розрахункової магістралі				Відгалуження	
				1	3	4	5	2	6
11.	Коефі-цієнт гідрав-лічного тертя	λ	–	0,0223	0,0204	0,0193	0,0193	0,0223	0,0220
12.	Дина-мічний тиск по-току на ділянці	$p_д = \dfrac{\rho \cdot v_д^2}{2}$	Па	155,1	150,1	159,9	159,9	167,7	242,2
13.	Розра-хункова довжина ділянки	l	м	6,3	3,2	2,2	9,3	5,8	4,6
14.	Втрати тиску по довжині ділянки	$\Delta p_l = \lambda \cdot \dfrac{l}{d_v} \cdot p_д$	Па	174,3	54,4	30,2	127,6	173,5	196,1
15.	Сума коефі-цієнтів місцевих опорів ділянки, віднесе-них до $v_д$	$\Sigma\zeta$	–	2,5	0,28	0,2	0,47	2,3	1,9
16.	Втрати тиску на місцевих опорах ділянки	$\Delta p_м = \sum \zeta \cdot p_д$	Па	387,8	42,0	32,0	75,2	385,7	460,2
17.	Сумарні втрати тиску на ділянці	$\Delta p_{діл} = \Delta p_l + \Delta p_м$	Па	562,1	96,4	62,2	202,8	559,2	656,3
18.	Втрати тиску на розрахун-ковій магістралі	$\Delta p_{маг} = \sum \Delta p_{діл}$	Па	562,1 + 96,4 + 62,2 + 202,8 = 923,5 Па					

Примітка. ρ = 1,173 кг/м^3; k = 0,15 мм – для нових повітропроводів з оцинкованої сталі; $\mathrm{Re} = v_{\text{д}} \cdot d_{\text{н}} / \nu$, де $\nu = 0{,}15 \cdot 10^{-4}$ м^2/с; $\lambda = 0{,}11 \cdot \left(\frac{68}{\mathrm{Re}} + \frac{k}{d_v} \right)^{0,25}$.

Підрахунок місцевих опорів на ділянках

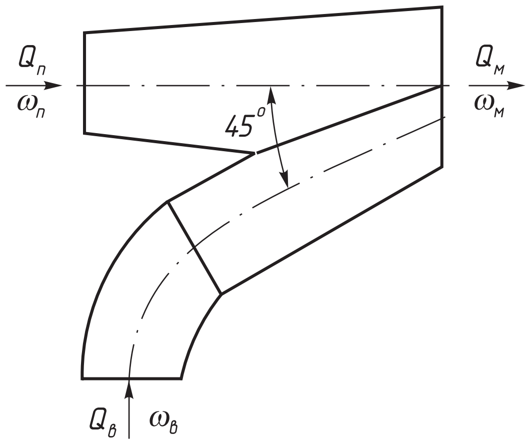
Ділянка 1

– Місцевий відсмокт – ζ = 1 (табл. 5.6);
– три відводи під кутом 90º R/D = 1,5 – ζ = 3 × 0,4 = 1,2 [8];
– трійник на бокове відгалуження під кутом 45º всмоктувальний:
при $\omega_{\text{в}}/\omega_{\text{м}} = 0{,}01227/0{,}0254 = 0{,}483$; $\omega_{\text{п}}/\omega_{\text{м}} = 0{,}01227/0{,}0254 = 0{,}483$ і
$Q_{\text{в}}/Q_{\text{м}} = 720/1440 = 0{,}5$ – $\zeta_{\text{в}} = 0{,}3$ [9];

$$\sum\zeta_1 = 1 + 1{,}2 + 0{,}3 = 2{,}5.$$

Відгалуження 2

– Місцевий відсмокт – ζ = 1 (таблиця до прикладу 5.6);
– два відводи під кутом 90º R/D = 1,5 – ζ = 2 × 0,4 = 0,8 [8];
– трійник на прямий прохід під кутом 45º всмоктувальний:
при $\omega_{\text{в}}/\omega_{\text{м}} = 0{,}01227/0{,}0254 = 0{,}483$; $\omega_{\text{п}}/\omega_{\text{м}} = 0{,}01227/0{,}0254 = 0{,}483$ і
$Q_{\text{в}}/Q_{\text{м}} = 720/1440 = 0{,}5$ – $\zeta_{\text{п}} = 0{,}5$ [9];



$$\sum\zeta_2 = 1 + 0{,}8 + 0{,}5 = 2{,}3.$$

Нев'язка втрат тиску у ділянці 1 і відгалуженні 2:

$$\frac{\Delta p_1 - \Delta p_2}{\Delta p_1} \cdot 100 = \frac{562{,}1 - 517{,}2}{562{,}1} \cdot 100 = 8\ \%.$$

Нев'язка втрат тиску перевищує допустимі 5 % для систем аспірації і пневмотранспорту.

Для ув'язування втрат тиску збільшимо витрату відсмоктуваного повітря на ділянці 2, для чого підраховуємо нову швидкість повітря за формулою

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p_1}{\rho \cdot \left(\lambda \cdot \frac{l}{d_v} + \sum \zeta \right)_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 562{,}1}{1{,}173 \cdot \left(0{,}0223 \cdot \frac{5{,}8}{0{,}125} + 2{,}3 \right)}} = 17{,}0 \text{ м/с},$$

тоді

$$Q_2 = \frac{d_{\text{н}\,2}^2 \cdot v_2}{1{,}27} = \frac{0{,}125^2 \cdot 17{,}0}{1{,}27} = 0{,}209 \text{ м}^3\text{/с} = 750 \text{ м}^3\text{/год}.$$

Остаточно, нев'язка втрат тиску

$$\frac{562{,}1 - 559{,}2}{562{,}1} \cdot 100 = 0{,}5\ \%.$$

Ділянка 3

– Трійник на прямий прохід під кутом 45º всмоктувальний:

при $\omega_\text{в} / \omega_\text{м} = 0{,}01227/0{,}0398 = 0{,}308$; $\omega_\text{п} / \omega_\text{м} = 0{,}0254/0{,}0398 = 0{,}638$ і

$Q_\text{в} / Q_\text{м} = 900/2370 = 0{,}380$ – $\zeta_\text{п} = 0{,}28$ [9];

$$\sum \zeta_3 = \zeta_\text{п} = 0{,}28.$$

Відгалуження 6

– Місцевий відсмокт – $\zeta = 1$ (таблиця до прикладу 5.6);

– відвід під кутом 90º $R/D = 1{,}5$ – $\zeta = 0{,}4$ [8];

– трійник на бокове відгалуження під кутом 45º всмоктувальний:

при; $\omega_\text{в} / \omega_\text{м} = 0{,}01227/0{,}0398 = 0{,}308$; $\omega_\text{п} / \omega_\text{м} = 0{,}0254/0{,}0398 = 0{,}638$ і

$Q_\text{в} / Q_\text{м} = 900/2370 = 0{,}380$ – $\zeta_\text{в} = 0{,}5$ [9];

$$\sum \zeta_6 = 1 + 0{,}4 + 0{,}5 = 1{,}9.$$

Тоді нев'язка втрат тиску у точці розгалуження системи до відгалуження 6 становитиме

$$\frac{(\Delta p_1 + \Delta p_3) - \Delta p_6}{\Delta p_1 + \Delta p_3} \cdot 100 = \frac{(562{,}1 + 96{,}4) - 570{,}9}{562{,}1 + 96{,}4} \cdot 100 = 13{,}3\ \%.$$

Для ув'язування втрат тиску збільшимо витрату відсмоктуваного повітря на відгалуженні 6:

$$v_6 = \sqrt{\frac{2 \cdot (\Delta p_1 + \Delta p_3)}{\rho \cdot \left(\lambda \cdot \frac{l}{d_v} + \sum \zeta \right)_6}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (562{,}1 + 96{,}4)}{1{,}173 \cdot \left(0{,}0221 \cdot \frac{4{,}6}{0{,}125} + 1{,}9 \right)}} = 20{,}3 \text{ м/с},$$

тоді

$$Q_6 = \frac{d_{\text{н}\,6}^2 \cdot v_6}{1{,}27} = \frac{0{,}125^2 \cdot 20{,}3}{1{,}27} = 0{,}250 \text{ м}^3\text{/с} = 900 \text{ м}^3\text{/год}.$$

Остаточно, нев'язка втрат тиску

$$\frac{(562{,}1 + 96{,}4) - 656{,}3}{562{,}1 + 96{,}4} \cdot 100 = 0{,}3\ \%.$$

Ділянка 4

– Дифузорне розширення перед вентилятором
з d = 225 мм на d = 300 мм, l = 300 мм, α = 30º;
$f/F = 3{,}14 \cdot 0{,}225^2 \cdot 4/(3{,}14 \cdot 0{,}3^2 \cdot 4) = 0{,}562$ – ζ = 0,2 [8];

$$\sum \zeta_4 = \zeta = 0{,}2.$$

Ділянка 5

– Конфузорне звуження після вентилятора
f/F = 0,562; α = 30º – ζ = 0,07 [8];
– відвід під кутом 90º R/D = 1,5 – ζ = 0,4 [8];

$$\sum \zeta_5 = \zeta = 0{,}4 + 0{,}07 = 0{,}47.$$

Середня за витратою швидкість у вхідному патрубка циклона Ц550

$$v_{\text{вх}} = \frac{Q_5}{3600 \cdot F_{\text{вх}}} = \frac{2370}{3600 \cdot 0{,}0378} = 17{,}4 \text{ м/с}.$$

Визначаємо втрати тиску в циклоні

$$\Delta p_{\text{ц}} = \zeta \cdot \frac{\rho \cdot v_{\text{вх}}^2}{2} = 5{,}4 \cdot \frac{1{,}173 \cdot 17{,}4^2}{2} = 959 \text{ Па}.$$

Визначаємо втрати тиску в системі для вибору вентилятора

$$\Delta p_{\text{в}} = 1{,}1 \cdot \Delta p_{\text{м}} \cdot \left(1 + k_{\text{п}} \cdot x_{\text{р}}\right) + x_{\text{р}} \cdot \rho_{\text{пов}} \cdot h \cdot g \cdot \frac{v_{\text{п}}}{v_{\text{м}} - v_S} + p_{\text{д}} + \Delta p_{\text{ц}} \text{, Па},$$

де $k_{\text{п}}$ = 1,4 – коефіцієнт для внутрішньоцехових систем із відгалуженнями до верстатів; $x_{\text{р}}$ – масова витратна концентрація ($x_{\text{р}} = G_{\text{м}} / G_{\text{пов}}$, кг/кг), $x_{\text{р}} \le 2$ [9]; $\rho_{\text{пов}}$ = 1,173 кг/м^3 – густина повітряних потоків; h = 9,0 – 3,7 = 5,3 м – висота підіймання транспортованого матеріалу; $v_{\text{п}} = v_S$ = 16,51 м/с – швидкість повітряного потоку на ділянці підіймання матеріалу; $v_{\text{м}} = A \cdot v_{\text{п}} = 0{,}85 \cdot 16{,}51 = 14{,}03$ м/с – швидкість транспортування матеріалу на ділянці підіймання ($v_{\text{м}} / v_{\text{пов}} = A$ [9], для грубих відходів А = 0,85 при $x_{\text{р}} \le 2$); $p_{\text{д}}$ – динамічний тиск потоку на виході з циклона, Па; v_S – швидкість витання транспортованого матеріалу (крупна тирса), м/с.

Швидкість потоку на виході з циклона

$$v_{\text{вих}} = \frac{Q_5}{900 \cdot \pi \cdot D_{\text{вих}}^2} = \frac{2370}{900 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}33^2} = 7{,}7 \text{ м/с}.$$

Динамічний тиск потоку на виході з циклона

$$p_{\text{д}} = \frac{\rho_{\text{пов}} \cdot v_{\text{вих}}^2}{2} = \frac{1{,}173 \cdot 7{,}7^2}{2} \approx 35 \text{ Па}.$$

Швидкість витання транспортованого матеріалу [9]

$$v_S = 0{,}14 \cdot \sqrt{\rho_{\text{м}} / \left[\left(0{,}02 + \frac{a}{h}\right) \cdot \rho_{\text{пов}}\right]} = 0{,}14 \cdot \sqrt{500 / \left[\left(0{,}02 + \frac{1}{3}\right) \cdot 1{,}173\right]} = 4{,}86 \text{ м/с},$$

де $a \approx 1$ [9] – коефіцієнт, який враховує форму частинки; h = 3 мм – товщина частинки (крупна тирса); $\rho_м = 500$ кг/м^3 – густина матеріалу (суха сосна).

Підставляючи значення відповідних величин у формулу підрахунку, визначаємо втрати тиску, які потрібні для вибору вентилятора,

$$\Delta p_в = 1{,}1 \cdot 923{,}5 \cdot (1 + 1{,}4 \cdot 1{,}5) + 1{,}5 \cdot 1{,}173 \cdot 5{,}3 \cdot 9{,}81 \cdot \frac{16{,}51}{14{,}03 - 4{,}86} + 35 + 959 = 4308 \text{ Па.}$$

Продуктивність вентилятора приймемо із врахуванням 10% добавки на підсмоктування повітря через негерметичності системи, тобто,

$$L_в = 1{,}1 \cdot Q_5 = 1{,}1 \cdot 2370 = 2607 \text{ м}^3\text{/год.}$$

При виборі вентилятора для умов, які відрізняються від стандартних, втрати тиску для вибору вентилятора призводять до стандартних умов за формулою

$$p_в = \Delta p_в \cdot \frac{273 + t_{пов}^{ст}}{273 + t_{пов}} \cdot \frac{101325}{p_а} = 4308 \cdot \frac{273 + 20}{273 + 20} \cdot \frac{101325}{98500} = 4432 \text{ Па.}$$

За графічними залежностями [8] приймаємо пиловий вентилятор ЦП 7-40 № 5 з $n_в$ = = 2470 об/хв, $\eta_в$ = 0,47; електродвигун АО-2-51-4, $N_{дв}$ = 7,5 кВт, $n_{дв}$ = 1440 об/хв; вентиляторний агрегат Р 5-8 г, маса якого 324 кг.

5.4.10. Аеродинамічний розрахунок повітропроводів за допомогою цифрових обчислювальних машин. Перетворимо формулу втрат тиску на тертя (5.7), подаючи в ній швидкість v як витрату Q, поділену на площу живого перерізу трубопроводу ω (для труб круглого перерізу $\omega = \pi \cdot d^2/4$):

$$\Delta p_l = \Delta p = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} =$$
$$= \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{Q^2}{(\pi \cdot d^2 / 4)^2} = A \cdot l \cdot Q^2 = S \cdot Q^2, \text{ Па,} \tag{5.43}$$

де A – питомий опір трубопроводу, Па$\cdot$с^2/м^7; S – опір трубопроводу, Па$\cdot$с^2/м^6.

$$A = \frac{8 \cdot \lambda \cdot \rho}{\pi^2 \cdot d^5}, \text{ Па}\cdot\text{с}^2\text{/м}^7; \qquad S = A \cdot l, \text{ Па}\cdot\text{с}^2\text{/м}^6.$$

Формула (5.43) за структурою аналогічна закону Джоуля-Ленца для електричної мережі, що дає можливість виконувати розрахунки повітропроводів систем вентиляції методом електромоделювання і за допомогою цифрових обчислювальних машин.

Прирівняємо рух повітря у трубопроводах до протікання електричного струму у провідниках. Опір вентиляційної системи (і аналогічно втрати електричної потужності) для послідовного з’єднання окремих її ділянок можна подати у вигляді рівнянь

$$\Delta p = S \cdot Q^2 = \sum_{i=1}^{n} S_i \cdot Q^2 ;$$

$$\Delta N = R \cdot I^2 = \sum_{i=1}^{n} R_i \cdot I^2 .$$

Для паралельного з’єднання окремих ділянок

$$(\Delta p / S)^{0,5} = \sum_{i=1}^{n} (\Delta p_i / S_i)^{0,5} .$$

Отже, для мережі повітропроводів можна застосовувати рівняння Кірхгофа, які були запропоновані для електричних мереж.

На цій основі можна стверджувати:

– сума витрат повітряних потоків, які притікають до вузлової точки і витікають з неї дорівнює нулю

$$\sum_{i=1}^{n} Q_i = 0 ;$$

– падіння повного тиску у замкнутій мережі дорівнює сумі втрат тиску в окремих ділянках мережі і алгебраїчній сумі перепаду тисків, створених вентилятором

$$\Delta p = \sum_{i=1}^{n} S_i \cdot Q^2 .$$

Якщо у системі вентилятор відсутній, то

$$\sum_{i=1}^{n} S_i \cdot Q^2 = 0 .$$

Розрахунок повітропроводів системи вентиляції можна проводити одним з трьох технічних прийомів: *аналітичним*, *аналоговим* та *ітераційним*.

Аналітичний метод полягає у розв’язуванні системи рівнянь і його можна реалізувати за допомогою цифрових ЕОМ. **Аналоговий метод** реалізують за допомогою аналогових ЕОМ.

Ітераційний метод – це метод послідовних наближень.

Падіння тиску характеризується рівнянням

$$\Delta p = S \cdot (Q + x)^n ,$$

де Q – наближене значення фактичної об’ємної витрати; x – похибка (помилка); n – показник степеня.

Застосування біномального виразу дає формулу

$$\Delta p = S \cdot \left[Q^n + \frac{n}{1!} \cdot Q^{n-1} \cdot x + \frac{n \cdot (n-1)}{2!} \cdot Q^{n-2} \cdot x^2 + \ldots \right].$$

Оскільки $x < Q$, то членами з x вищих степенів можна знехтувати. Тоді

$$\Delta p - S \cdot Q^n = \frac{n \cdot S}{1!} \cdot Q^{n-1} \cdot x .$$

Поправка на витрату буде $x = (\Delta p - S \cdot Q^n)/(n \cdot S \cdot Q^{n-1})$ і її необхідно додати до об’ємної витрати Q. Низкою послідовних наближень встановлюють правильне значення витрати потоку Q. Цей прийом застосовують для всіх другорядних кілець системи.

Метод розрахунку можна вдосконалити, якщо скористатися такими рекомендаціями:

– попередньо приймають витрати у відгалуженнях від магістралі, пам’ятаючи, що у вузлових точках зберігається баланс $\sum Q_i = 0$;

– визначають кількість кілець системи вентиляції за формулою

$$C = B - J + 1,$$

де B – кількість відгалужень; J – кількість вузлів;

– для кожного кільця розраховують поправку x;

– уточнюють x після внесення поправок на витрату.

Все це циклічно повторюється аж до досягнення необхідної точності.

Звичайно показник степеня n = 2. Тоді поправка для m-го кільця становитиме

$$x_m = \frac{\sum_{i=1}^{m} S_i \cdot Q_i^2 - \Delta p}{2 \sum_{i=1}^{m} S_i \cdot Q_i} .$$

5.5. ХАРАКТЕРИСТИКА ВЕНТИЛЯЦІЙНОЇ МЕРЕЖІ

За формулою (5.24) втрати тиску на ділянці повітропроводу

$$\Delta p_{\text{втр}} = \left(l \cdot \frac{\lambda}{d} + \sum \zeta \right) \cdot \frac{\rho \cdot v^2}{2} = \left(l \cdot \frac{\lambda}{d} + \sum \zeta \right) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \left(\frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} \right)^2 =$$

$$= \left[\left(l \cdot \frac{\lambda}{d} + \sum \zeta \right) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \left(\frac{4}{\pi \cdot d^2} \right)^2 \right] \cdot Q^2 .$$

Якщо величини λ і $\sum\zeta$ не залежать від числа Re, тобто від v і d, то

$$\left(l \cdot \frac{\lambda}{d} + \sum\zeta\right) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \left(\frac{4}{\pi \cdot d^2}\right)^2 = \text{const}.$$

і для всього повітропроводу буде справедливою параболічна залежність

$$\Delta p = k \cdot Q^2 . \tag{5.43}$$

Однак загалом

$$\Delta p = k \cdot Q^n . \tag{5.44}$$

Причому для ламінарного режиму руху $n = 1$, а для турбулентного – $n = 1{,}75…2{,}0$ (менша величина для гладких, а більша – для шорстких повітроводів).

Значення k загалом залежить, від розмірів мережі повітропроводів; чим довша і складніша мережа, тим k більше.

Рівняння (5.43), записане у вигляді

$$\Delta p = p_0 + k \cdot Q^2 , \tag{5.45}$$

називають **характеристикою мережі повітропроводів**. У цьому рівнянні p_0 – аеростатична складова тиску.

Якщо за рівнянням (5.45) побудувати характеристику мережі повітропроводів і на цю графічну залежність нанести характеристику вентилятора (рис. 5.27), то точка перетину цих двох характеристик буде **робочою точкою** (*р.т.*).

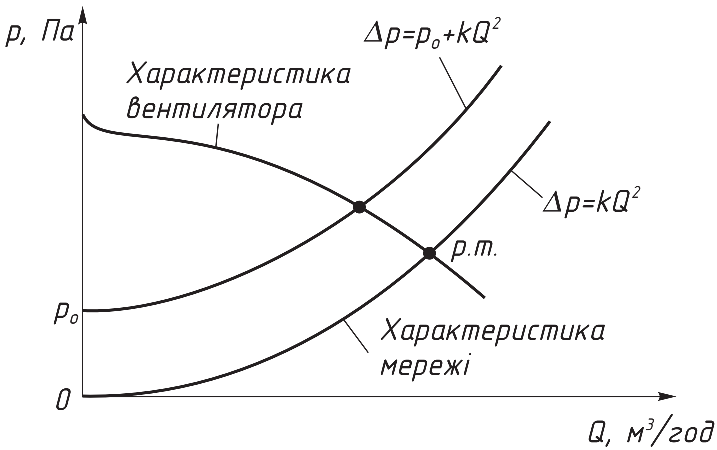


Рис. 5.27. Характеристика мережі повітропроводів
і радіального вентилятора:
р.т. – робоча точка; p_0 – аеростатична складова тиску

За допомогою характеристики мережі можна визначити витрату повітряного потоку в мережі для відповідних втрат тиску і, навпаки, втрати тиску для заданої витрати.

5.6. ЕПЮРИ ТИСКУ В МЕРЕЖІ ПОВІТРОПРОВОДІВ

Робота вентилятора у мережі повітропроводів стає зрозумілою, якщо графічно проаналізувати розподілення тисків.

Розглянемо просту систему вентиляції, яка складається з вентилятора, всмоктувального і нагнітального повітропроводів (рис. 5.28). Тиск на початку і в кінці системи дорівнює атмосферному.

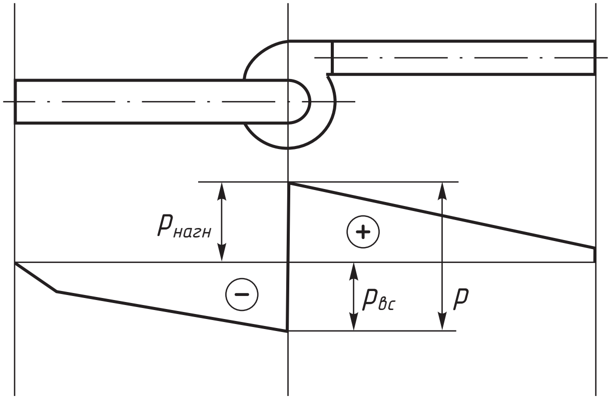


Рис. 5.28. Епюра розподілення повного тиску у системі вентиляції

Тиск перед вентилятором (на епюрі відкладений униз) дорівнює втратам тиску у всмоктувальному повітропроводі; у площині всмоктування надлишковий тиск дорівнює нулю.

Тиск безпосередньо за площиною всмоктування визначається втратою повного тиску при втіканні повітряного потоку в торець трубопроводу.

Тиск за вентилятором (відкладений угору) дорівнює втратам тиску у нагнітальному повітропроводі. У перерізі витікання в атмосферу він дорівнює втратам тиску при витіканні потоку з отвору у безмежний простір ($\zeta = 1$), тобто динамічному тискові витікального повітряного струменя.

Аналогічно розглянутій вище епюрі повного тиску можна побудувати епюри динамічних і статичних тисків (рис. 5.28). Динамічний тиск як у всмоктувальному, так і у нагнітальному повітропроводах має додатне значення. У нагнітальному повітропроводі надлишкові повний і динамічний тиски додатні, тому надлишковий статичний тиск буде меншим від повного тиску ($p_{\text{ст}} = p - p_{\text{д}}$).

У всмоктувальному повітропроводі надлишковий повний тиск від'ємний, а динамічний – додатний. У зв'язку з цим надлишковий статичний тиск більший від надлишкового повного тиску

$$p_{\text{ст}} = -p - (+p_{\text{д}}) = -(p + p_{\text{д}}) \,.$$

Приклад 5.7. Побудувати епюри повного, динамічного і статичного тисків системи вентиляції (рис. 5.29) за таких даних: Q = 720 м^3/год = 0,2 м^3/с; ρ = 1,2 кг/м^3; $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 =$ $= 0{,}02$м^2; $\omega_4 = 0{,}04$ м^2.

Сумарні втрати тиску у всмоктувальному трубопроводі $p_{\text{всм}}$ = 100 Па, у нагнітальному – $p_{\text{нагн}}$ = 150 Па (з них 50 Па після перерізу *3 – 3*).

Р о з в ' я з у в а н н я

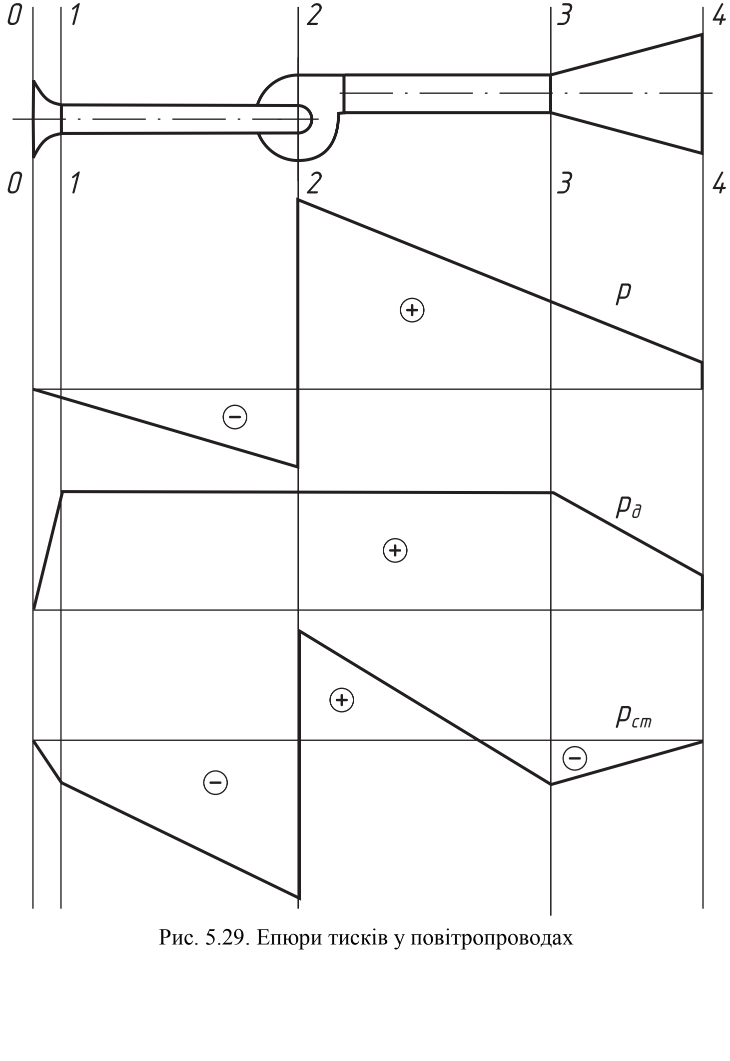


Рис. 5.29. Епюри тисків у повітропроводах

Розрахунок тисків у перерізах, виконаний за формулами $p_{ст} = p \pm p_д$ і $p_д = \rho \cdot v^2 / 2$ (де $v = Q / \omega$), зводимо у таблиці.

Таблиця до прикладу 5.7

Результати розрахунків

Розрахункова величина	Переріз					
	0 – 0	*1 – 1*	*2 – 2* всм.	*2 – 2* нагн.	*3 – 3*	*4 – 4*
p, Па	0	0	–100	+150	+50	+15
v, м/с	0	10	10	10	10	5
$p_д$, Па	0	+60	+60	+60	+60	+15
$p_{ст}$, Па	0	–60	–160	+90	–10	0

Відповідні епюри тисків, побудовані у масштабі, показані на рис. 5.29. Аналіз цього рисунка свідчить, що перед дифузором у нагнітальному повітропроводі (переріз *3 – 3*) статичний тиск від'ємний (менший за атмосферний). Це означає, що через отвір, зроблений у цьому місці нагнітального повітропроводу, повітря буде підсмоктуватись з навколишнього простору потоком, який рухається у повітропроводі (а не витікати через отвір з повітропроводу).

Цей ефект використовують для конструювання завантажних лійок нагнітальних систем аспірації і пневмотранспорту, створюючи у відповідних місцях повітропроводу розрідження, щоб запобігти вибиванню матеріалу.

Аналогічно можна побудувати епюри повних тисків у розгалужених повітропроводах, враховуючи умови тотожності повних тисків у вузлах (рис. 5.30).

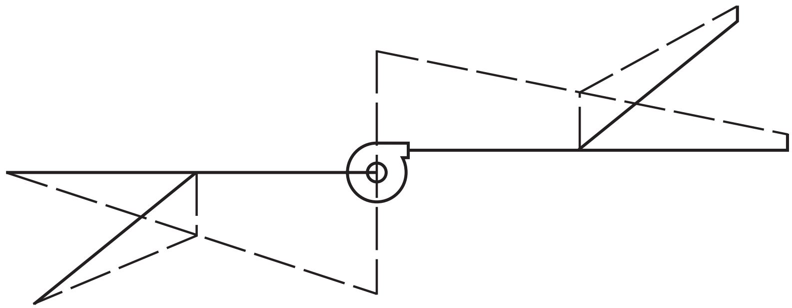


Рис. 5.30. Епюра розподіленя повних тисків у розгалужених повітропроводах

5.7. ВПЛИВ ТИСКУ У ПРИМІЩЕННІ НА РОБОТУ ВЕНТИЛЯТОРА

Щоби підтримати у приміщеннях надлишковий тиск, при комфортному кондиціюванні звичайно вилучають 70…85 % від кількості притікального повітря, а 30…15 % витискається через нещільності дверей, вікон та інших зовнішніх захищень. Завдяки цьому запобігається надходження у приміщення некондиціонованого повітря, дуття від вікон, проникання пилу і зовнішнього шуму. На рис. 5.31 показана принципова схема системи і епюри тисків, які відповідають трьом випадкам її роботи за сталих втрат тиску і різних тисків у приміщенні. З цього рисунка видно, що при надлишковому тиску у приміщенні повний тиск притікального вентилятора зростає, а рециркуляційно-витікального вентилятора – зменшується. Під час розрідження у приміщенні спостерігається зворотний стан.

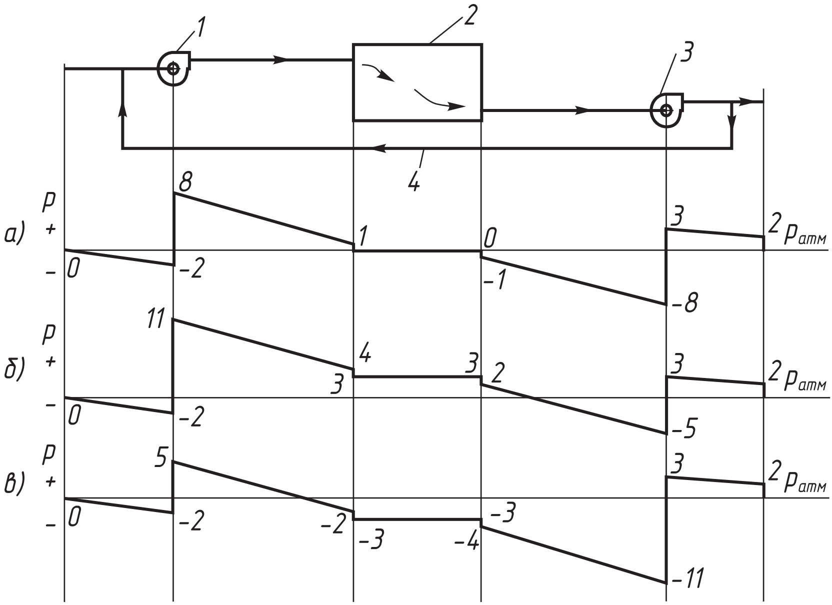


Рис. 5.31. Вплив тиску у приміщенні на роботу вентиляторів:

а – тиск у приміщенні дорівнює атмосферному; *б* – у приміщенні надлишковий тиск; *в* – у приміщенні розрідження; *1*, *3* – вентилятори; *2* – вентильоване приміщення

Розділ шостий

ПОВІТРОПРОВОДИ РІВНОМІРНОГО ВИТІКАННЯ І ВСМОКТУВАННЯ ПОВІТРЯ

У *повітропроводах рівномірного витікання з поздовжньою боковою щілиною* або *з боковими отворами* (повітророзподільниках) рух повітря значно складніший, ніж у транзитних повітропроводах. Завдяки експериментальним дослідженням [5] встановлено, що у поперечному перерізі повітророзподільників відбувається зміна напрямку і поля швидкостей, а також зміна статичного тиску в поперечному перерізі. Напрямок швидкості змінюється в області повітровипускних щілин чи отворів. Деформація поля швидкостей полягає у тому, що у поперечному перерізі повітророзподільника воно має несиметричний профіль: від осі повітророзподільника у бік щілини або отвору спостерігаються підвищені швидкості змінного напрямку, а в протилежний бік (у напрямку глухої стінки) – понижені швидкості. Статичний тиск змінюється в поперечному перерізі у зворотному порядку: будучи найменшим у щілині або отворі він зростає у напрямку протилежної глухої стінки.

За переходу від одного поперечного перерізу повітророзподільника до іншого середня швидкість повітряного потоку, середні динамічний і статичний тиски, як правило, змінюються.

У напрямку руху повітряного потоку, від початку до кінця повітророзподільника, його середня швидкість поступово зменшується внаслідок шляхової витрати через бокові щілини чи отвори. При цьому динамічний тиск також зменшується на деяке значення, яке за законом збереження енергії переходить у статичний тиск. Це значення зменшення динамічного тиску називають “**вивільненим динамічним тиском**”. Завдяки зменшенню динамічного тиску зростає статичний тиск у напрямку руху потоку (у напрямку кінця повітророзподільника). Вивільнений динамічний тиск одночасно витрачається на подолання опору тертя і місцевих опорів.

Якщо вивільнений динамічний тиск перевищує сумарні втрати тиску, то статичний тиск зростає; якщо він є меншим від сумарних втрат, то статичний тиск зменшується. Якщо вивільнений динамічний тиск дорівнюватиме сумарним втратам тиску, то статичний тиск по довжині повітророзподільника буде сталим. При цьому швидкість витікання з бокових отворів буде також сталою.

Коли маємо *повітророзподільник змінного поперечного перерізу*, то виникають додаткові фактори, пов’язані зі зміною швидкості. При цьому рух потоку ускладнюється ще більше.

Значення і напрямок осьових швидкостей повітряних струменів, які витікають з отворів **повітророзподільника сталого поперечного перерізу**, зображені на рис. 6.1 у вигляді векторів.

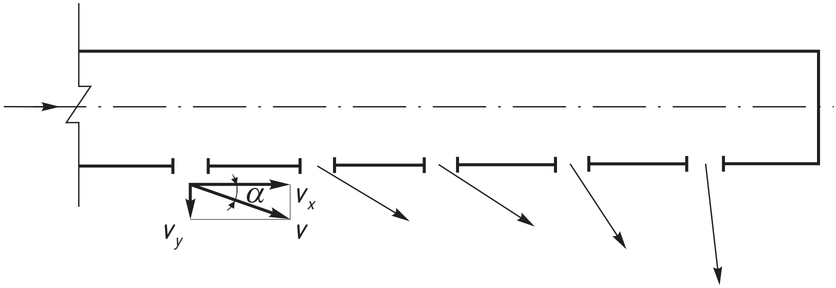


Рис. 6.1. Вектори осьових швидкостей струменів, що витікають з бокових отворів повітророзподільника сталого поперечного перерізу

За зменшення площі отворів кут витікання струменів зростає і наближається до 90°.

Значення кута α (рис. 6.1.) залежить від співвідношення швидкісного і статичного тисків у даному перерізі повітророзподільника і є змінним по його довжині. Значення і напрямок швидкості v визначається як рівнодійна, побудована на двох векторах швидкості, які відповідають динамічному і статичному тискам (швидкість v_x дорівнює середній швидкості потоку у даному перерізі повітропроводу; v_y – початкова середня швидкість струменя, що витікає з отвору, яка зумовлена статичним тиском всередині повітророзподільника).

За швидкістю v_y визначають витрату первинного повітря струменя, що витікає з отвору

$$Q_0 = \mu_0 \cdot v_y \cdot \omega_0 = \mu_0 \cdot \omega_0 \cdot \sqrt{2 \cdot (p_{\text{ст}} - p_{\text{атм}}) / \rho}\ , \text{ м}^3/\text{с}, \qquad (6.1)$$

де μ_0 – коефіцієнт витрати повітровитікального отвору ($\mu_0 = \mu_{\text{вх}} + \mu_{\text{вих}} \approx 0{,}5 + 1{,}0 \approx 1{,}5$); $p_{\text{ст}}$ – абсолютний статичний тиск, Па; ω_0 – площа живого перерізу отвору, м^2.

Під терміном “**рівномірність**” розуміють лінійну залежність витрати повітряного потоку у поперечному перерізі повітророзподільника від його довжини.

У *поперечному перерізі всмоктувальних повітропроводів з боковою щілиною* чи *отворами* також існують зміна напрямку і деформація поля швидкостей та зміна статичного тиску. При цьому швидкість і динамічний тиск зростають у напрямку руху потоку. У цьому самому напрямку зростає і розрідження у повітропроводі, яке витрачається на подолання опору тертя і місцевих опорів.

При цьому вісь всмоктувальних струменів перпендикулярна до осі повітропроводу, а самі струмені несиметричні відносно власної осі.

Витрату повітря, що засмоктується в отвір повітропроводу, можна визначити за формулою:

$$Q_0 = \mu_0^* \cdot \omega_0 \cdot \sqrt{2 \cdot (p_{\text{атм}} - p_{\text{ст}}) / \rho}\text{, м}^3\text{/с,} \quad (6.2)$$

де μ_0^* – коефіцієнт витрати повітровсмоктувального отвору.

Аналіз формул (6.1) і (6.2) показує, що рівномірність витікання або всмоктування по довжині повітропроводу можна забезпечити такими технічними засобами:

– за змінного статичного тиску по довжині повітропроводу – зміною площі ω_0 або зміною коефіцієнта витрати μ_0 отворів; перший спосіб не забезпечує рівномірності швидкостей в отворах, а другий спосіб – складний у реалізації.

– за сталого статичного тиску по довжині – забезпеченням сталими μ_0 і ω_0 (при цьому забезпечується стала швидкість в отворах).

У практиці вентилювання приміщень найчастіше застосовують клиноподібні повітророзподільники з отворами однакової площі (рис. 6.2, *а*) та повітропроводи сталого поперечного перерізу з отворами однакової площі (рис. 6.2, *б*) і отворами різної площі (рис. 6.2, *в*).

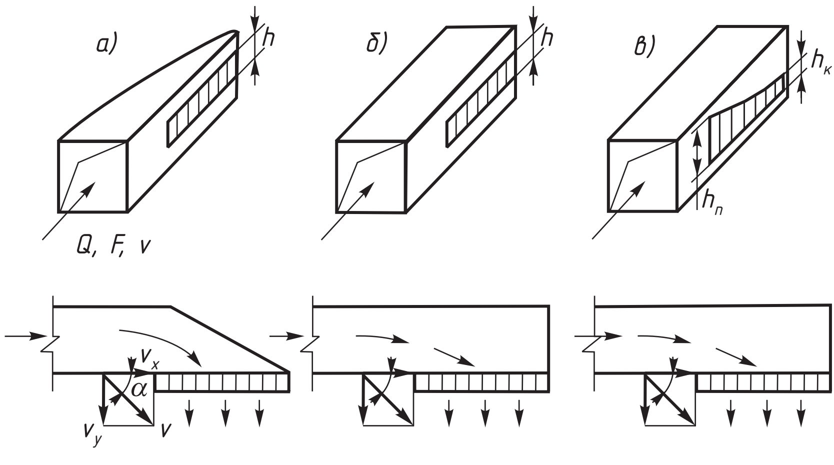


Рис. 6.2. Схеми повітропроводів (повітророзподільників) рівномірної по довжині витрати:

а – клиноподібного з отворами однакової площі (щілиною сталої висоти);
б – сталого поперечного перерізу з отворами різної площі (щілиною сталої висоти);
в – сталого поперечного перерізу з отворами різної площі (щілиною змінної висоти)

Клиноподібні повітропроводи (рис. 6.2, *а*) забезпечують рівномірну швидкість витікання, а отже, і рівномірну витрату по довжині.

Кут витікання струменя α визначають із залежності

$$\operatorname{ctg}\alpha = \mu_0 \cdot \omega_0 \ / \ F = v_x \ / \ v_y ,$$

де μ_0 – коефіцієнт витрати повітровитікального отвору ($\mu_0 \approx 0{,}6$ – якщо отвір з гострими краями; $\mu_0 \approx 1{,}0$ – якщо отвір із скругленими краями); ω_0 – площа живого перерізу витікального отвору, м^2; F – початкова площа живого перерізу повітропроводу, м^2.

Нормальний до площини отвору витік повітряного потоку забезпечується завдяки умонтуванню в отвір скерувальних лопаток.

Повітропровід сталого поперечного перерізу з боковим щілинним отвором сталої висоти (рис. 6.2, *б*) тільки тоді забезпечує рівномірність витрати, коли $\mu_0 \cdot \omega_0 / F < 0{,}3$. Для цього встановлюють високий тиск всередині повітропроводу і відповідно виникає висока швидкість витікання. Кут α зростає від 74° на початку щілини аж до 90° в її кінці. Статичний тиск у напрямку до кінця повітропроводу також зростає, і відповідно у цьому самому напрямку зростає швидкість витікання зі щілини.

На початку повітровипускної щілини підтверджується залежність

$$v = \frac{v_x}{\cos\alpha} \approx 3{,}6 \cdot v_x .$$

Нормальний до площини отвору витік повітря забезпечують завдяки скерувальним лопаткам. Швидкість витікання можна зменшити завдяки малим дифузорчикам, умонтованим у витікальні отвори.

Повний тиск на початку повітропроводу становить

$$p_{\text{п}} \approx 13 \cdot \rho / 2 \cdot v_x^2 \approx 7{,}8 \cdot v_x^2 .$$

Повітропровід сталого поперечного перерізу з боковим щілинним отвором змінної висоти (рис. 6.2, *в*) забезпечує наближену рівномірність витрати по довжині щілини, якщо $\mu_0 \cdot \omega_0 / F < 0{,}6$ і $h_{\text{к}} / h_{\text{п}} \approx$ $\approx 0{,}85$. Кут α зростає від 60° на початку щілинного отвору до 90° у кінці отвору (посередині 75°). Статичний тиск зростає у напрямку до кінця повітропроводу.

На початку повітровипускної щілини маємо

$$v = v_x \ / \cos\alpha \approx 2 \cdot v_x .$$

Нормальний до площини отвору витік повітря забезпечують завдяки скерувальним лопаткам.

Повний тиск на початку повітропроводу становить

$$p_{\text{п}} \approx 4 \cdot \rho / 2 \cdot v_x^2 \approx 2{,}4 \cdot v_x^2 .$$

6.1. РОЗРАХУНОК ПОВІТРОПРОВОДІВ РІВНОМІРНОЇ ВИТРАТИ ПОВІТРЯ

Для аналітичного дослідження повітророзподільників і всмоктувальних повітропроводів рівномірної витрати приймаються такі припущення:

– коефіцієнт витрати по довжині всієї щілини або для всіх отворів повітропроводу є сталим;

– поля швидкостей у поперечних перерізах повітропроводу недеформовані (коефіцієнти Коріоліса і Буссінеска дорівнюють одиниці);

– повні тиски (статичний плюс динамічний) сталі по перерізу повітропроводу;

– втрати тиску від розширення потоку у повітропроводі під час витікання повітря через отвори, внаслідок їх незначної величини, не враховують (можливість цього припущення доведена експериментально).

Розрахунок **повітропроводу сталого поперечного перерізу з боковими отворами різної площі** [2].

Розглянемо метод розрахунку, запропонований К. Бауліним [1].

Розрахункова схема повітророзподільника зображена на рис. 6.3.

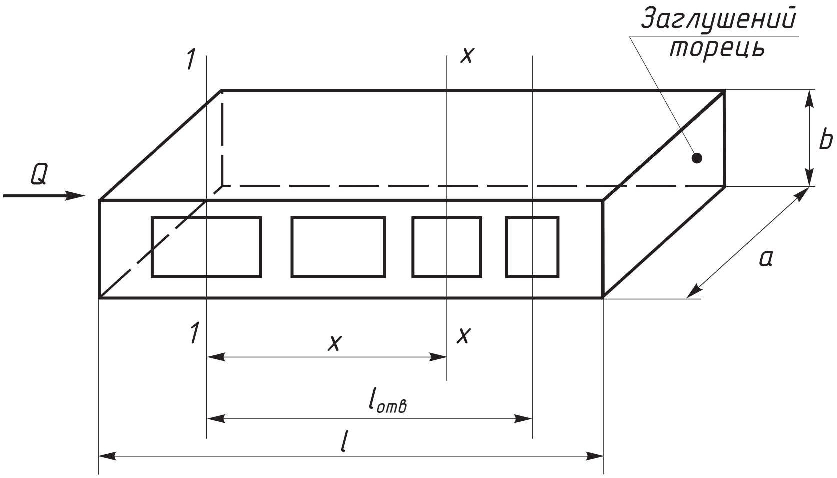


Рис. 6.3. Схема повітророзподільника сталого поперечного перерізу з боковими отворами різної площі

Приймемо позначення (рис. 6.3): $p_{\text{ст}1}$ і v_1 – відповідно статичний тиск і швидкість потоку на початку повітророзподільника (переріз *1 – 1*); $p_{\text{ст}\,x}$ і v_x – те саме у розглядуваному перерізі на відстані x (переріз $x – x$); Q_1 і Q_x – відповідно витрата потоку на початку повітропроводу і у перерізі $x – x$; l – повна довжина повітророзподільника; $k_\text{е}$ – еквівалентна шорсткість матеріалу, з якого виготовлений повітророзподільник; a і b – розміри поперечного перерізу повітророзподільника.

Розрахунок проводять у такій послідовності.

Визначають еквівалентний за швидкістю діаметр поперечного перерізу повітророзподільника

$$d_v = 2 \cdot a \cdot b / (a + b)$$

та витрату потоку у перерізі $x – x$ – за формулою

$$Q_x = Q_1 \cdot (l - x) / l \,. \tag{6.3}$$

Тоді швидкість у перерізі $x – x$ становитиме

$$v_x = v_1 \cdot (l - x) / l \,. \tag{6.4}$$

Підраховують число Рейнольдса на початку повітророзподільника

$$\text{Re} = v_1 \cdot d_v \,/\, \nu \,.$$

Визначають коефіцієнт опору тертя за формулою А.Д. Альтшуля

$$\lambda = 0{,}11 \cdot \left(\frac{k_\text{е}}{d_v} + \frac{68}{\text{Re}} \right)^{0,25} .$$

Втрати тиску на тертя на ділянках довжиною dx становитимуть

$$dp_l = \lambda \cdot dx / d_v \cdot v_x^2 \cdot \rho / 2 \,. \tag{6.5}$$

Втрати тиску від тертя на довжині x повітророзподільника

$$\Delta p_\text{тер} = \frac{\lambda \cdot \rho}{2 \cdot d_v} \int_0^x v_x^2 \, dx \,. \tag{6.6}$$

Підставляючи у формулу (6.6) значення v_x за формулою (6.4) і виконуючи інтегрування, отримаємо формулу для визначення втрат тиску на тертя

$$\Delta p_\text{тер} = \lambda \cdot \rho / (6 \cdot d_v) \cdot v_1^2 / l^2 \cdot \left[l^3 - (l - x)^3 \right]. \tag{6.7}$$

Рівняння Бернуллі для потоку у перерізах *1 – 1* і $x – x$ повітророзподільника запишеться у вигляді

$$p_{\text{ст}1} + v_1^2 \cdot \rho / 2 = p_{\text{ст}\,x} + v_x^2 \cdot \rho / 2 + \Delta p_\text{тер} \,, \tag{6.8}$$

звідси

$$p_{\text{ст}\,x} = p_{\text{ст}1} + v_1^2 \cdot \rho / 2 - v_x^2 \cdot \rho / 2 - \Delta p_\text{тер} \,, \tag{6.9}$$

де $p_{\text{ст}\,x}$ – надлишковий статичний тиск у центрі отвору переріза $x – x$.

Підставляючи у формулу (6.9) значення v_x (6.4) і $\Delta p_{\text{тер}}$ (6.7), отримаємо залежність для визначення $p_{\text{ст}\,x}$

$$p_{\text{ст}\,x} = p_{\text{ст}1} + \frac{v_1^2 \cdot \rho}{2} \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{l-x}{l} \right)^2 - \frac{\lambda}{3 \cdot d_v \cdot l^2} \cdot \left[l^3 - (l-x)^3 \right] \right\}. \quad (6.10)$$

За цією залежністю можна розрахувати також *повітророзподільник з боковою повітровипускною щілиною змінної висоти*.

Опір повітророзподільника дорівнює сумі динамічного і статичного тисків у перерізі *1 – 1*, тобто,

$$\Delta p = p_{\text{д}1} + p_{\text{ст}1} = v_1^2 \cdot \rho / 2 + p_{\text{ст}1} = v_1^2 \cdot \rho / 2 + \zeta_{01} \cdot v_{01}^2 \cdot \rho / 2, \quad (6.11)$$

де ζ_{01} – сумарний коефіцієнт місцевого опору витікального отвору; v_{01} – швидкість у витікальному отворі.

Знаючи $p_{\text{ст}\,x}$, можемо визначити площу будь-якого витікального отво-ру на відстані x (за формулою (6.1)).

Приклад 6.1. Розрахувати сталевий повітророзподільник (k_e = 0,1 мм) перерізом 300 × 300 мм з боковими витікальними отворами різної площі за таких початкових даних: довжина повітророзподільника l = 7,0 м; кількість повітровитікальних отворів n = 7 шт (з частотою 1000 мм); отвори оснащені скерувальними лопатками; продуктивність повітророзподільника Q = 2500 м^3/год = 0,694 м^3/с; густина повітряного потоку ρ = 1,2 кг/м^3 та його кінематичний коефіцієнт в'язкості $\nu = 15{,}1 \cdot 10^{-6}$ м^2/с.

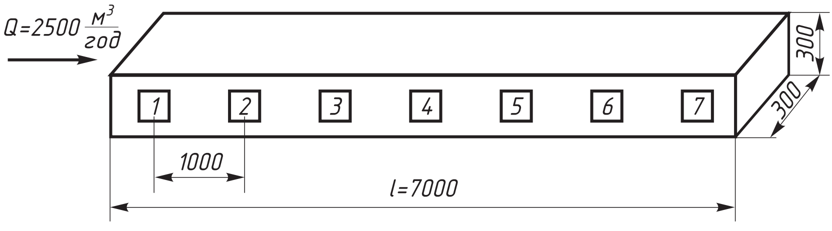


Рис. 6.4. Схема повітророзподільника рівномірної витрати

Р о з в ' я з у в а н н я

Визначаємо еквівалентний за швидкістю діаметр повітророзподільника

$$d_v = \frac{2 \cdot a \cdot b}{a+b} = \frac{2 \cdot 300 \cdot 300}{300+300} = 300 \text{ мм}.$$

Визначаємо швидкість повітряного потоку на початку повітророзподільника

$$v_1 = Q/(a \cdot b) = 0{,}694/(0{,}3 \cdot 0{,}3) = 7{,}71 \text{ м/с}.$$

Тоді число Рейнольдса

$$\mathrm{Re} = v_1 \cdot d_v / \nu = 7{,}71 \cdot 0{,}3 / 15{,}1 \cdot 10^{-6} = 153179$$

і коефіцієнт опору тертя

$$\lambda = 0{,}11 \cdot \left(\frac{k_\text{е}}{d_v} + \frac{68}{\mathrm{Re}} \right)^{0{,}25} = 0{,}11 \cdot \left(\frac{0{,}0001}{0{,}3} + \frac{68}{153179} \right)^{0{,}25} = 0{,}018 .$$

Визначаємо витрату повітря через кожен отвір

$$Q_0 = \frac{Q}{n} = \frac{0{,}694}{7} = 0{,}099 \text{ м}^3\text{/с}.$$

Статичний тиск у центрі перерізу першого отвору $p_{\text{ст}1}$ знайдемо з формули

$$Q_0 = \mu_0 \cdot \omega_0 \cdot \sqrt{2 \cdot p_{\text{ст}\,1} / \rho} ,$$

звідси надлишковий статичний тиск

$$p_{\text{ст}\,1} = Q_0^2 \cdot \rho / (2 \cdot \mu_0^2 \cdot \omega_0^2) .$$

Приймемо коефіцієнт витрати отвору з умонтованими скерувальними лопатками $\mu_0 = 0{,}6$.

Задаємось розмірами першого отвору $\omega_0 = a_0 \cdot h_0 = 0{,}15 \cdot 0{,}15 = 0{,}0225$ м^2.

Тоді

$$p_{\text{ст}\,1} = 0{,}099^2 \cdot 1{,}2 / (2 \cdot 0{,}6^2 \cdot 0{,}0225^2) = 32{,}3 \text{ Па}.$$

Динамічний тиск у перерізі *1 – 1*:

$$p_{\text{д}\,1} = v_1^2 \cdot \rho / 2 = 7{,}71^2 \cdot 1{,}2 / 2 = 35{,}7 \text{ Па}.$$

Надлишковий статичний тиск по довжині повітророзподільника визначаємо за формулою

$$p_{\text{ст}\,x} = p_{\text{ст}1} + \frac{v_1^2 \cdot \rho}{2} \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{l - x}{l} \right)^2 - \frac{\lambda}{3 \cdot d_v \cdot l^2} \cdot \left[l^3 - (l - x)^3 \right] \right\} .$$

Ширину отворів a_x за сталої їх висоти $h_0 = 0{,}15$ м визначаємо з формули

$$Q_0 = \mu_0 \cdot \omega_0 \cdot \sqrt{2 \cdot p_{\text{ст}\,x} / \rho} = \mu_0 \cdot (a_x \cdot h_0) \cdot \sqrt{2 \cdot p_{\text{ст}\,x} / \rho} ,$$

звідси

$$a_x = Q_0 / \left(\mu_0 \cdot h_0 \cdot \sqrt{2 \cdot p_{\text{ст}\,x} / \rho} \right) = 0{,}099 / \left(0{,}6 \cdot 0{,}15 \cdot \sqrt{2 \cdot p_{\text{ст}\,x} / 1{,}2} \right) = 0{,}852 / \sqrt{p_{\text{ст}\,x}} .$$

Для зручності розрахунок зводимо у таблиці, в якій x – відстань від центра першого отвору до центра кожного з наступних.

Таблиця до прикладу 6.1

Розрахунок повітророзподільника рівномірної витрати

№ отвору	x, м	$l-x$, м	$\frac{(l-x)^2}{l^2}$	$(l-x)^3$, м^3	$\left[\lambda/(3\cdot d_v\cdot l^2)\right]\times$ $\times\left[l^3-(l-x)^3\right]$	$p_{\text{ст}\,x}$, Па	a_x, м	a_x, мм
1	0	7	1	343	0	32,3	0,150	150
2	1	6	0,735	216	0,0518	39,90	0,135	135
3	2	5	0,510	125	0.0890	46,60	0,125	125
4	3	4	0,327	64	0,114	52,24	0,118	118
5	4	3	0,184	27	0,129	56,80	0,113	113
6	5	2	0,082	8	0,137	60,16	0,110	110
7	6	1	0,020	1	0,140	62,27	0,108	108

Примітка. Висота всіх отворів h_0 = 0,15 = 150 мм.

6.2. РОЗРАХУНОК ПОВІТРОПРОВОДІВ ЗМІННОГО ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ З БОКОВИМИ ОТВОРАМИ ОДНАКОВОЇ ПЛОЩІ

У разі витікання повітря під впливом сталого статичного тиску забезпечується стала швидкість витікання, а отже, за однакової площі отворів, – сталість витрати. При цьому для збереження статичного тиску сталим по довжині повітророзподільника потрібно, щоби втрати тиску на тертя компенсувались відповідним зменшенням динамічного тиску, який забезпечується відповідним зниженням швидкості повітряного потоку і відповідною зміною перерізу повітропроводу.

Згідно з рекомендаціями К. Бауліна [1] **повітророзподільник змінного перерізу зі сталим статичним тиском по довжині** розраховують у такій послідовності.

Задаючись швидкістю витікання повітря з отвору v_0, визначають динамічний тиск на виході з отвору

$$p_{\text{д}0} = v_0^2 \cdot \rho / 2 .$$

Значення статичного тиску (сталого по довжині) визначають за формулою

$$p_{\text{ст}} = \zeta_0 \cdot v_0^2 \cdot \rho / 2 ,$$

де ζ_0 – сумарний коефіцієнт місцевого опору витікального отвору (можна приймати ζ_0 = 1,5; 0,5 – на стискання потоку на вході у отвір; 1,0 – для вільного витікання з отвору).

Приймаючи швидкості на початку повітророзподільника v_1 і в кінці v_2, визначають різницю динамічних тисків

$$\Delta p_{\text{д}} = (v_1^2 - v_2^2) \cdot \rho / 2 .$$

Площа початкового перерізу повітропроводу становить

$$F_1 = Q / (3600 \cdot v_1) ,$$

де Q – загальна витрата повітророзподільника, м^3/год.

Знаючи F_1, приймають початкові розміри $a_{\text{п}} \times h$ або визначають початковий діаметр d_1 повітророзподільника (рис. 6.5).

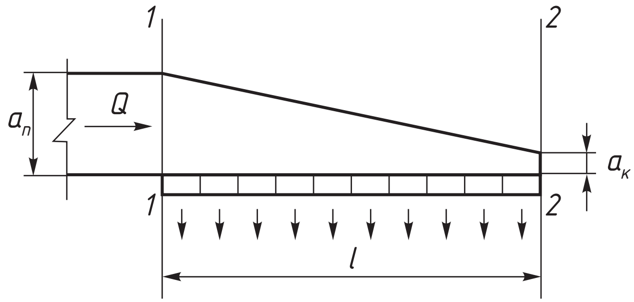


Рис. 6.5. Схема клинового повітропроводу рівномірної витрати (висота h = const)

Визначають падіння швидкості у трійнику (у кожному витікальному отворі)

$$\Delta v = (v_1 - v_2) / n ,$$

де n – кількість отворів (або щілин), якою задаються.

Розраховують втрати тиску у місцевих опорах (трійниках на прохід) за формулою

$$Z = n \cdot \zeta_{\text{тр.пр}} \cdot \Delta v^2 \cdot \rho / 2 .$$

Площу кінцевого перерізу повітророзподільника визначають за формулою

$$F_2 = Q_0 / (3600 \cdot v_2),$$

де Q_0 – витрата у кінцевому отворі, м^3/год.

Знаючи F_2, приймають кінцеві розміри $a_к \times h$, або визначають кінцевий діаметр d_2 повітророзподільника.

Визначають числа Рейнольдса на початку і в кінці повітророзподільника

$$\mathrm{Re}_1 = v_1 \cdot d_{v1} / \nu;$$

$$\mathrm{Re}_2 = v_2 \cdot d_{v2} / \nu,$$

де $d_{v\,1}$ і $d_{v\,2}$ – еквівалентні за швидкістю початковий і кінцевий діаметри повітророзподільника.

Тоді

$$\lambda_1 = 0{,}11 \cdot \left(\frac{k_е}{d_{v1}} + \frac{68}{\mathrm{Re}_1} \right)^{0{,}25};$$

$$\lambda_2 = 0{,}11 \cdot \left(\frac{k_е}{d_{v2}} + \frac{68}{\mathrm{Re}_2} \right)^{0{,}25}.$$

де $k_е$ – еквівалентна шорсткість матеріалу, з якого виготовлений повітророзподільник, м.

Середня питома втрата тиску на тертя потоку з поверхнею повітророзподільника

$$R_{сер} = (R_1 + R_2)/2 = \left(\lambda_1 \frac{1}{d_1} + \lambda_2 \frac{1}{d_2} \right) / 2.$$

Втрати тиску на тертя всього повітророзподільника

$$\Delta p_l = R_{сер} \cdot l.$$

Розрахунок можна закінчити за умови

$$\Delta p_l \approx \Delta p_д.$$

Якщо Δp_l помітно відрізняється від $\Delta p_д$, то потрібно відповідно змінити швидкості v_1 і v_2 для того, щоби внаслідок повторних розрахунків забезпечити тотожність $\Delta p_l \approx \Delta p_д$.

Опір повіторозподільника дорівнює сумі початкових динамічного і статичного тисків, тобто,

$$\Delta p = p_{\text{д}1} + p_{\text{ст}} = v_1^2 \cdot \rho / 2 + \zeta_0 \cdot v_0^2 \cdot \rho / 2 .$$

6.3. РОЗРАХУНОК ВСМОКТУВАЛЬНИХ ПОВІТРОПРОВОДІВ З БОКОВОЮ ЩІЛИНОЮ ЗМІННОЇ ВИСОТИ

Схема такого повітропроводу зображена на рис. 6.6.

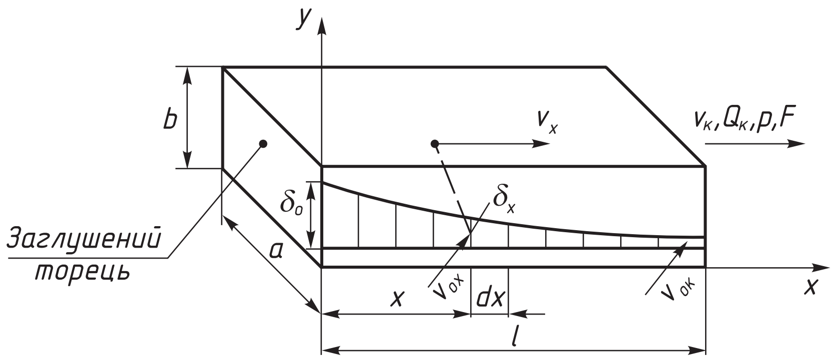


Рис. 6.6. Схема всмоктувального повітропроводу рівномірної витрати

Приймемо початок координат на заглушеному кінці всмоктувального повітропроводу і скеруємо вісь абсцис за напрямком руху повітряного потоку.

Висота щілини у перерізі x за рівномірного всмоктування повітря

$$\delta_x = Q_{\text{к}} / (l \cdot v_{0x}) = F \cdot v_{\text{к}} / (l \cdot v_{0x}) . \tag{6.11}$$

Швидкість всмоктування повітряного потоку у щілині перерізу x

$$v_{0x} = \mu_0 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (p_{\text{атм}} - p_{\text{ст}\,x})}{\rho}} . \tag{6.12}$$

Стосовно до об'єму, обмеженого перерізом x і $x = 0$ (переріз біля заглушеного кінця повітропроводу), та стінками повітропроводу, запишемо рівняння кількості руху у проекціях на вісь повітропроводу

$$p_0 \cdot F - p_{\text{ст}\,x} \cdot F - \int_0^x \tau_x \cdot \Pi \cdot dx = \rho \cdot F \cdot v_x^2 \ ,$$

де $F = a \cdot b$ і $\Pi = 2 \cdot (a + b)$ – відповідно площа і периметр поперечного перерізу повітророзподільника.

Напруга тертя

$$\tau_x = \frac{\lambda}{4} \cdot \frac{\rho \cdot v_x^2}{2} .$$

Підставляючи у рівняння кількості руху величину τ_x і ділячи всі члени рівняння на F, отримаємо

$$p_0 - p_{\text{ст}\,x} - \int_0^x \frac{\lambda}{d_v} \cdot \frac{\rho \cdot v_x^2}{2} \cdot dx = \rho \cdot v_{0x}^2 \ . \tag{6.13}$$

Для рівномірного всмоктування повітря $v_{0x} = v_{\text{к}} \cdot x / l$.

Підставляючи у (6.13) величину v_x і інтегруючи його, отримаємо

$$p_{\text{ст}\,x} = p_0 - \frac{x^2}{l^2} \cdot \left(2 + \frac{\lambda \cdot x}{3 \cdot d_v} \right) \cdot \frac{\rho \cdot v_{\text{к}}^2}{2} \ , \tag{6.14}$$

де $v_{\text{к}}$ – швидкість потоку у кінці повітропроводу за витрати $Q_{\text{к}}$; λ – середній по довжині коефіцієнт опору тертя.

У залежність (6.11) підставляємо величини v_x (6.12) і $p_{\text{ст}\ x}$ (6.14) та отримаємо

$$\delta_x = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{\delta_0^2} + \dfrac{\mu_0^2 \cdot x^2}{F^2} \cdot \left(2 + \dfrac{\lambda \cdot x}{3 \cdot d_v} \right)}} \ , \tag{6.15}$$

де δ_0 – висота щілини біля заглушеного кінця повітропроводу.

Із залежності (6.15) видно, що найбільша висота щілини буде для $x = 0$; потім зі збільшенням x висота щілини зменшується і для $x = l$ досягає найменшого значення. Враховуючи це, висоту щілини біля заглушеного кінця можна визначити за умови, щоби швидкість всмоктування у щілині була б не меншою за мінімально допускну. Тобто

$$\delta_0 = Q_{\text{к}} / (l \cdot v_{0x\,\text{мін}}) \ , \tag{6.16}$$

де $Q_{\text{к}}$ – кінцева продуктивність повітропроводу, м^3/с.

Опір повітропроводу визначимо на основі рівняння Бернуллі для перерізів за межами повітропроводу біля заглушеного торця, для входу у щілину і у перерізі $x = l$:

$$p_{\text{атм}} = p_{\text{ст к}} + \rho \cdot v_{\text{к}}^2 / 2 + \Delta p , \qquad (6.17)$$

де $p_{\text{ст к}}$ – статичний тиск у кінці повітропроводу на виході з нього; Δp – опір повітропроводу.

З (6.17) втрати тиску у повітропроводі

$$\Delta p = p_{\text{атм}} - p_{\text{ст к}} - \rho \cdot v_{\text{к}}^2 / 2 . \qquad (6.18)$$

Згідно з рівнянням (6.12):

$$p_{\text{атм}} - p_{\text{ст к}} = \rho \cdot v_{0\text{к}}^2 / (2 \cdot \mu_0^2) ,$$

де $v_{0\text{ к}}$ – швидкість у кінці щілини.

У цьому випадку

$$\Delta p = \frac{\rho \cdot v_{0\text{к}}^2}{2 \cdot \mu_0^2} - \frac{\rho \cdot v_{\text{к}}^2}{2} . \qquad (6.19)$$

Приклад 6.2. Розрахувати сталевий повітропровід рівномірного всмоктування ($k_{\text{е}}$ = = 0,1 мм) зі сталим по довжині поперечним перерізом 300 × 300 мм і змінною по довжині висотою щілини. Довжина повітропроводу l = 5,0 м, сумарна витрата всмоктуваного повітря $Q_{\text{к}}$ = 2500 м^3/год, а його густина ρ = 1,2 кг/м^3 та кінематична в'язкість ν = = $15{,}1 \cdot 10^{-6}$ м^2/с. Коефіцієнт місцевого опору сталий по довжині щілини і становить ζ_0 = = 1,5. Схема повітропроводу зображена на рис. 6.6.

Р о з в ' я з у в а н н я

Приймемо мінімальну швидкість у щілині біля заглушеного кінця повітропроводу $v_{0\text{ x мін}}$ = 2 м/с.

Тоді за формулою (6.16) визначаємо початкову висоту всмоктувальної щілини

$$\delta_0 = Q_{\text{к}} / (l \cdot v_{0\,x\text{ мін}}) = 2500 / (3600 \cdot 5 \cdot 2) = 0{,}0694 \text{ м} \approx 70 \text{ мм} .$$

Еквівалентний за швидкістю діаметр повітропроводу становитиме

$$d_v = \frac{2 \cdot a \cdot b}{a + b} = \frac{2 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3}{0{,}3 + 0{,}3} = 0{,}3 \text{ м} .$$

Якщо прийняти витрату на початку повітропроводу $0{,}1 \cdot Q_{\text{к}}$ (витрата на довжині 0,5 м), то швидкість потоку у цьому випадку становитиме

$$v_{\text{п}} = 0{,}1 \cdot Q_{\text{к}} / (3600 \cdot a \cdot b) = 0{,}1 \cdot 2500 / (3600 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3) = 0{,}77 \text{ м/с} .$$

Швидкість повітряного потоку у кінці повітропроводу

$$v_к = Q_к / (3600 \cdot a \cdot b) = 2500 / (3600 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3) = 7{,}72 \text{ м/с} .$$

Підраховуємо числа Re на початку і у кінці повітропроводу

$$\mathrm{Re}_п = v_п \cdot d_v / \nu = 0{,}77 \cdot 0{,}3 / 15{,}1 \cdot 10^{-6} = 15298 ;$$

$$\mathrm{Re}_к = v_к \cdot d_v / \nu = 7{,}72 \cdot 0{,}3 / 15{,}1 \cdot 10^{-6} = 153378 .$$

Тоді коефіцієнти опору тертя становитимуть

$$\lambda_п = 0{,}11 \cdot \left(\frac{k_е}{d_v} + \frac{68}{\mathrm{Re}_п} \right)^{0{,}25} =$$

$$= 0{,}11 \cdot \left(\frac{0{,}0001}{0{,}3} + \frac{68}{15298} \right)^{0{,}25} = 0{,}029 ;$$

$$\lambda_к = 0{,}11 \cdot \left(\frac{k_е}{d_v} + \frac{68}{\mathrm{Re}_к} \right)^{0{,}25} =$$

$$= 0{,}11 \cdot \left(\frac{0{,}0001}{0{,}3} + \frac{68}{153378} \right)^{0{,}25} = 0{,}018 .$$

Середній по довжині коефіцієнт опору тертя

$$\lambda = 0{,}5 \cdot (\lambda_п + \lambda_к) = 0{,}5 \cdot (0{,}029 + 0{,}018) = 0{,}024 .$$

Площа поперечного перерізу повітропроводу

$$F = a \cdot b = 0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}09 \text{ м}^2 .$$

Коефіцієнт витрати щілинного отвору

$$\mu_0 = \sqrt{\zeta_0} = 1 / \sqrt{1{,}5} = 0{,}82 .$$

Тоді за формулою (6.15) визначаємо висоту всмоктувальної щілини з частотою 0,5 м:

$$\delta_x = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\delta_0^2} + \frac{\mu_0^2 \cdot x^2}{F^2} \cdot \left(2 + \frac{\lambda \cdot x}{3 \cdot d_v} \right)}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{0{,}07^2} + \frac{0{,}82^2 \cdot x^2}{0{,}09^2} \cdot \left(2 + \frac{0{,}024 \cdot x}{3 \cdot 0{,}3} \right)}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2{,}216 \cdot x^3 + 166{,}0 \cdot x^2 + 204}} , \text{ м}.$$

Результати розрахунків записуємо у таблиці.

Таблиця до прикладу 6.2

Розрахунок до прикладу 6.2

x, м	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
δ_x, м	0,070	0,064	0,052	0,041	0,034	0,028	0,024	0,021	0,018	0,016	0,015

Максимальна швидкість у кінці всмоктувальної щілини

$$v_{0\,x\ \text{макс}} = \frac{Q_{\text{к}}}{3600 \cdot l \cdot \delta_{x=5}} = \frac{2500}{3600 \cdot 5 \cdot 0{,}015} = 9{,}3\ \text{м/с}.$$

Втрати тиску у повітропроводі (повний тиск у перерізі $x = l$) визначаємо за формулою (6.19), $v_{0\text{к}} = v_{0\,x\ \text{макс}}$:

$$\Delta p = \frac{\rho \cdot v_{0\,x\ \text{макс}}}{2 \cdot \mu_0^2} - \frac{\rho \cdot v_{\kappa}^2}{2} =$$

$$= \frac{1{,}2 \cdot 9{,}3^2}{2 \cdot 0{,}82^2} - \frac{1{,}2 \cdot 7{,}72^2}{2} = 41{,}4\ \text{Па}.$$

Р о з д і л с ь о м и й

ПОВІТРЯНІ СТРУМЕНІ

Струменем називають повітряний потік, необмежений шорсткими поверхнями.

Струмінь називають **затопленим**, якщо він рухається у середовищі з такими самими фізико-механічними властивостями, що й сам струмінь (повітряний струмінь у повітрі), в іншому випадку *струмінь* називають **незатопленим**.

Між затопленим струменем і навколишнім середовищем відбувається неперервний масообмін, під час якого маса струменя постійно збільшується.

Під час руху незатоплених струменів масообмін між ними і навколишнім середовищем практично відсутній.

Вентиляційні струмені переважно **турбулентні**. *Затоплений струмінь* може бути **вільним** і **невільним**.*Струмінь* називають *вільним*, якщо на його рух не впливають шорсткі поверхні.

Розрізняють *струмені* **ізотермічні** і **неізотермічні**. *Струмінь* називають *ізотермічним*, якщо температура у всьому його об'ємі однакова і дорівнює температурі навколишнього повітряного середовища.

Вентиляційні струмені поділяють на **притікальні** і **витікальні**.

Притікальні струмені формуються під час притікання повітря у вентильовані приміщення; *витікальні струмені* – під час витікання повітря з приміщень.

Далекобійність *струменя* – відстань від вентиляційного отвору, на якій швидкість руху на осі струменя спадає до обмеженої величини (найчастіше до 0,15 м/с). Середня швидкість потоку у даному перерізі струменя досягає близько 1/3 від значення осьової швидкості.

Широкість *струменя* – найбільший розмір струменя по нормалі до напрямку витікання в кінці струменя (рис. 7.1).

Границя *струменя* – нормальна відстань між осьовою лінією струменя і місцем, в якому швидкість повітря падає до граничної величини (найчастіше 0,15 м/с).

Вентиляційні отвори мають визначальний вплив на розвиток струменя у приміщенні і на обмін енергією між первинним повітрям і повітрям приміщення. **Первинне повітря** – повітряний струмінь, який витікає з отвору; **вторинне повітря** – повітря, яке ежектується з приміщення струменем первинного повітря.

Залежно від форми повітровипускального отвору розрізняють струмені **компактні**, **плоскі** і **кільцеві**.

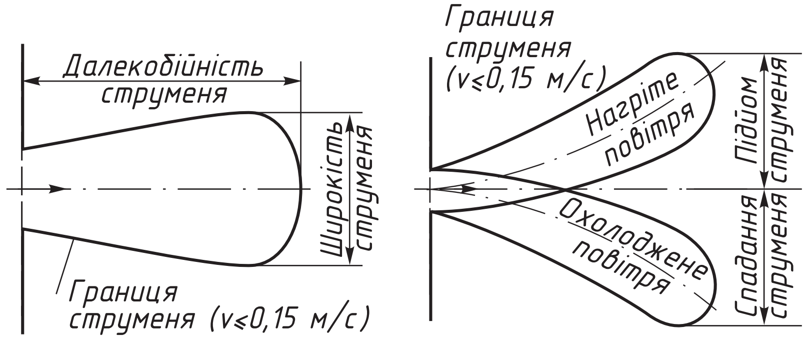


Рис. 7.1. Означення повітряного вентиляційного струменя:

а – ізотермічного; *б* – неізотермічного

Компактні струмені утворюються під час витікання повітря з круглих, квадратних і прямокутних отворів. Струмінь, який витікає з круглого отвору в необмежений простір, залишається осесиметричним по всій довжині. Під час витікання з квадратного або прямокутного отвору струмінь спочатку не є осесиметричним, але на деякій відстані від отвору перетворюється в осесиметричний.

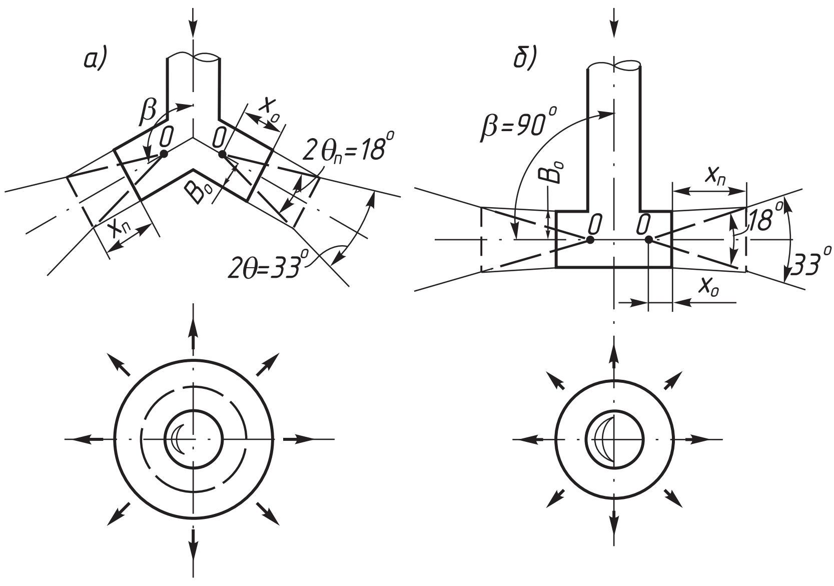


Рис. 7.2. Кільцеві струмені: *а* – конічний порожнистий; *б* – віяльний повний

Під час витікання повітря з дифузорної насадки круглого перерізу утворюється компактний осесиметричний *струмінь*, який називають **конічним**.

Плоскі *струмені* утворюються під час витікання повітря з щілинних отворів із співвідношенням сторін $l_0 / 2 \cdot B_0 \geq 20$ (де l_0 – довжина отвору; B_0 – півширина отвору). За меншого співвідношення сторін отвору струмінь на деякій відстані трансформується з плоского в еліпсоподібний і на відстані $x = 10 \cdot \sqrt{\omega_0}$ у круглий (де ω_0 – площа живого перерізу повітровипускального отвору).

Якщо *струмінь* витікає з кільцевого щілинного отвору, то його називають **кільцевим** (рис. 7.2, 7.8).

7.1. ВІЛЬНІ ІЗОТЕРМІЧНІ СТРУМЕНІ

Якщо струмінь витікає з круглого отвору, то кут його розширення незалежно від швидкості становить 23…25˚ [3, 7, 8, 11, 12]. У літературі [2] кут розкриття струменя приймають 24˚50'.

Схеми вільного ізотермічного струменя зображені на рис. 7.3.

Зона ядра. Початкова швидкість зберігається тільки у межах ядра. Ширина зони поступово зменшується. Довжина залежить від ступеня початкової турбулентності; якщо турбулентність мала, то зона ядра довша, ніж за інтенсивної турбулентності. Кут α звуження ядра становить 8,8˚ більш або менш сталий для всіх повітряних струменів.

Навколо ядра струменя знаходиться область змішування, у якій в інтенсивних вихрових рухах змішується вторинне (навколишнє) повітря з первинним повітрям струменя (рис. 7.3, *в*, *г*).

Перехідна зона. У цій зоні осьова швидкість повільно зменшується за залежністю $u_{\text{ос}\,x} \big/ u_0 \approx 1 \big/ \sqrt{x}$ і відбувається дуже інтенсивне змішування первинного і вторинного повітря (рис. 7.3, *в*, *г*).

Візуальні зображення ламінарного струменя (рис. 7.3, *в*) наочно демонструють чергування темних і світлих ліній вздовж потоку, що підтверджує слушність визначення ламінарного режиму як псевдошаруватої течії, де шари з різним значенням швидкості не перемішуються (світлі лінії і зони кількісно відповідають значенню реальної швидкості, яка більша за осереднену швидкість потоку; темні лінії і зони відповідають значенню реальної швидкості, яка менша за осереднену швидкість потоку).

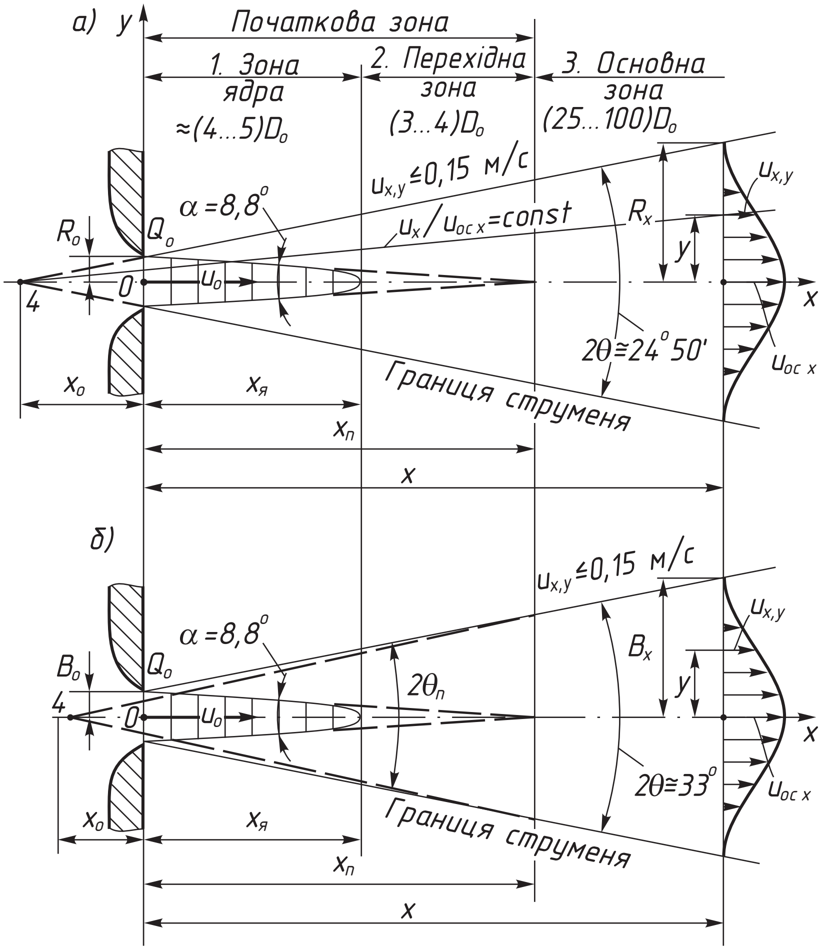


Рис. 7.3. Схеми і візуальне зображення вільного ізотермічного струменя за нерівномірного початкового поля швидкостей:

а – круглого; *б* – плоского (щілинного);

1 – зона ядра; *2* – перехідна зона; *3* – основна зона (зона розвиненої турбулентності);

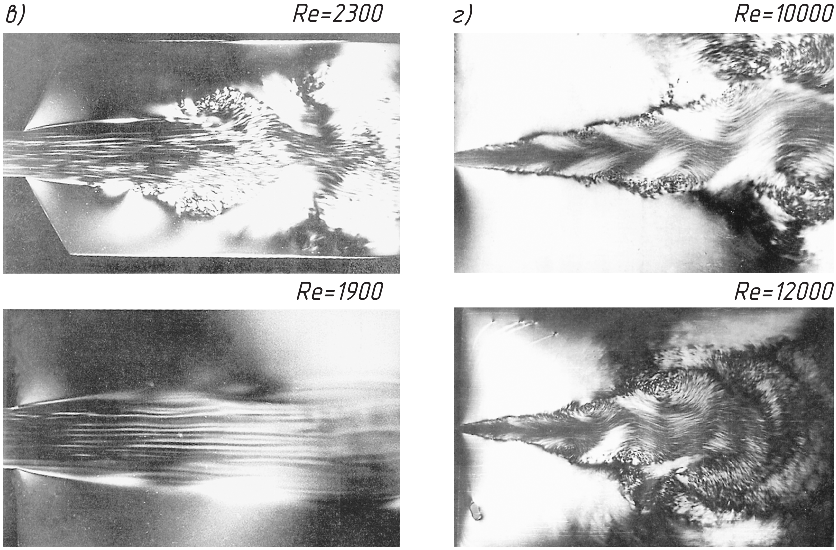
4 – полюс струменя;

$u_{x,y}$ – місцеві швидкості у напрямку витікання; $u_{\text{ос}\,x}$ – місцева осьова швидкість;

$v_{\text{ос}\,x}$ – середня за витратою осьова швидкість;

v_0 - середня за витратою початкова швидкість; Q_0 – початкова витрата первинного повітря;

R_0, B_0 – характерний початковий розмір; x_0 – полюсна відстань



(продовження): рис. 7.3.

в – візуальне зображення ламінарного струменя у початковій зоні;
г – те саме, турбулентного струменя

Світлі і темні смуги свідчать про хвильовий характер розподілення пульсаційних складових швидкостей у поперечному перерізі потоку і про хвильовий характер розподілення реальних швидкостей у потоці. За даними [1] розмір дрібномасштабної структури у вигляді довжини хвилі має реальне і стійке у часі та просторі значення, яке становить 0,6 мм у широкому діапазоні чисел Re як за ламінарного, так і за турбулентного режимів руху струменя.

За рівномірного поля швидкостей ($\beta_0 = 1$) довжина початкової зони (рис. 7.3, *а*) $x_п = 6{,}2 \cdot D_0$ [14]; довжина перехідної зони незначна і нею нехтують. Довжина початкової зони зростає зі збільшенням нерівномірності початкового поля швидкостей: при $\beta_0 = 1{,}1$ основна зона віддалена від початку витікання на $(9\ldots10) \cdot D_0$; при $\beta_0 = 1{,}2$ – на $(12\ldots14) \cdot D_0$.

Основна зона. Це зона повністю розвинутої турбулентності, яка виникає внаслідок утворення вихорів при в’язкісному ежектуванні навколишнього повітря на зовнішній поверхні струменя у зоні ядра і перехідній зоні. Під час цього маса струменя постійно зростає у напрямку руху, а осьова швидкість поступово маліє. Втрати кінетичної енергії компенсуються енергією, яка поглинається при турбулізації.

У випадку круглого струменя зміну осьової швидкості у цій зоні можна подати у вигляді залежності [3, 7, 12]

$$\frac{u_{\text{ос } x}}{u_0} = \frac{x_{\text{я}}}{x} = \frac{1}{m} \cdot \frac{D_0}{x}, \tag{7.1}$$

де $x_{\text{я}}$ – довжина ядра, м; x – відстань від повітровипускального отвору, м; D_0 – діаметр отвору, м; m – коефіцієнт змішування вторинного і первинного повітря ($m = D_0/x_{\text{я}}$ – для круглого струменя; $m = 2 \cdot B_0/x_{\text{я}}$ – для плоского струменя, де B_0 – півширина плоского отвору, м).

За малої початкової турбулентності m = 0,1…0,2, а за великої – m = = 0,2…0,5.

Кінцева зона. Осьова швидкість падає швидше, ніж в основній зоні.

Завдяки турбулентному перемішуванню з навколишнім повітрям струмінь постійно розширюється, а його осьова швидкість зменшується. Під час цього струмінь ежектує значну масу вторинного повітря, а його витрата зростає у напрямку руху.

Рух вільного струменя на відміну від випадку руху у дифузорі відбувається за сталого статичного тиску, який дорівнює тиску навколишнього повітря. Це означає, що імпульс зовнішніх сил на границях струменя дорівнює нулю, а секундна кількість руху є незмінною.

Границя струменя утворюється зовнішнім боком межового шару. Тобто зовнішньою границею струменя вважається поверхня, у всіх точках якої поздовжня складова швидкості $u_{x,y}$ дуже мала (≤ 0,15 м/с). При цьому поперечна пульсація швидкості достатньо велика, оскільки за її рахунок відбувається збільшення маси і розширення струменя.

На рис. 7.4 зображена структура поздовжніх відносних швидкостей у декількох перерізах основної зони струменя. Як видно з цього рисунка, профіль поля осьових швидкостей неперервно деформується, причому, чим віддаленіший переріз від отвору, тим епюра швидкостей ширша, а їх значення менші.

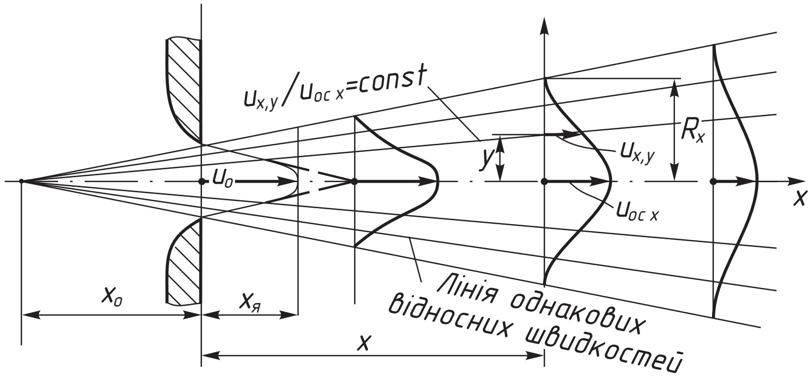


Рис. 7.4. Схема структури розподілення швидкостей
в основній зоні струменя

Внаслідок побудови відносних ізотах в основній зоні струменя отримують пучок прямих ліній (рис. 7.4) з початком у точці 0, яку називають **полюсом струменя**. Розташування полюса точно не встановлено. Відомо тільки, що за рівномірного початкового поля швидкостей точка 0 знаходиться наближено у центрі притікального отвору [2, 10].

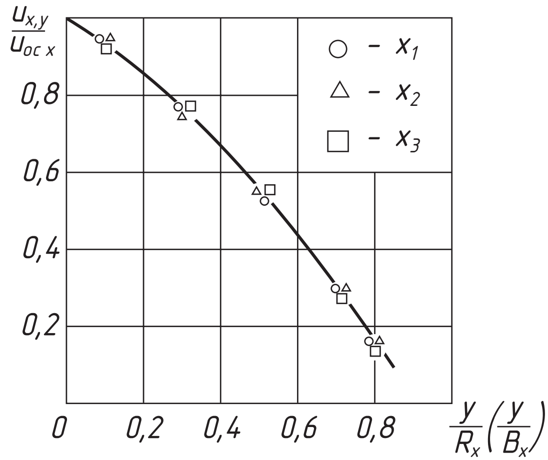


Рис. 7.5. Безрозмірна епюра відносних швидкостей
основної зони струменя

Якщо дослідні дані розподілення швидкостей у будь-якому поперечному перерізі основної зони струменя подати у вигляді безрозмірних графічних залежностей

$$\frac{u_{x,y}}{u_{\text{ос } x}} = f\left(\frac{y}{R_x}\right) \text{ – для круглого,} \tag{7.2}$$

і

$$\frac{u_{x,y}}{u_{\text{ос } x}} = f\left(\frac{y}{B_x}\right) \text{ – для плоского} \tag{7.3}$$

струменів, то всі дослідні точки ляжуть на одну криву (рис. 7.5).

Отже, можна стверджувати, що відносні швидкості ($u_{x,y}$ / $u_{\text{ос } x}$) у точках, які розташовані на однаковій відносній відстані (y / R_x), тобто на одному промені, що починається у полюсі струменя, в межах основної зони однакові, тобто профілі відносних швидкостей у різних перерізах основної зони струменя подібні. Подібність відносних швидкостей означає, що епюри розподілення абсолютних швидкостей характеризуються однаковою закономірністю.

Відносна швидкість у будь-якому поперечному перерізі основної зони вільного ізотермічного струменя змінюється за залежністю **Шліхтінга**

$$\frac{u_{x,y}}{u_{\text{ос } x}} = \left[1 - \left(\frac{y}{R_x}\right)^{1,5}\right]^2, \tag{7.4}$$

інакше

$$\overline{u}_{x,y} = \left(1 - \overline{y}^{1,5}\right)^2,$$

де $\overline{u}_{x,y} = u_{x,y} / u_{\text{ос } x}$, $\overline{y} = y / R_x$.

Відносна швидкість у межовій області перехідної зони також змінюється за залежністю (7.4). Однак, у цьому випадку $\overline{y} = y / (R_x - y)$.

Залежність (7.4) фіксує на границі струменя швидкість $\overline{u}_{x,y} = 0$ при $y / R_x = 1$.

Графічне зображення залежності (7.4) показане на рис. 7.6, *а*. Дані експериментальних досліджень добре підтверджують характер цієї залежності.

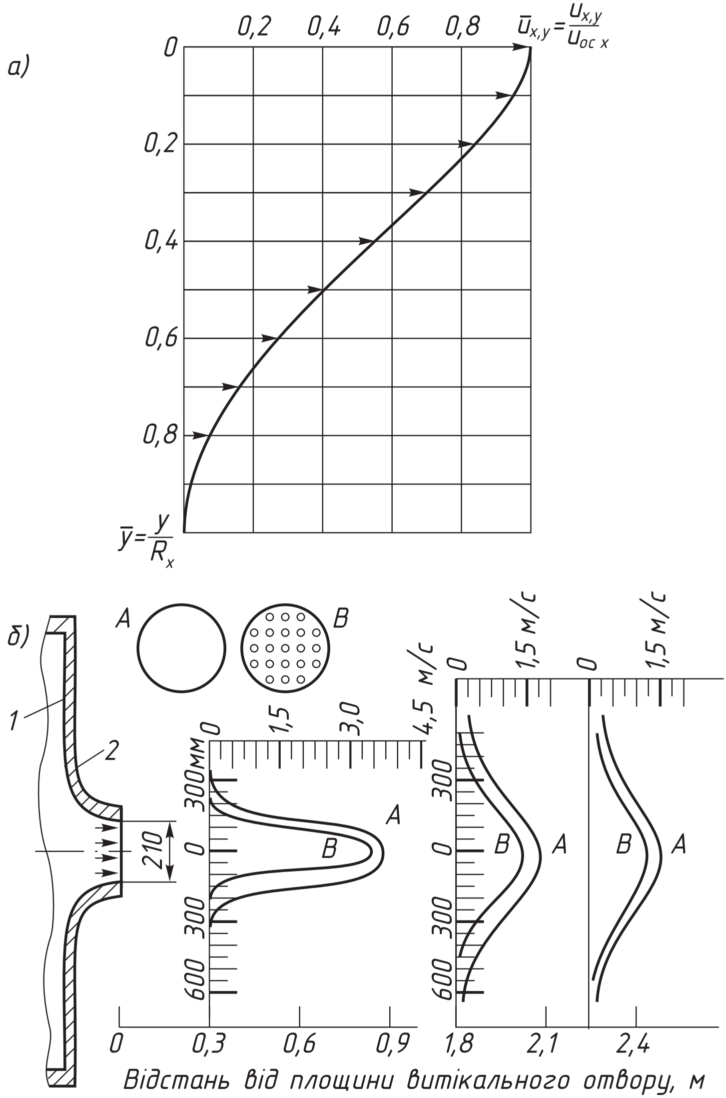


Рис. 7.6. Поля відносних швидкостей у поперечному перерізі основної зони струменя:
а – побудовані за залежністю Шліхтінга; *б* – дослідні дані;
1 – стінка камери статичного тиску; *2* – сопло;
A, *B* – тип витікального отвору

7.1.1. Вільні ізотермічні струмені круглого перерізу. Проаналізуємо закономірності вільних ізотермічних струменів згідно з теорією Г. Абрамовича в обробці В. Талієва [10].

Розглянемо *круглий*, *плоский* і *кільцевий* струмені. Для всіх трьох типів струменів *поле швидкостей в основній зоні* характеризується залежністю (7.4).

Схема вільного ізотермічного струменя круглого перерізу з *рівномірним початковим полем швидкостей* зображена на рис. 7.7.

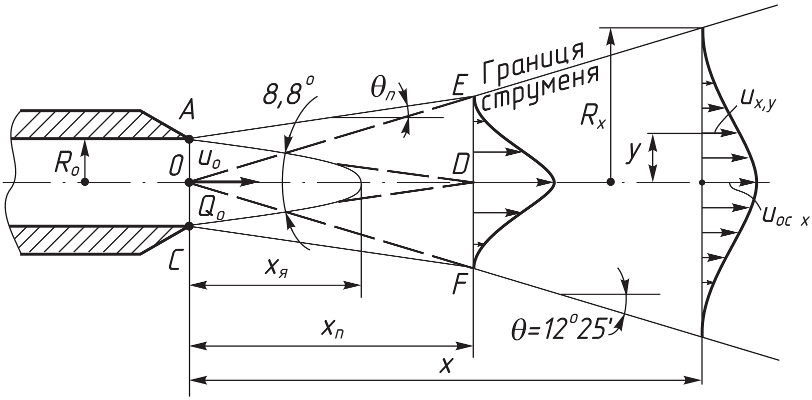


Рис. 7.7. Схема вільного струменя
з рівномірним початковим полем швидкостей:
$x_я$ – довжина ядра; $x_п$ – довжина початкової зони;
x – біжуча координата

У початковій зоні струменя рівномірне поле швидкостей переходить у нерівномірне поле швидкостей основної зони. Початкову зону поділяють на ядро сталих швидкостей (*ABC*) і межову область (*AЕДFC*).

Початкова зона струменя. Початок координат розташуємо у центрі круглого витікального отвору, а вісь абсцис x скеруємо по осі струменя. Тоді відносний радіус струменя на відстані x від початку витікання становитиме

$$\overline{R}_x = \frac{R_x}{R_0} = \frac{R_0 + x \cdot \operatorname{tg}\, \theta_п}{R_0} = 1 + \overline{x} \cdot \operatorname{tg}\, \theta_п\,, \qquad (7.5)$$

де R_0 – радіус повітровипускального отвору; $\overline{x} = x / R_0$ – відносна абсциса; $\theta_п$ – боковий кут розширення струменя у початковій зоні.

Відносна об'ємна витрата на відстані x від початку витікання

$$\overline{Q}_x = \frac{Q_x}{Q_0} = \left(Q_я + Q_м\right) / \, Q_0 = \overline{Q}_я + \overline{Q}_м\,,$$

де Q_0, $Q_я$ і $Q_м$ – об’ємні витрати відповідно на початку витікання, в ядрі сталих швидкостей і у межовій (приграничній) області початкової зони на відстані x від початку витікання.

Відносна об’ємна витрата в ядрі сталих швидкостей на відстані x від початку витікання

$$\overline{Q}_я = Q_я / Q_0 = \pi \cdot R_я^2 \cdot u_0 / \left(\pi \cdot R_0^2 \cdot u_0\right) = \overline{R}_я^2 ,$$

де $R_я$ – радіус ядра сталих швидкостей на відстані x від початку витікання; u_0 – початкова швидкість струменя.

Відносна об’ємна витрата у межовій області початкової зони на відстані x від початку витікання

$$\overline{Q}_м = \frac{Q_м}{Q_0} = \frac{\pi \cdot \left(R_x^2 - R_я^2\right) \cdot v_м}{\pi \cdot R_0^2 \cdot u_0} = \left(\overline{R}_x^2 - \overline{R}_я^2\right) \cdot \overline{v}_м ,$$

де $v_м$ – середня швидкість у поперечному перерізі межової області початкової зони струменя на відстані x від початку витікання.

Для визначення радіуса ядра сталих швидкостей скористаємось тією властивістю струменя, що він має у всіх своїх поперечних перерізах однакові кількості руху. Тому для двох перерізів початкової зони струменя, вибраних один на початку витікання, а другий – на відстані x від початку витікання, можемо записати

$$\rho \cdot \pi \cdot R_я^2 \cdot u_0^2 + \beta \cdot \rho \cdot \pi \cdot \left(R_x^2 - R_я^2\right) \cdot v_м^2 = \rho \cdot \pi \cdot R_0^2 \cdot u_0^2 ,$$

де β – коефіцієнт Буссінеска.

Ділячи всі члени останнього рівняння на $\rho \cdot \pi \cdot r_0^2 \cdot u_0^2$, матимемо

$$\overline{R}_я^2 + \beta \cdot \left(\overline{R}_x^2 - \overline{R}_я^2\right) \cdot \overline{v}_м^2 = 1 .$$

Розв’язуючи це рівняння відносно радіуса ядра, отримаємо

$$\overline{R}_я^2 = \left(1 - \beta \cdot \overline{R}_x^2 \cdot \overline{v}_м^2\right) / \left(1 - \beta \cdot \overline{v}_м^2\right).$$

Відносна середня швидкість у поперечному перерізі межової області початкової зони струменя на відстані x від початку витікання (коефіцієнт поля швидкостей у перерізі струменя):

$$\overline{v}_м = v_м / u_0 = k , \tag{7.6}$$

Підставляючи величини $\overline{R}_x$, $\overline{R}_я$ і $\overline{v}_м$ у формули для відносних об’ємних витрат в ядрі сталих швидкостей і у межовій області на відстані x від початку витікання, отримаємо

$$\overline{Q}_{я} = \frac{1 - k^2 \cdot \beta \cdot \left(1 + \overline{x} \cdot \text{tg } \theta_{п}\right)^2}{1 - k^2 \cdot \beta} = 1 - \frac{k^2 \cdot \beta}{1 - k^2 \cdot \beta} \cdot \left(2 + \overline{x} \cdot \text{tg } \theta_{п}\right) \cdot \overline{x} \cdot \text{tg } \theta_{п};$$

$$\overline{Q}_{м} = \left[\left(1 + \overline{x} \cdot \text{tg } \theta_{п}\right)^2 - 1 + \frac{k^2 \cdot \beta}{1 - k^2 \cdot \beta} \cdot \left(2 + \overline{x} \cdot \text{tg } \theta_{п}\right) \cdot \overline{x} \cdot \text{tg } \theta_{п}\right] \cdot k =$$

$$= \frac{k}{1 - k^2 \cdot \beta} \cdot \left(2 + \overline{x} \cdot \text{tg } \theta_{п}\right) \cdot \overline{x} \cdot \text{tg } \theta_{п}.$$

Підставляючи величини $\overline{Q}_{я}$ і $\overline{Q}_{м}$ у формулу відносної об’ємної витрати на відстані *x* від початку витікання, матимемо

$$\overline{Q}_{x} = 1 + \frac{2 \cdot k \cdot \left(1 - k \cdot \beta\right)}{1 - k^2 \cdot \beta} \cdot \overline{x} \cdot \text{tg } \theta_{п} + \frac{k \cdot \left(1 - k \cdot \beta\right)}{1 - k^2 \cdot \beta} \cdot \overline{x}^2 \cdot \text{tg}^2 \, \theta_{п}. \quad (7.7)$$

Відносна середня швидкість у поперечному перерізі початкової зони струменя на відстані *x* від початку витікання

$$\overline{v}_{x} = \frac{v_x}{u_0} = \frac{Q_x}{\pi \cdot R_x^2} \cdot \frac{\pi \cdot R_0^2}{Q_0} = \frac{\overline{Q}_x}{\overline{R}_x^2} =$$

$$= \frac{1 + \dfrac{2 \cdot k \cdot \left(1 - k \cdot \beta\right)}{1 - k^2 \cdot \beta} \cdot \overline{x} \cdot \text{tg } \theta_{п} + \dfrac{\left(1 - k \cdot \beta\right) \cdot k}{1 - k^2 \cdot \beta} \cdot \overline{x}^2 \cdot \text{tg}^2 \, \theta_{п}}{\left(1 + \overline{x} \cdot \text{tg } \theta_{п}\right)^2}. \quad (7.8)$$

Відносна осьова швидкість у зоні ядра на відстані *x* від початку витікання

$$\overline{u}_{\text{ос } x} = u_{\text{ос } x} / u_0 = u_0 / u_0 = 1. \quad (7.9)$$

Від зони ядра до кінця перехідної зони струменя осьова швидкість змінюється за залежністю $u_{\text{ос } x} / u_0 \approx 1/\sqrt{x}$.

Відносну кінетичну енергію можна подати у вигляді суми двох енергій на відстані *x* від початку витікання

$$\overline{E}_x = E_x / E_0 = \left(Q_{я} \cdot \frac{\rho \cdot u_0^2}{2} + \alpha \cdot Q_{м} \cdot \frac{\rho \cdot v_{м}^2}{2}\right) \Bigg/ \left(Q_0 \cdot \frac{\rho \cdot u_0^2}{2}\right),$$

де α – коефіцієнт Коріоліса.

Тому справедливе рівняння

$$\overline{E}_x = \overline{Q}_я + \alpha \cdot \overline{Q}_м \cdot \overline{v}_м^2 .$$

Підставляючи у цей вираз відносні витрати $\overline{Q}_я$ і $\overline{Q}_м$, матимемо

$$\overline{E}_x = 1 - 2 \cdot \frac{\beta - \alpha \cdot k}{1 - k^2 \cdot \beta} \cdot k^2 \cdot \overline{x} \cdot \mathrm{tg}\ \theta_п - \frac{\beta - \alpha \cdot k}{1 - k^2 \cdot \beta} \cdot k^2 \cdot \overline{x}^2 \cdot \mathrm{tg}^2\ \theta_п . \quad (7.10)$$

Основна зона струменя. Для круглого вільного ізотермічного струменя (рис. 7.7) за рівномірного початкового поля швидкостей полюс струменя знаходиться у площині витікаця. Середня по площі живого перерізу отвору швидкість стала і дорівнює u_0. Початок координат розташуємо у центрі отвору, а вісь абсцис x скеруємо по осі струменя.

Відносний радіус струменя на відстані x від початку витікання

$$\overline{R}_x = \frac{R_x}{R_0} = \frac{x \cdot \mathrm{tg}\ \theta}{R_0} = \overline{x} \cdot \mathrm{tg}\ \theta , \quad (7.11)$$

де θ – боковий кут розширення струменя в основній зоні.

Приймемо, що статичний тиск у струмені однаковий і дорівнює статичному тиску навколишнього повітря. Внаслідок цього імпульс зовнішніх сил дорівнюватиме нулю, а кількість руху секундної маси повітря у струмені буде сталою, тобто,

$$J_0 = J_x = \mathrm{const} .$$

Зважаючи на цю сталість, можемо записати

$$\beta \cdot \rho \cdot Q_x \cdot v_x = \rho \cdot Q_0 \cdot u_0 ,$$

або

$$\beta \cdot \rho \cdot \pi \cdot R_x^2 \cdot v_x^2 = \rho \cdot \pi \cdot R_0^2 \cdot u_0^2 .$$

Ділячи обидві частини цього рівняння на $\rho \cdot \pi \cdot R_0^2 \cdot u_0^2$, отримаємо

$$\beta \cdot \overline{R}_x^2 \cdot \overline{v}_x^2 = 1 .$$

Звідси відносна середня по площі перерізу швидкість на відстані x від початку витікання становить

$$\overline{v}_x = \frac{v_x}{u_0} = \frac{1}{\overline{R}_x \cdot \sqrt{\beta}} = \frac{1}{\sqrt{\beta} \cdot \overline{x} \cdot \mathrm{tg}\ \theta} . \quad (7.12)$$

Відносна швидкість на осі струменя на відстані x від початку витікання

$$\overline{u}_{\text{ос } x} = \frac{u_{\text{ос } x}}{u_0} = \frac{1}{k} \cdot \overline{v}_x = \frac{1}{k \cdot \sqrt{\beta} \cdot \overline{x} \cdot \text{tg } \theta}. \tag{7.13}$$

Відносна об'ємна витрата на відстані x від початку витікання

$$\overline{Q}_x = \frac{Q_x}{Q_0} = \frac{\pi \cdot R_x^2 \cdot v_x}{\pi \cdot R_0^2 \cdot u_0} = \overline{R}_x^2 \cdot \overline{v}_x = \frac{1}{\sqrt{\beta}} \cdot \overline{x} \cdot \text{tg } \theta. \tag{7.14}$$

Відносна кінетична енергія на відстані x від початку витікання

$$\overline{E}_x = \frac{E_x}{E_0} = \frac{\alpha \cdot Q_x \cdot \left(\rho \cdot v_x^2 / 2\right)}{Q_0 \cdot \left(\rho \cdot u_0^2 / 2\right)} = \alpha \cdot \overline{Q}_x \cdot \overline{v}_x^2 =$$

$$= \frac{\alpha}{\sqrt{\beta}} \cdot \overline{x} \cdot \text{tg } \theta \cdot \frac{1}{(\overline{x} \cdot \text{tg } \theta)^2 \cdot \left(\sqrt{\beta}\right)^2} = \frac{\alpha}{\beta \cdot \sqrt{\beta}} \cdot \frac{1}{\overline{x} \cdot \text{tg } \theta}. \tag{7.15}$$

Перехідний переріз струменя. Відносну відстань до перехідного перерізу струменя знаходимо з формули відносної осьової швидкості (7.9), приймаючи у ній $\overline{u}_{\text{ос } x} = 1$. Тоді отримаємо

$$\overline{x}_{\text{п}} = \frac{1}{k \cdot \sqrt{\beta} \cdot \text{tg } \theta}. \tag{7.16}$$

Підставляючи $\overline{x}_{\text{п}}$ у формули (7.5)…(7.9), матимемо

$$\left.\begin{array}{l} \overline{R}_{\text{п}} = \dfrac{1}{k \cdot \sqrt{\beta}}; \qquad \overline{v}_{x \text{ п}} = k; \qquad \overline{u}_{\text{ос } x \text{ п}} = 1; \\[2ex] \overline{Q}_{\text{п}} = \dfrac{1}{k \cdot \beta}; \qquad \overline{E}_{\text{п}} = \dfrac{\alpha \cdot k}{\beta}. \end{array}\right\} \tag{7.17}$$

Константи струменя. Для визначення коефіцієнта поля швидкостей k, а також коефіцієнтів Буссінеска β і Коріоліса α скористаємось формулами (3.52), (3.56) і (3.57).

Відносна швидкість в основній зоні струменя визначається за залежністю (7.4), де $y = r_x$, $y_{\text{гр}} = R_x$.

Відносна площа струменя круглого перерізу становить

$$d\overline{\omega} = d\omega_x / \Omega_x = d\left(\pi \cdot r_x^2\right) / \pi \cdot R_x^2 = 2\pi \cdot r_x \cdot dr_x / \pi \cdot R_x^2 = 2 \cdot \overline{r} \cdot d\overline{r}.$$

Тоді

$$k = 2 \cdot \int_0^1 \left(1 - \bar{r}^{1,5}\right)^2 \cdot \bar{r} \cdot d\bar{r} = 0{,}258\,;$$

$$\beta = \frac{2}{k^2} \int_0^1 \left(1 - \bar{r}^{1,5}\right)^4 \cdot \bar{r} \cdot d\bar{r} = 0{,}134 \big/ 0{,}258^2 = 2{,}02\,;$$

$$\alpha = 3 \cdot \beta - 2 = 3 \cdot 2{,}02 - 2 = 4{,}06\,.$$

Оскільки tg θ = tg 12˚25' = 0,22, то отримаємо

$$\mathrm{tg}\ \theta_{п} = \frac{R_{п} - R_0}{x_{п}} = \frac{\bar{R}_{п} - 1}{\bar{x}_{п}} = \frac{1 \Big/ \left(k \cdot \sqrt{\beta}\right) - 1}{1 \Big/ \left(k \cdot \sqrt{\beta} \cdot \mathrm{tg}\ \theta\right)} = \left(1 - k \cdot \sqrt{\beta}\right) \cdot \mathrm{tg}\ \theta =$$

$$= \left(1 - 0{,}258 \cdot \sqrt{2{,}02}\right) \cdot 0{,}22 = 0{,}14\,,$$

а $\theta_{п} = 8^\circ$.

Розрахункові формули. Підставляючи отримані значення коефіцієнтів k, β і α, а також tg $\theta_п$ і tg θ у формули (7.5)…(7.17), отримаємо для струменя круглого перерізу розрахунові формули, які зведені у табл. 7.1.

Таблиця 7.1

Розрахункові формули для струменя круглого перерізу з рівномірним початковим полем швидкостей

Відносна величина	Значення відносної величини		
	У початковій зоні	У перехідному перерізі	В основній зоні
Тангенс бокового кута розширення струменя tg θ	$\mathrm{tg}\ \theta_{п} = 0{,}14$	–	$\mathrm{tg}\ \theta = 0{,}22$
Відносна відстань від отвору $\bar{x} = x/R_0$	$\le 12{,}4$	12,4	$\ge 12{,}4$

Продовження табл. 7.1

Відносна величина	Значення відносної величини		
	У початковій зоні	У перехідному перерізі	В основній зоні
Відносний радіус струменя $\overline{R}_x = R_x / R_0$	$1 + 0{,}14 \cdot \overline{x}$	2,73	$0{,}22 \cdot \overline{x}$
Відносна середня по площі швидкість $\overline{v}_x = v_x / u_0$	$\dfrac{1 + 0{,}0396 \cdot \overline{x} + 0{,}00278 \cdot \overline{x}^{\,2}}{\left(1 + 0{,}14 \cdot \overline{x}\right)^2}$	0,258	$\dfrac{3{,}2}{\overline{x}}$
Відносна осьова швидкість $\overline{u}_{\text{ос}\,x} = u_{\text{ос}\,x} / u_0$	1	1	$\dfrac{12{,}4}{\overline{x}}$
Відносна об'ємна витрата $\overline{Q}_x = Q_x / Q_0$	$1 + 0{,}0396 \cdot \overline{x} + 0{,}00278 \cdot \overline{x}^{\,2}$	1,92	$0{,}155 \cdot \overline{x}$
Кінетична енергія $\overline{E}_x = E_x / E_0$	$1 - 0{,}0206 \cdot \overline{x} - 0{,}00141 \cdot \overline{x}^{\,2}$	0,518	$\dfrac{6{,}42}{\overline{x}}$

Примітка. У всіх формулах величина $\overline{x} = x / R_0$, де x – відстань від початку витікання до перерізу струменя; R_0 – радіус повітровитікального отвору.

Схема вільного ізотермічного струменя круглого перерізу з *нерівномірним початковим полем швидкостей* зображена на рис. 7.3, *а*. Поле швидкостей основної зони такого струменя описується залежністю Шліхтінга (7.4) і тому є можливим встановити розрахункові залежності тільки для цієї зони.

Відносний радіус струменя на відстані x від початку витікання

$$\overline{R}_x = \frac{R_x}{R_0} = \frac{x - x_0}{R_0} \cdot \operatorname{tg}\,\theta = \left(\overline{x} - \overline{x}_0\right) \cdot \operatorname{tg}\,\theta = 0{,}22 \cdot \left(\overline{x} - \overline{x}_0\right), \tag{7.18}$$

де $\overline{x}_0 = x_0 / R_0$ – відносна абсциса полюса основної зони струменя.

Відносну середню за площею швидкість у поперечному перерізі струменя x від початку витікання знаходимо із рівняння сталості кількості руху

$$\beta \cdot \rho \cdot Q_x \cdot v_x = \beta_0 \cdot \rho \cdot Q_0 \cdot u_0,$$

де β_0 – коефіцієнт Буссінеска для початкового перерізу струменя.

Ця тотожність є рівнянням кількості руху у проекціях на вісь струменя. У ньому не враховується кількість руху вторинного повітря, яке живить струмінь, а також кут бокового розширення струменя, тобто прийнято, що швидкість та її проекція на вісь однакові, cos 12°25' = = 0,98 ≈ 1).

Заміняючи Q_x і Q_0 через $v_x \cdot \Omega_x$ і $v_0 \cdot \omega_0$, а площі Ω_x і ω_0 через $\pi \cdot R_x^2$ і $\pi \cdot R_0^2$, отримаємо відносну середню по площі перерізу струменя швидкість на відстані x від початку витікання

$$\bar{v}_x = \frac{v_x}{u_0} = \frac{\sqrt{\beta_0}}{\sqrt{\beta} \cdot (\bar{x} - \bar{x}_0) \cdot \operatorname{tg} \theta} = \frac{3{,}2 \cdot \sqrt{\beta_0}}{\bar{x} - \bar{x}_0}. \qquad (7.19)$$

Відносна середня за масовою витратою швидкість на відстані x від початку витікання

$$\bar{v}_x^M = \frac{v_x^M}{u_0} = \frac{\int_0^Q u_{x,y} \cdot \rho \cdot dQ}{\rho \cdot Q_x} \cdot \frac{1}{u_0},$$

де v_x^M – середня за масовою витратою швидкість у перерізі x струменя; $u_{x,y}$ – швидкість у будь-якій точці поперечного перерізу x струменя; dQ – елементарна об'ємна витрата повітря у струмені на відстані x від початку витікання.

Середньою за масовою витратою швидкістю називають відношення кількості руху у поперечному перерізі струменя до маси повітря, яке протікає через цей переріз.

Отже, кількість руху у всіх перерізах струменя залишається сталою і дорівнює кількості руху на початку витікання, тобто,

$$\bar{v}_x^M = \frac{\beta_0 \cdot \rho \cdot Q_0 \cdot u_0}{\rho \cdot Q_x \cdot u_0} = \frac{\beta_0 \cdot \pi \cdot R_0^2 \cdot u_0^2}{\pi \cdot R_x^2 \cdot v_x \cdot u_0} =$$

$$= \frac{\beta_0}{\bar{R}_x^2 \cdot \bar{v}_x} = \frac{\sqrt{\beta_0} \cdot \sqrt{\beta}}{(\bar{x} - \bar{x}_0) \cdot \operatorname{tg} \theta} = \frac{6{,}45 \cdot \sqrt{\beta_0}}{\bar{x} - \bar{x}_0}. \qquad (7.20)$$

Відносна осьова швидкість на відстані x від початку витікання

$$\overline{u}_{\text{ос }x} = \frac{u_{\text{ос }x}}{u_0} = \frac{v_x}{k} \cdot \frac{1}{u_0} = \frac{1}{k} \cdot \overline{v}_x =$$

$$= \frac{\sqrt{\beta_0}}{k \cdot \sqrt{\beta} \cdot \left(\overline{x} - \overline{x}_0\right) \cdot \operatorname{tg}\,\theta} = \frac{12{,}4 \cdot \sqrt{\beta_0}}{\overline{x} - \overline{x}_0}. \qquad (7.21)$$

Відносну об’ємну витрату на відстані x від початку витікання знайдемо із співвідношення

$$\overline{Q}_x = \frac{Q_x}{Q_0} = \frac{\pi \cdot R_x^2 \cdot v_x}{\pi \cdot R_0^2 \cdot u_0} = \overline{R}_x^{\,2} \cdot \overline{v}_x =$$

$$= \frac{\sqrt{\beta_0}}{\sqrt{\beta}} \cdot \left(\overline{x} - \overline{x}_0\right) \cdot \operatorname{tg}\,\theta = 0{,}155 \cdot \sqrt{\beta_0} \cdot \left(\overline{x} - \overline{x}_0\right). \qquad (7.22)$$

Відносна кінетична енергія на відстані x від початку витікання

$$\overline{E}_x = \frac{E_x}{E_0} = \frac{\alpha}{\alpha_0} \cdot \overline{Q}_x \cdot \overline{v}_x = \frac{\alpha \cdot \beta_0 \cdot \sqrt{\beta_0}}{\alpha_0 \cdot \beta \cdot \sqrt{\beta} \cdot \left(\overline{x} - \overline{x}_0\right) \cdot \operatorname{tg}\,\theta} =$$

$$= \frac{6{,}42 \cdot \beta_0 \cdot \sqrt{\beta_0}}{\alpha_0 \cdot \left(\overline{x} - \overline{x}_0\right)} = \frac{6{,}42 \cdot \beta_0 \cdot \sqrt{\beta_0}}{\left(3 \cdot \beta_0 - 2\right) \cdot \left(\overline{x} - \overline{x}_0\right)}. \qquad (7.23)$$

Розрахункові формули зводимо у табл. 7.2.

Таблиця 7.2

Розрахункові формули для основної зони ізотермічного струменя круглого перерізу з нерівномірним початковим полем швидкостей [2]

Розрахункова величина	Позначення величини	Розрахункова формула
Відносний радіус струменя	$\overline{R}_x = R_x / R_0$	$0{,}22 \cdot \left(\overline{x} - \overline{x}_0\right)$
Відносна середня по площі перерізу швидкість струменя	$\overline{v}_x = v_x / u_0$	$\frac{3{,}2 \cdot \sqrt{\beta_0}}{\overline{x} - \overline{x}_0}$

Продовження табл. 7.2

Розрахункова величина	Позначення величини	Розрахункова формула
Відносна середня за масовою витратою швидкість струменя	$\bar{v}_x^M = v_x^M / u_0$	$\dfrac{6{,}45 \cdot \sqrt{\beta_0}}{\bar{x} - \bar{x}_0}$
Відносна осьова швидкість струменя	$\bar{u}_{\text{ос } x} = u_{\text{ос } x} / u_0$	$\dfrac{12{,}4 \cdot \sqrt{\beta_0}}{\bar{x} - \bar{x}_0}$
Відносна об'ємна витрата струменя	$\bar{Q}_x = Q_x / Q_0$	$0{,}155 \cdot \sqrt{\beta_0} \cdot (\bar{x} - \bar{x}_0)$
Відносна кінетична енергія струменя	$\bar{E}_x = E_x / E_0$	$\dfrac{6{,}42 \cdot \beta_0 \cdot \sqrt{\beta_0}}{(3 \cdot \beta_0 - 2) \cdot (\bar{x} - \bar{x}_0)}$
Відносна середня за масовою витратою надлишкова концентрація шкідливості у струмені	$\overline{\Delta C}_x^M = \dfrac{C_x^M - C_\infty}{C_0 - C_\infty}$	$\dfrac{6{,}45}{\sqrt{\beta_0} \cdot (\bar{x} - \bar{x}_0)}$
Відносна надлишкова концентрація шкідливості на осі струменя	$\overline{\Delta C}_{\text{ос } x} = \dfrac{C_{\text{ос } x} - C_\infty}{C_0 - C_\infty}$	$\dfrac{9{,}24}{\sqrt{\beta_0} \cdot (\bar{x} - \bar{x}_0)}$

Поправковий коефіцієнт на кількість руху β_0 можна визначити за умови, що відоме початкове поле швидкостей. У випадку рівномірного поля швидкостей $\beta_0 = 1$, а полюсна відстань $x_0 = 0$, тобто полюс основної зони струменя знаходиться на початку витікання.

Враховуючи дослідні дані зі швидкості на осі струменя $u_{\text{ос } x}$, можна знайти полюсну відстань x_0 за формулою (7.21). За даними Е. Полякова [2, 14] можна приймати $x_0 = 0$ для багатьох струменів з $\beta_0 < 1{,}04$.

В. Талієв і А. Терпінян [14] визначили, що для нерівномірного, увігнутого поля швидкостей за $\beta_0 = 1{,}085$ полюсна відстань $\bar{x}_0 = -1{,}95$; $\bar{x}_0 = -2{,}54$ для випуклого поля швидкостей за $\beta_0 = 1{,}2$.

Зважаючи на це, можна у першому наближенні приймати такі значення $\bar{x}_0$ [14]:

β_0	< 1,04	1,04...1,1	1,1…1,2
$\bar{x}_0$	0	0…–2,0	–2,0…–2,6

Отже, для визначення β_0 потрібно мати дані про розподілення швидкостей на виході з повітророзподільника.

В. Батурін, І. Шепельов і М. Грімітлін запропонували для визначення β_0 скористатись даними про коефіцієнт місцевого опору на виході з повітророзподільника ζ [2, 14] і прирівняти його до поправкового коефіцієнта на швидкісний тиск α. Як відомо, поправковий коефіцієнт на кількість руху $\beta_0 = \dfrac{\alpha + 2}{3}$.

Отже,

$$\beta_0 = \frac{\zeta + 2}{3}. \qquad (7.24)$$

Довжину початкової зони $x_п$ можна визначити з формули (7.21), якщо прийняти $u_0 = u_{ос\ x}$; за рівномірного поля швидкостей $\beta_0 = 1$, $x_0 \approx 0$, а $x_п = 12{,}4 \cdot R_0$.

За формулами табл. 7.1 і 7.2 можна розраховувати струмені, які витікають з прямокутних отворів із співвідношенням сторін менше 20 і з будь-якого отвору із співвідношенням сторін, близьким до одиниці. Для цього у формули замість R_0 підставляють еквівалентний за площею радіус

$$R_{екв} = \sqrt{\omega_0/\pi} = 0{,}565 \cdot \sqrt{\omega_0},$$

враховуючи умову, що площа випускального отвору дорівнює рівновеликій площі круга.

У цьому випадку відносні величини, які входять у розрахункові формули, виражають через $R_{екв}$. Наприклад: $\bar{x} = x/R_{екв}$; $\bar{x}_0 = x_0/R_{екв}$; $\bar{R}_x = R_x/R_{екв}$.

7.1.2. Вільні плоскі ізотермічні струмені. Плоский вільний ізотермічний струмінь з *нерівномірним початковим полем швидкостей*, зображений на рис. 7.3, *б*. У плоскому струмені, як і в круглому, розрізняють полюсну відстань x_0, початкову зону $x_п$ і зону розвинутої турбулентності (основну зону).

Поняття полюса для плоского струменя умовне, оскільки в даному випадку це пряма лінія, утворена перетином межових площин основної зони струменя.

Розрахункові залежності для основної зони плоского струменя (табл. 7.3) виводяться на основі тих самих початкових умов, що й для круглого струменя, але із врахуванням особливостей його геометрії.

За рівномірного початкового поля швидкостей, коли $\beta_0 = 1$, полюс струменя знаходиться у площині початку витікання, тобто $\bar{x}_0 \approx 0$, а за нерівномірного – всередині повітровипускального отвору.

Довжину початкової зони струменя $x_п$ визначають за формулою (7.28). За рівномірного поля швидкостей $\beta_0 = 1$ і $x_п = 14{,}4 \cdot B_0$ (B_0 – півширина струменя на початку витікання).

Відносна півширина струменя на відстані x від початку витікання

$$\bar{B}_x = \frac{B_x}{B_0} = \frac{x - x_0}{B_0} \cdot \mathrm{tg}\ \theta = \left(\bar{x} - \bar{x}_0\right) \cdot \mathrm{tg}\ \theta . \tag{7.25}$$

Відносну середню за площею швидкість у поперечному перерізі струменя x знайдемо із рівняння кількості руху

$$2 \cdot \beta \cdot \rho \cdot B_x \cdot v_x^2 = 2 \cdot \beta_0 \cdot \rho \cdot B_0 \cdot u_0^2 .$$

Ділячи обидві частини цього рівняння на $2 \cdot \rho \cdot B_0 \cdot u_0^2$, отримаємо

$$\beta \cdot \bar{B}_x \cdot \bar{v}_x^2 = \beta_0 .$$

Звідси

$$\bar{v}_x = \frac{v_x}{u_0} = \frac{\sqrt{\beta_0}}{\sqrt{\beta \cdot B_x}} = \frac{\sqrt{\beta_0}}{\sqrt{\beta \cdot \left(\bar{x} - \bar{x}_0\right) \cdot \mathrm{tg}\ \theta}} . \tag{7.26}$$

Відносна середня за масовою витратою швидкість на відстані x від початку витікання

$$v_x^M = \frac{2 \cdot \beta_0 \cdot \rho \cdot B_0 \cdot u_0^2}{2 \cdot \beta \cdot \rho \cdot B_x \cdot v_x \cdot u_0} = \frac{\beta_0}{\bar{B}_x \cdot \bar{v}_x} = \frac{\sqrt{\beta_0} \cdot \sqrt{\beta}}{\sqrt{\left(\bar{x} - \bar{x}_0\right) \cdot \mathrm{tg}\ \theta}} . \tag{7.27}$$

Відносна осьова швидкість струменя на відстані x від початку витікання

$$\bar{u}_{\text{ос}\ x} = \frac{u_{\text{ос}\ x}}{u_0} = \frac{1}{k} \cdot \bar{v}_x = \frac{\sqrt{\beta_0}}{k \cdot \sqrt{\beta \cdot \left(\bar{x} - \bar{x}_0\right) \cdot \mathrm{tg}\ \theta}} . \tag{7.28}$$

Відносна об'ємна витрата на відстані x від початку витікання

$$\overline{Q}_x = \frac{Q_x}{Q_0} = \sqrt{\frac{\beta_0}{\beta} \cdot \left(\overline{x} - \overline{x}_0 \right) \cdot \mathrm{tg}\ \theta} \,. \tag{7.29}$$

Відносна кінетична енергія на відстані x від початку витікання

$$\overline{E}_x = \frac{E_x}{E_0} = \frac{\alpha}{\alpha_0} \cdot \overline{Q}_x \cdot \overline{v}_x^2 = \frac{\alpha \cdot \beta_0 \cdot \sqrt{\beta_0}}{\alpha_0 \cdot \beta \cdot \sqrt{\beta \cdot \left(\overline{x} - \overline{x}_0 \right) \cdot \mathrm{tg}\ \theta}} \,. \tag{7.30}$$

Константи плоского струменя. Відносну швидкість в основній зоні визначають за залежністю (7.4), де $y = b_x$, $y_{\text{гр}} = B_x$.

Відносна площа плоского струменя становить

$$d\overline{\omega} = d\omega_x / \Omega_x = 2 \cdot db_x / 2 \cdot B_x = db_x / B_x = d\overline{b} \,.$$

У такому разі

$$k = \int_0^1 \left(1 - \overline{b}^{1,5} \right)^2 \cdot d\overline{b} = 0{,}45 \,;$$

$$\beta = \frac{1}{k^2} \cdot \int_0^1 \left(1 - \overline{b}^{1,5} \right)^4 \cdot d\overline{b} = 0{,}316 / 0{,}45^2 = 1{,}56 \,;$$

$$\alpha = 3 \cdot \beta - 2 = 3 \cdot 1{,}56 - 2 = 2{,}68 \,.$$

У дослідженнях В. Талієва прийнятий кут розкриття плоского струменя $\theta = 12^\circ 25'$. Тоді $\mathrm{tg}\ \theta = \mathrm{tg}\ 12^\circ 25' = 0{,}22$;

$$\mathrm{tg}\,\theta_{\text{п}} = \frac{B_{\text{п}} - B_0}{x_{\text{п}}} = \frac{\overline{B}_{\text{п}} - 1}{\overline{x}_{\text{п}}} = \frac{1 / \left(k^2 \cdot \beta \right) - 1}{1 / \left(k^2 \cdot \beta \cdot \mathrm{tg}\ \theta \right)} =$$

$$= \left(1 - k^2 \cdot \beta \right) \cdot \mathrm{tg}\ \theta = \left(1 - 0{,}316 \right) \cdot 0{,}22 = 0{,}151 \,,$$

а $\theta_{\text{п}} = 8^\circ 36'$.

Підставляючи отримані значення коефіцієнтів k, β і α, а також $\mathrm{tg}\ \theta_{\text{п}}$ і $\mathrm{tg}\ \theta$ у залежності (7.25)…(7.30), отримаємо для плоского струменя розрахункові формули, які зведені у табл. 7.3.

Таблиця 7.3

Розрахункові формули для основної зони плоского затопленого ізотермічного струменя з нерівномірним початковим полем швидкостей (для кута θ = 12°25')

Розрахункова величина	Позначення величини	Розрахункова формула
Відносна півширина струменя	$\overline{B}_x = B_x / B_0$	$0{,}22 \cdot \left(\overline{x} - \overline{x}_0 \right)$
Відносна середня по площі перерізу швидкість струменя	$\overline{v}_x = v_x / u_0$	$\dfrac{1{,}71 \cdot \sqrt{\beta_0}}{\sqrt{\overline{x} - \overline{x}_0}}$
Відносна середня за масовою витратою швидкість струменя	$\overline{v}_x^M = v_x^M / u_0$	$\dfrac{2{,}67 \cdot \sqrt{\beta_0}}{\sqrt{\overline{x} - \overline{x}_0}}$
Відносна осьова швидкість струменя	$\overline{u}_{\text{ос } x} = u_{\text{ос } x} / u_0$	$\dfrac{3{,}8 \cdot \sqrt{\beta_0}}{\sqrt{\overline{x} - \overline{x}_0}}$
Відносна об’ємна витрата струменя	$\overline{Q}_x = Q_x / Q_0$	$0{,}375 \cdot \sqrt{\beta_0} \cdot \sqrt{\overline{x} - \overline{x}_0}$
Відносна кінетична енергія струменя	$\overline{E}_x = E_x / E_0$	$\dfrac{2{,}93 \cdot \beta_0 \cdot \sqrt{\beta_0}}{\left(3 \cdot \beta_0 - 2\right) \cdot \sqrt{\overline{x} - \overline{x}_0}}$
Відносна середня за масовою витратою надлишкова концентрація шкідливості у струмені	$\overline{\Delta C}_x^M = \dfrac{C_x^M - C_\infty}{C_0 - C_\infty}$	$\dfrac{2{,}67}{\sqrt{\beta_0} \cdot \sqrt{\overline{x} - \overline{x}_0}}$
Відносна надлишкова концентрація шкідливості на осі струменя	$\overline{\Delta C}_{\text{ос } x} = \dfrac{C_{\text{ос } x} - C_\infty}{C_0 - C_\infty}$	$\dfrac{3{,}27}{\sqrt{\beta_0} \cdot \sqrt{\overline{x} - \overline{x}_0}}$

У літературі [6] вказується, що боковий кут розширення плоского струменя θ = 16˚30'. З врахуванням цього tg θ = tg 16˚30' = 0,30. Тоді сталі у розрахункових формулах матимуть дещо інші значення (табл. 7.4).

Таблиця 7.4

Розрахункові формули для основної зони плоского затопленого ізотермічного струменя з нерівномірним початковим полем швидкостей (для кута θ = 16˚30')

Розрахункова величина	Позначення величини	Розрахункова формула
Відносна півширина струменя	$\overline{B}_x = B_x / B_0$	$0{,}30 \cdot \left(\overline{x} - \overline{x}_0 \right)$
Відносна середня по площі перерізу швидкість струменя	$\overline{v}_x = v_x / u_0$	$\dfrac{1{,}46 \cdot \sqrt{\beta_0}}{\sqrt{\overline{x} - \overline{x}_0}}$
Відносна середня за масовою витратою швидкість струменя	$\overline{v}_x^M = v_x^M / u_0$	$\dfrac{2{,}29 \cdot \sqrt{\beta_0}}{\sqrt{\overline{x} - \overline{x}_0}}$
Відносна осьова швидкість струменя	$\overline{u}_{\text{ос } x} = u_{\text{ос } x} / u_0$	$\dfrac{3{,}25 \cdot \sqrt{\beta_0}}{\sqrt{\overline{x} - \overline{x}_0}}$
Відносна об’ємна витрата струменя	$\overline{Q}_x = Q_x / Q_0$	$0{,}44 \cdot \sqrt{\beta_0} \cdot \sqrt{\overline{x} - \overline{x}_0}$
Відносна кінетична енергія струменя	$\overline{E}_x = E_x / E_0$	$\dfrac{2{,}51 \cdot \beta_0 \cdot \sqrt{\beta_0}}{\left(3 \cdot \beta_0 - 2\right) \cdot \sqrt{\overline{x} - \overline{x}_0}}$
Відносна середня за масовою витратою надлишкова концентрація шкідливості у струмені	$\overline{\Delta C}_x^M = \dfrac{C_x^M - C_\infty}{C_0 - C_\infty}$	$\dfrac{2{,}29}{\sqrt{\beta_0} \cdot \sqrt{\overline{x} - \overline{x}_0}}$

Розрахункова величина	Позначення величини	Розрахункова формула
Відносна надлишкова концентрація шкідливості на осі струменя	$\overline{\Delta C}_{\text{ос }x} = \dfrac{C_{\text{ос }x} - C_\infty}{C_0 - C_\infty}$	$\dfrac{2{,}8}{\sqrt{\beta_0} \cdot \sqrt{\bar{x} - \bar{x}_0}}$

7.1.3. Вільні кільцеві ізотермічні струмені. Кільцеві вільні ізотермічні струмені зображені на рис. 7.8. Розрахункові формули для кільцевих струменів наведені у табл. 7.5.

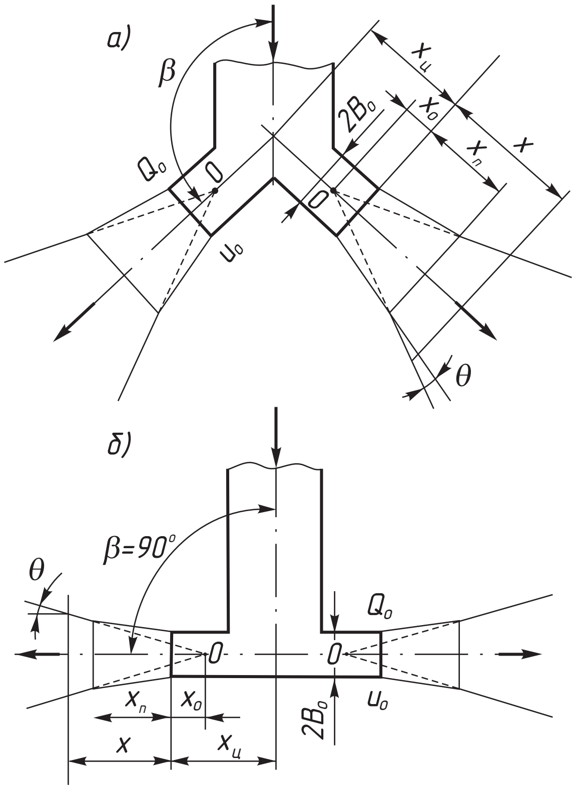


Рис. 7.8. Схеми кільцевих струменів:

а – конічного порожнистого *б* – повного віяльного;

Таблиця 7.5

Розрахункові формули для основної зони кільцевих струменів з нерівномірним початковим полем швидкостей (для кута θ = 12˚25')

Розрахункова величина	Позначення величини	Розрахункова формула
Відносна півширина струменя	$\overline{B}_x = B_x / B_0$	$0{,}22 \cdot \left(\overline{x} - \overline{x}_0 \right)$
Відносна середня по площі перерізу швидкість струменя	$\overline{v}_x = v_x / u_0$	$\dfrac{1{,}71 \cdot \sqrt{\beta_0}}{\sqrt{\overline{x} - \overline{x}_0} \cdot \sqrt{1 + \overline{x}/\overline{x}_ц}}$
Відносна середня за масовою витратою швидкість струменя	$\overline{v}_x^M = v_x^M / u_0$	$\dfrac{2{,}67 \cdot \sqrt{\beta_0}}{\sqrt{\overline{x} - \overline{x}_0} \cdot \sqrt{1 + \overline{x}/\overline{x}_ц}}$
Відносна осьова швидкість струменя	$\overline{u}_{\text{ос } x} = u_{\text{ос } x} / u_0$	$\dfrac{3{,}8 \cdot \sqrt{\beta_0}}{\sqrt{\overline{x} - \overline{x}_0} \cdot \sqrt{1 + \overline{x}/\overline{x}_ц}}$
Відносна об'ємна витрата струменя	$\overline{Q}_x = Q_x / Q_0$	$0{,}375 \cdot \sqrt{\beta_0} \times$ $\times \sqrt{\overline{x} - \overline{x}_0} \cdot \sqrt{1 + \overline{x}/\overline{x}_ц}$
Відносна кінетична енергія струменя	$\overline{E}_x = E_x / E_0$	$\dfrac{2{,}93 \cdot \beta_0 \cdot \sqrt{\beta_0}}{(3 \cdot \beta_0 - 2) \cdot \sqrt{\overline{x} - \overline{x}_0}} \times$ $\times\, 1 \Big/ \sqrt{1 + \overline{x}/\overline{x}_ц}$
Відносна середня за масовою витратою надлишкова концентрація шкідливості у струмені	$\overline{\Delta C}_x^M = \dfrac{C_x^M - C_\infty}{C_0 - C_\infty}$	$\dfrac{2{,}67}{\sqrt{\beta_0} \cdot \sqrt{\overline{x} - \overline{x}_0}} \times$ $\times\, 1 \Big/ \sqrt{1 + \overline{x}/\overline{x}_ц}$
Відносна надлишкова концентрація шкідливості на осі струменя	$\overline{\Delta C}_{\text{ос } x} = \dfrac{C_{\text{ос } x} - C_\infty}{C_0 - C_\infty}$	$\dfrac{3{,}27}{\sqrt{\beta_0} \cdot \sqrt{\overline{x} - \overline{x}_0}} \times$ $\times\, 1 \Big/ \sqrt{1 + \overline{x}/\overline{x}_ц}$

Якщо прийняти, що в кінці перехідної зони віяльного струменя $u_{\text{ос } x} = u_0$, то довжина його початкової зони залежатиме від значення

$\bar{x}_ц$ $\left(\bar{x}_ц = x_ц / B_0\right)$. За $\bar{x}_ц$ = 2 і рівномірного початкового поля швидкостей $\bar{x}_п \approx 4{,}5$.

Частковим випадком кільцевого струменя є **віяльний струмінь** (рис. 7.8, *б*). Формули табл. 7.5 справедливі і для віяльного струменя.

Якщо у розрахункових формулах табл. 7.5 прийняти $\bar{x}_ц = \infty$, то вони переходять у формули розрахунку для плоского струменя.

На рис. 7.9 зображені криві зміни відносних швидкостей на осі струменя круглого перерізу, плоского, який витікає із щілинної насадки нескінченної довжини, і кільцевого струменя для $\bar{x}_ц = 2$.

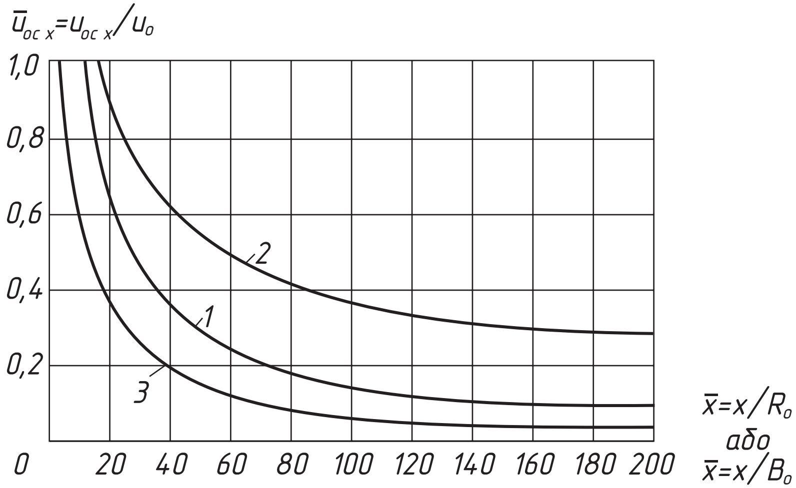


Рис. 7.9. Зміна відносної осьової швидкості вільних ізотермічних струменів для $\beta_0 = 1$ і $\bar{x}_0 = 0$:

1 – круглий струмінь;
2 – плоский струмінь за довжини щілини $l \to \infty$;
3 – кільцевий струмінь для $\bar{x}_ц = 2$

Як видно з рис. 7.9, найшвидше загасає кільцевий струмінь, а найдалекобійнішим є плоский струмінь.

Приклад 7.1. Розрахувати характеристики основної зони вільного ізотермічного струменя, який витікає з трубного отвору діаметром D_0 = 300 мм з початковою середньою швидкістю u_0 = 10 м/с. Коефіцієнт місцевого опору повітровипускальної насадки, зарахований до середньої швидкості в її живому перерізі, ζ = 1. Початковий вміст вуглекислого газу у струмені C_0 = 0,3 л/м^3. Вміст цього газу у навколишньому повітрі C_∞ = 0,5 л/м^3.

Розрахувати місцеві швидкості у перерізі струменя на відстані x = 10 м від початку витікання і схематично зобразити поле цих швидкостей.

Р о з в ' я з у в а н н я

Визначаємо коефіцієнт нерівномірності початкового поля швидкостей за формулою (7.24)

$$\beta_0 = \frac{\zeta + 2}{3} = \frac{1+2}{3} = 1 .$$

Отже, за $\beta_0 = 1$ поле швидкостей рівномірне і полюсна відстань $x_0 = 0$, тобто полюс струменя у центрі площини витікання струменя (рис. 7.10).

Схематично зображаємо схему струменя на рис. 7.10.

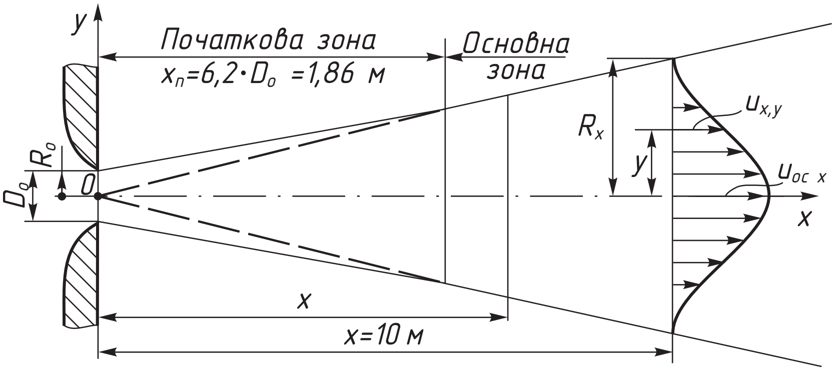


Рис. 7.10. Схема затопленого вільного ізотермічного струменя круглого перерізу з рівномірним початковим полем швидкостей

Відносний радіус струменя на відстані x = 10 м визначаємо за формулою (7.18)

$$\overline{R}_x = 0{,}22 \cdot \left(\overline{x} - \overline{x}_0\right) = 0{,}22 \cdot \left(66{,}67 - 0\right) = 14{,}67 ,$$

де $\overline{x} = x / R_0 = 10/0{,}15 = 66{,}67$.

Фактичний радіус струменя на даній відстані x = 10 м становитиме

$$R_x = \overline{R}_x \cdot R_0 = 14{,}67 \cdot 0{,}15 = 2{,}2 \text{ м.}$$

Визначаємо відносну середню за площею швидкість у поперечному перерізі струменя x = 10 м за формулою (7.19)

$$\overline{v}_x = \frac{3{,}2 \cdot \sqrt{\beta_0}}{\overline{x} - \overline{x}_0} = \frac{3{,}2 \cdot \sqrt{1}}{66{,}67 - 0} = 0{,}048 .$$

При цьому

$$v_x = \overline{v}_x \cdot u_0 = 0{,}048 \cdot 10 = 0{,}48 \text{ м/с.}$$

Відносну середню за масовою витратою швидкість у поперечному перерізі струменя x = 10 м визначаємо за формулою (7.20)

$$\overline{v}_x^M = \frac{6{,}45 \cdot \sqrt{\beta_0}}{\overline{x} - \overline{x}_0} = \frac{6{,}45 \cdot \sqrt{1}}{66{,}67} = 0{,}097 .$$

Звідси

$$v_x^M = \overline{v}_x^M \cdot u_0 = 0{,}097 \cdot 10 = 0{,}97 \text{ м/с.}$$

Відносну осьову швидкість на відстані x = 10 м від початку витікання визначаємо за формулою (7.21)

$$\overline{u}_{\text{ос } x} = \frac{12{,}4 \cdot \sqrt{\beta_0}}{\overline{x} - \overline{x}_0} = \frac{12{,}4 \cdot \sqrt{1}}{66{,}67} = 0{,}19 \ .$$

Дійсна осьова швидкість на відстані x = 10 м від початку витікання становитиме

$$u_{\text{ос } x} = \overline{u}_{\text{ос } x} \cdot u_0 = 0{,}186 \cdot 10 = 1{,}9 \ \text{ м/с.}$$

Визначаємо осьові швидкості в основній зоні струменя на відстані x від початку витікання з частотою 1 м і зводимо їх у таблицю.

x, м	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\overline{x}$	13,33	20,0	26,67	33,33	40,0	46,67	53,33	60,0	66,67
$\overline{u}_{\text{ос } x}$	0,93	0,62	0,46	0,37	0,31	0,27	0,23	0,21	0,19
$u_{\text{ос } x}$, м/с	9,3	6,2	4,6	3,7	3,1	2,7	2,3	2,1	1,9

Розраховуємо швидкості у перерізі на відстані x = 10 м від початку витікання (R_x = = 2,2 м; $u_{\text{ос } x}$ = 1,9 м/с) за залежністю Шліхтінга (7.4)

$$\frac{u_{x,y}}{u_{oc\ x}} = \left[1 - \left(\frac{y}{R_x}\right)^{1{,}5}\right]^2 ;$$

$$\overline{u}_{x,y} = \left(1 - \overline{y}^{1{,}5}\right)^2 .$$

Розрахунок зводимо у таблицю

y, м	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,6	2,0
$\overline{y} = y/R_x$	0,091	0,182	0,273	0,364	0,455	0,545	0,727	0,909
$\overline{u}_{x,y}$	0,946	0,851	0,735	0,609	0,480	0,357	0,144	0,018
$u_{x,y}$, м/с	1,80	1,62	1,40	1,16	0,91	0,68	0,27	0,034

Відносну об’ємну витрату у перерізі на відстані x = 10 м від початку витікання визначаємо за формулою (7.22):

$$\overline{Q}_x = 0{,}155 \cdot \sqrt{\beta_0} \cdot \left(\overline{x} - \overline{x}_0\right) = 0{,}155 \cdot \sqrt{1} \cdot 66{,}67 = 10{,}33 \ .$$

Тоді визначаємо у цьому самому перерізі об’ємну витрату

$$Q_x = \overline{Q}_x \cdot Q_0 = 10{,}33 \cdot \left(\frac{3{,}14 \cdot 0{,}3^2}{4} \cdot 10\right) = 7{,}3 \ \text{ м}^3\text{/с.}$$

Підраховуємо відносну середню за масовою витратою надлишкову концентрацію CO_2 на відстані x = 10 м від початку витікання за формулою (табл.7.2)

$$\overline{\Delta C}_x^M = \frac{6{,}45}{\sqrt{\beta_0} \cdot \left(\overline{x} - \overline{x}_0\right)} = \frac{6{,}45}{\sqrt{1} \cdot 66{,}67} = 0{,}097 \ .$$

Тоді з рівняння

$$0{,}097 = \frac{C_x^M - 0{,}5}{0{,}3 - 0{,}5} \ ,$$

$$C_x^M = 0{,}48 \ \text{ л/м}^3.$$

За формулою (табл.7.2) визначаємо відносну надлишкову концентрацію CO_2 на осі струменя на відстані x = 10 м від початку витікання

$$\overline{\Delta C}_{\text{ос }x} = \frac{9{,}24}{\sqrt{\beta_0}\cdot\left(\bar{x}-\bar{x}_0\right)} = \frac{9{,}24}{\sqrt{1}\cdot 66{,}67} = 0{,}139 \;.$$

Тоді з рівняння

$$0{,}139 = \frac{C_{\text{ос }x} - 0{,}5}{0{,}3 - 0{,}5}\,,$$

$$C_{\text{ос }x} = 0{,}47 \;\text{ л/м}^3.$$

7.1.4. Залежності для наближеного розрахунку вільних ізотермічних струменів. У випадку круглого або квадратного повітровитікального отвору осьова швидкість змінюється за залежністю (7.1). Характер зміни осьової швидкості деяких характерних струменів зображений на рис. 7.11.

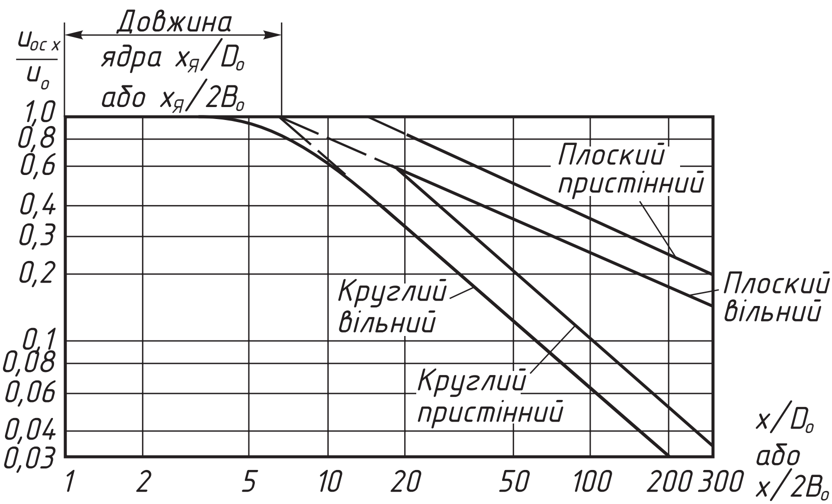


Рис. 7.11. Зміна осьової швидкості $u_{\text{ос }x}$
круглого, плоского і односторонньо прилиплого до поверхні
ізотермічних струменів за коефіцієнта змішування m = 0,15
(D_0 – початковий діаметр струменя;
B_0 – початкова півширина плоского струменя).

Для круглого струменя з m = 0,15 довжина ядра $x_я \approx 6{,}7\ D_0$.

Для малих витікальних отворів і малих початкових швидкостей (так званих ламінарних витоків) осьова швидкість струменя змінюється за залежністю [3, 7]

$$\frac{u_{\text{ос }x}}{u_0} = \left(\frac{x_{\text{я}}}{x}\right)^n ,$$

де $n = 1…2$.

Довжина ламінарного витоку є найчастіше коротшою, ніж довжина ядра за турбулентного витікання струменя.

Довжина струменя $x_{\text{п}}$, на якій ламінарний струмінь переходить у турбулентний, показана на рис. 7.12.

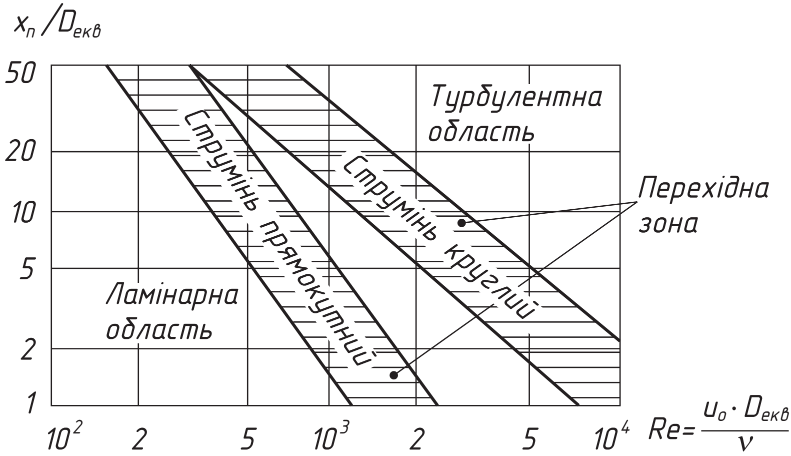


Рис. 7.12. Перехід ламінарного струменя у турбулентний для вільного ізотермічного струменя круглого і прямокутного перерізів

Плоский струмінь за однакових чисел Re переходить у турбулентний режим руху на меншій відстані $x_{\text{п}}$, ніж круглий (рис. 7.12).

Профіль швидкості у будь-якому поперечному перерізі основної зони струменя описується залежністю [7]

$$\frac{u_{x,y}}{u_{\text{ос }x}} = e^{-2\cdot\left(y/m\cdot x\right)^2} = e^{-0{,}69\cdot\left(y/y_{0,5}\right)^2} , \qquad (7.31)$$

де y – відстань від осі; $y_{0,5}$ – відстань від осі, на якій $u_{x,y} = 0{,}5\cdot u_{\text{ос }x}$.

У плоских струменях осьова швидкість зменшується повільніше, ніж у круглих струменях (рис. 7.13) і характеризується залежністю [7]

$$\frac{u_{\text{ос }x}}{u_0} = \sqrt{\frac{x_{\text{я}}}{x}} = \sqrt{\frac{2\cdot B_0}{m\cdot x}} , \qquad (7.32)$$

де B_0 – півширина щілинного отвору.

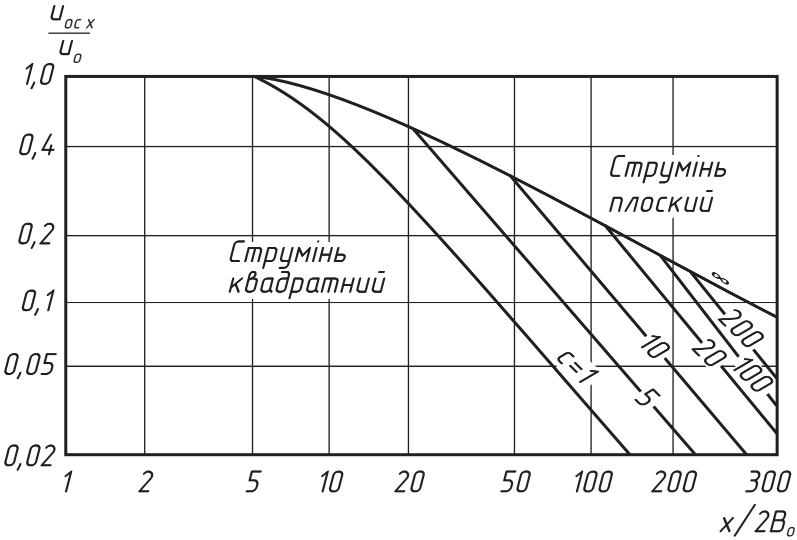


Рис. 7.13. Зміна осьової швидкості плоского струменя залежно від співвідношення сторін повітровипускального отвору c для m = 0,2 ($c = l_0 / 2{\cdot}B_0$; l_0 – довжина отвору; B_0 – півширина отвору)

У разі заповнення повітровипускального отвору сіткою або в інший спосіб у формулу (7.32) замість $2{\cdot}B_0$ потрібно підставити величину $2 \cdot B_0 \,/\!\left(\mu \cdot k_{\text{ж.п}}\right)$, де μ – коефіцієнт витрати повітровипускальної насадки, який залежить від її конструктивних особливостей; $k_{\text{ж.п}}$ – коефіцієнт живого перерізу повітровипускального отвору ($k_{\text{ж.п}} = \omega_0 / \omega_{\text{габ}}$; ω_0 – площа живого перерізу отвору, м^2; $\omega_{\text{габ}}$ – габаритна площа отвору, м^2).

Якщо витікальний отвір є гострокутовий і заповнений жалюзі, перфорованою граткою тощо, то зміна осьової швидкості струменя характеризується залежністю [7]

$$\frac{u_{\text{ос }x}}{u_0} = \frac{1}{m} \cdot \frac{\sqrt{\omega_{\text{габ}}}}{x \cdot \sqrt{\mu \cdot k_{\text{ж.п}}}}. \tag{7.33}$$

Коефіцієнт змішування m залежить від величини початкової турбулентності струменя (за x = 0). Залежить він також від конструкції повітровипускальної насадки.

Деякі значення m, визначені експериментально на основі залежності $x_я = D_0 / m$ ($x_я = 2{\cdot}B_0 / m$), наведені у табл. 7.6.

Відношення об'ємної витрати повітря у перерізі x струменя Q_x до початкової об'ємної витрати первинного повітря Q_0 називають **відносною об'ємною витратою**, а часом **відносною індукцією**.

Якщо порівняти вільні струмені, які витікають з круглого і прямокутного незаповнених отворів, то можна отримати відносну об'ємну витрату [7]:

для круглого струменя

$$\frac{Q_x}{Q_0} = 2 \cdot m \cdot \sqrt{\frac{\pi}{4}} \cdot \frac{x}{\sqrt{\omega_0}}, \text{ де } \omega_0 = \pi \cdot D_0^2 / 4; \tag{7.34}$$

для прямокутного струменя

$$\frac{Q_x}{Q_0} = 2 \cdot m \cdot \frac{x}{\sqrt{\omega_0}}, \text{ де } \omega_0 = 2 \cdot B_0 \cdot l_0. \tag{7.35}$$

Таблиця 7.6

Орієнтовні значення коефіцієнта змішування *m* різних повітровитікальних отворів [7, 8]

Вид отвору (насадка)	m	Вид отвору (насадка)	m
Повітряні душі	0,14…0,17	Перфорована гратка з коефіцієнтом живого перерізу: $k_{ж.п} = 0{,}1…0{,}2$ $k_{ж.п} = 0{,}01…0{,}1$	 0,22…0,28 0,28…0,4
Прямокутні без заповнення	0,17…0,2	Гратка з простими скерувальними лопатками	0,18…0,25
Щілинні отвори із співвідношенням сторін $l_0 / 2 \cdot B_0 = 20…25$	0,2…0,25	Гратка зі скерувальними розбіжними лопатками за кута між ними: 40° 60° 90°	 0,28 0,4 0,5

Для однакової відносної відстані $x / \sqrt{\omega_0}$ і однакової площі отворів ω_0 відносна об'ємна витрата повітряного потоку прямокутних струменів на 13 % ($1/\sqrt{\pi/4} = 1{,}13$) більша за відносну об'ємну витрату круглих струменів (рис. 7.14).

Для струменів, які витікають з прямокутних отворів, відносна об'ємна витрата $\overline{Q}_x$ ($\overline{Q}_x = Q_x / Q_0$) залежить тільки від величини ω_0 і відповідно від відносної відстані $\overline{x}$ $\left(\overline{x} = x / \sqrt{\omega_0}\right)$ та не залежить від співвідношення сторін $l_0 / 2 \cdot B_0$.

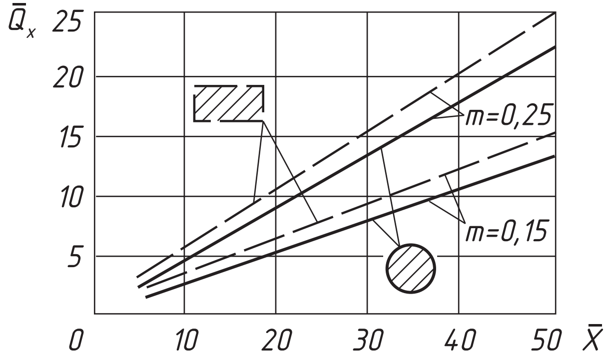


Рис. 7.14. Залежність відносної об'ємної витрати $\overline{Q}_x$ ($\overline{Q}_x = Q_x / Q_0$) від відносної відстані $\overline{x}$ ($\overline{x} = x / \sqrt{\omega_0}$) для круглих і прямокутних струменів (m – коефіцієнт змішування)

Далекобійність вільних струменів, які витікають з отвору круглого або прямокутного перерізу, можна знайти за такими залежностями [7]:

$$L_{\text{кр}} = \frac{u_0}{u_{\text{ос } x}} \cdot \frac{D_0}{m} = \frac{u_0}{u_{\text{ос } x}} \cdot \sqrt{\frac{4}{\pi}} \cdot \frac{\sqrt{\omega_0}}{m}, \text{ м,} \tag{7.36}$$

або

$$L_{\text{пр}} = \frac{u_0}{u_{\text{ос } x}} \cdot \frac{\sqrt{\omega_0}}{m}, \text{ м.} \tag{7.37}$$

За різних значень ω_0 і u_0, але однакової кінцевої швидкості $u_{\text{ос } x}$ ($u_{\text{ос } x}$ = 0,5 м/с) далекобійність струменя, який витікає з круглого отвору є приблизно на 13 % більшою від далекобійності струменя, який витікає з прямокутного отвору.

Потрібно зазначити, що на далекобійність струменів впливають огорожі приміщень.

Якщо струмінь витікає із середньозвужених отворів за кінцевої швидкості $u_{\text{ос } x}$ = 0,5 м/с і m = 0,2, то достовірними є такі залежності [7]:

$$L_{\text{кр}} = 10 \cdot u_0 \cdot D_0 = 11{,}3 \cdot u_0 \cdot \sqrt{\omega_0}\text{, м;} \tag{7.38}$$

або

$$L_{\text{пр}} = 10 \cdot u_0 \cdot \sqrt{\omega_0}\text{, м.} \tag{7.39}$$

За встановлення в отворі розбіжних скерувальних лопаток можна значно обмежити далекобійність струменя завдяки зростанню значень m (табл. 7.6). Наприклад, якщо у круглому (квадратному) отворі встановити скерувальні лопатки з кутом розвороту 90° і m = 0,5, (табл. 7.6), то струмінь розшириться під кутом 60° (за відсутності лопаток під кутом 25°) і його далекобійність зменшиться приблизно до 1/3.

Приклад 7.2. Визначити далекобійність струменя, який витікає з вільного отвору душувальної насадки з розмірами $2 \cdot B_0 \times l_0$ = 0,2 × 0,4 м за витрати первинного повітря Q_0 = 0,3 м³/с.

Р о з в ’ я з у в а н н я

Визначаємо площу живого перерізу витікального отвору

$$\omega_0 = 0{,}2 \cdot 0{,}4 = 0{,}08 \text{ м}^2.$$

Підраховуємо початкову середню за площею швидкість струменя

$$u_0 = Q_0/\omega_0 = 0{,}3/0{,}08 = 3{,}75 \text{ м/с.}$$

За величини m = 0,15 (табл. 7.6) довжина ядра струменя становитиме

$$x_{\text{я}} = 2 \cdot B_0/m = 2 \cdot 0{,}1/0{,}15 = 1{,}3 \text{ м.}$$

Можемо встановити коефіцієнт змішування

$$m = \frac{2 \cdot B_0}{x_{\text{я}}} = \frac{2 \cdot 0{,}1}{1{,}3} = \frac{1}{6{,}5}.$$

Далекобійність струменя знайдемо за формулою (7.37)

$$L_{\text{пр}} = \frac{u_0}{u_{\text{ос } x}} \cdot \frac{\sqrt{\omega_0}}{m} = \frac{3{,}75}{0{,}5} \cdot \frac{\sqrt{0{,}08}}{1/6{,}5} = 2 \cdot 3{,}75 \cdot 6{,}5 \cdot \sqrt{0{,}08} = 13{,}8 \text{ м,}$$

де $u_{\text{ос } x}$ = 0,5 м/с (враховуючи трактування поняття “далекобійність” струменя).

Приклад 7.3. Визначити далекобійність струменя, який витікає з отвору попереднього душувального насадка (приклад 7.2) за умонтування у ньому жалюзійної гратки з простими скерувальними лопатками, коефіцієнтом живого перерізу $k_{\text{ж.п}}$ = 0,5 і тій самій витраті первинного повітря. Коефіцієнт витрати, який враховує конструктивні особливості такої душувальної насадки, приймемо μ = 0,8.

Р о з в ’ я з у в а н н я

Габаритна площа повітровипускального отвору насадки

$$\omega_{\text{габ}} = 0{,}2 \cdot 0{,}4 = 0{,}08 \text{ м}^2.$$

Враховуючи, що у повітровипускальному отворі умонтована жалюзійна гратка (формула (7.33)), далекобійність струменя визначаємо за формулою

$$L_{\text{пр}} = \frac{u_{\text{габ}}}{u_{\text{ос } x}} \cdot \frac{\sqrt{\omega_{\text{габ}}}}{m \cdot \sqrt{\mu \cdot k_{\text{ж.п}}}}, \text{ м},$$

де $u_{\text{габ}}$ – швидкість у повітровитікальному отворі, не заповненому жалюзійною граткою, м/с ($u_{\text{габ}} = Q_0/\omega_{\text{габ}} = 0{,}3/0{,}08 = 3{,}75$ м/с).

Враховуючи, що кінцева швидкість $u_{\text{ос } x}$ = 0,5 м/с і m = 0,25 для жалюзійної гратки з простими скерувальними лопатками (табл. 7.6), отримаємо

$$L_{\text{пр}} = \frac{2 \cdot 4 \cdot u_{\text{габ}} \cdot \sqrt{\omega_{\text{габ}}}}{\sqrt{\mu \cdot k_{\text{ж.п}}}} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 3{,}75 \cdot \sqrt{0{,}08}}{\sqrt{0{,}8 \cdot 0{,}5}} = 13{,}4 \text{ м}.$$

7.2. ВІЛЬНІ НЕІЗОТЕРМІЧНІ СТРУМЕНІ

Неізотермічний струмінь утворюється тоді, коли початкова температура первинного повітря t_0 відрізняється від температури навколишнього повітря приміщення t_∞. Оскільки такий струмінь легший або важчий за об’єм витісненого ним повітря, то за законом Архімеда він спливатиме або тонутиме у навколишньому повітрі. Під час цього траєкторія струменя викривляється вверх або вниз.

На розвиток струменя у приміщенні і швидкості його руху впливає співвідношення масової та інерційної сил.

Розрізняють *два випадки*: сили інерції і масові сили *скеровані однаково*, наприклад, якщо холодне первинне повітря витікає зі стелі або тепле витікає з підлоги; сили інерції і масові сили *скеровані протилежно*, коли тепле повітря витікає зі стелі або холодне витікає з підлоги. У другому випадку швидкість струменя внаслідок дії масових сил може впасти до нуля, а напрямок руху може бути зворотний. Наприклад: холодне повітря, яке витікає з підлоги, не піднімається до стелі, а утворює зону холоду над підлогою; тепле повітря, яке витікає зі стелі не досягає підлоги і над підлогою також утворюється зона холоду.

Співвідношення масових та інерційних сил називають **критерієм Архімеда**. Цим критерієм характеризують неізотермічність струменя і визначають його за формулою [2]

$$\text{Ar} = \frac{g \cdot R_0 \cdot \left(t_0 - t_\infty\right)}{u_0^2 \cdot T_\infty}, \tag{7.40}$$

де g – прискорення вільного падіння, м/с^2; R_0 – радіус круглого отвору або еквівалентний за площею радіус прямокутного отвору ($R_{\text{екв}} = 0{,}565 \cdot \sqrt{\omega_0}$, де ω_0 – площа живого перерізу повітровипускального отвору), м; для плоского отвору замість R_0 приймається півширина отвору B_0; t_0 і t_∞ – відповідно температура повітря на початку струменя і у навколишньому просторі, ˚С; T_∞ – абсолютна температура повітря у навколишньому просторі, К; u_0 – середня за витратою початкова швидкість струменя, м/с.

У *слабко нагрітих* або *слабко охолоджених* струменях, для яких критерій Ar за абсолютним значенням менший 0,0005 (Ar < 0,0005), вплив гравітаційних сил незначний і такі струмені розвиваються у просторі без помітного викривлення.

Струмені, для яких значення Ar ≥ 0,0005, вважають **неізотермічними** [2].

Границі неізотермічного струменя криволінійні. У неізотермічному струмені є такі самі зони, як і в ізотермічному. Причому у початковій зоні (зона ядра і перехідна зона) відбувається трансформація полей швидкості і температури в ідентичні поля основної зони. Границі неізотермічного струменя криволінійні (рис. 7.10, *а*, *б*).

Розширення основної зони неізотермічного струменя приймається таким самим, як і розширення основної зони ізотермічного струменя.

Відносна швидкість $\overline{u}_{x,y}$ у будь-якій точці поперечного перерізу основної зони неізотермічного струменя також змінюється за залежністю Шліхтінга (7.4).

Відносна надлишкова температура ($\Delta t_{x,y} = t_{x,y} - t_\infty$) у будь-якій точці поперечного перерізу основної зони неізотермічного струменя змінюється за залежністю Тейлора

$$\overline{\Delta t}_{x,y} = \frac{t_{x,y} - t_\infty}{t_{\text{ос }x} - t_\infty} = \sqrt{\overline{u}_{x,y}}\ , \tag{7.41}$$

де $t_{x,y}$ – температура у відповідній точці поперечного перерізу струменя; $t_{\text{ос }x}$ – температура на осі струменя у тому самому перерізі.

Статичний тиск змінюється з довжиною струменя і не дорівнює статичному тиску навколишнього повітря.

Кількість надлишкової теплоти по довжині струменя залишається сталою, тобто,

$$Q_x^* = Q_0^*,$$

де Q_x^* – кількість надлишкової теплоти у перерізі струменя на відстані x від початку витікання; Q_0^* – те саме, на початку витікання.

Схема нагрітого неізотермічного струменя круглого перерізу зображена на рис. 7.15.

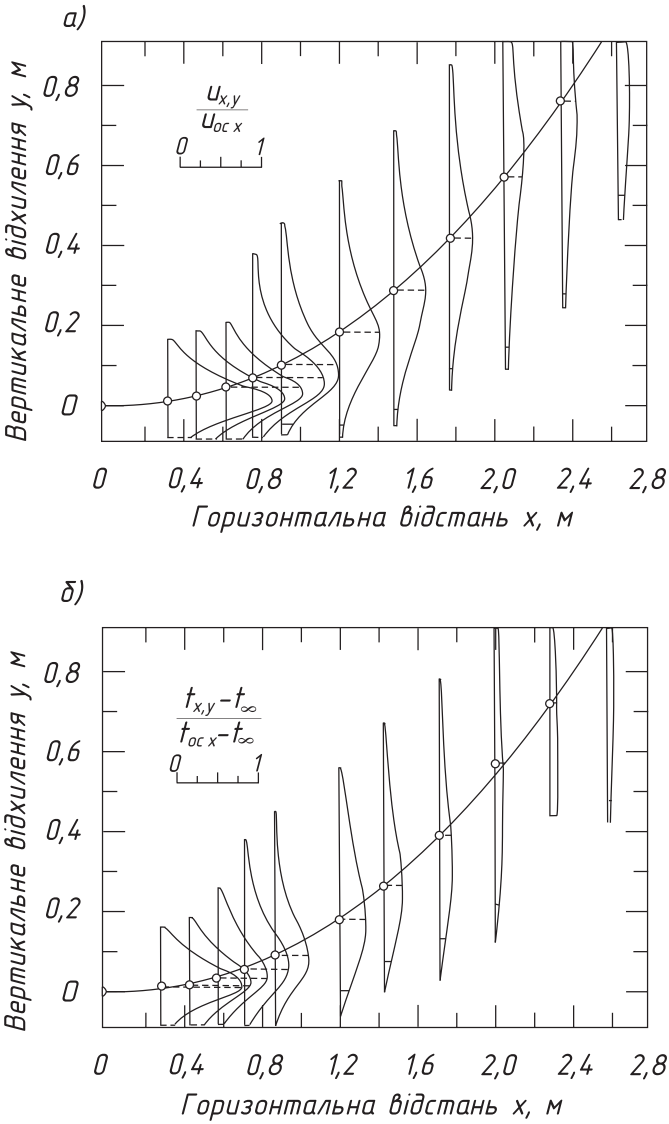
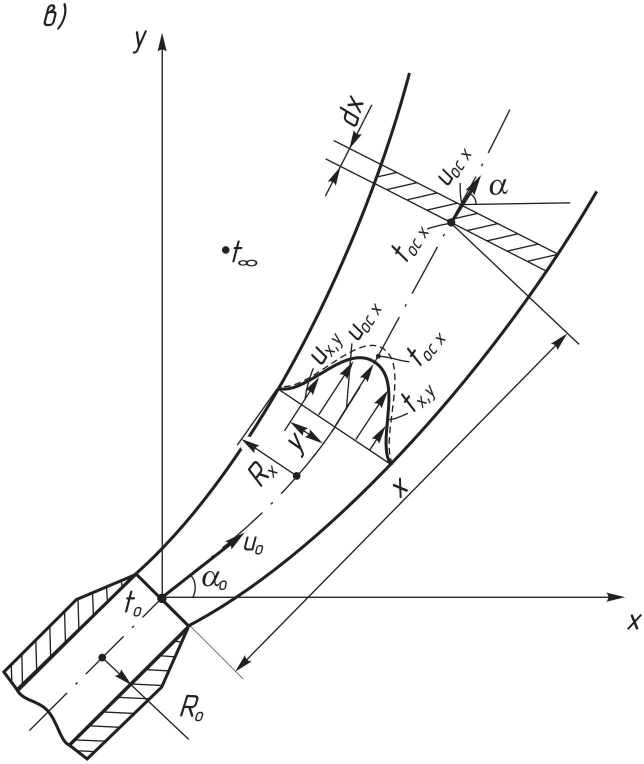


Рис. 7.15. Схема нагрітого неізотермічного струменя круглого перерізу з нерівномірним початковим полем швидкостей:

а – профілі швидкостей; *б* – профілі надлишкових температур за u_0 = 2,55 м/с і $t_0 - t_\infty$ = 22,2 °C;



(продовження): рис. 7.15.
в – схема для аналізу

Закономірності початкової зони неізотермічного струменя нині ще недостатньо вивчені. Тому розглядатимемо тільки основну зону струменя, приймаючи, що початкові поля швидкості і температури нерівномірні.

Для вивчення неізотермічних струменів В. Талієв [10] використовує коефіцієнт поля надлишкових температур $k_{\Delta t}$ і температурний аналог коефіцієнта Буссінеска $\beta_{\Delta t}$:

$$k_{\Delta t} = \frac{\Delta t_x}{\Delta t_{\text{ос}\ x}} = \frac{1}{\Delta t_{\text{ос}\ x} \cdot \omega_x} \cdot \int_{\omega} \Delta t_{x,y} \cdot d\omega = \int_0^1 \overline{\Delta t}_{x,y} \cdot d\overline{\omega}; \qquad (7.42)$$

$$\beta_{\Delta t} = \frac{\Delta t_x^M}{\Delta t_x} = \frac{1}{\Delta t_x \cdot \omega_x \cdot v_x} \cdot \int_{\omega} \Delta t_{x,y} \cdot u_{x,y} \cdot d\omega =$$

$$= \frac{1}{k \cdot k_{\Delta t}} \cdot \int_0^1 \overline{\Delta t}_{x,y} \cdot \overline{u}_{x,y} \cdot d\overline{\omega}\,, \qquad (7.43)$$

де Δt_x і Δt_x^M - середня надлишкова температура у поперечному перерізі x відповідно за площею і за витратою; ω_x – площа поперечного перерізу струменя на відстані x від початку витікання.

У слабко нагрітих або охолоджених струменях кількість руху вздовж осі струменя можна прийняти наближено сталою, тобто,

$$\beta \cdot \rho_{x,t} \cdot \omega_{x,t} \cdot v_{x,t}^2 = \beta_0 \cdot \rho_0 \cdot \omega_0 \cdot u_0^2\,, \qquad (7.44)$$

де β і β_0 – поправкові коефіцієнти на кількість руху у перерізах на відстані x від отвору і на виході з нього; $\rho_{x,t}$ і ρ_0 – густина повітря у тих самих перерізах струменя; $v_{x,t}$ і u_0 – середня по площі перерізу швидкість руху повітря у відповідних перерізах струменя (додатковий індекс t вказує на неізотермічність струменя).

Ділячи обидві частини рівняння (7.44) на $\omega_0 \cdot u_0^2$, отримаємо

$$\overline{v}_{x,t} = \frac{v_{x,t}}{u_0} = \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_{x,t}}} \cdot \sqrt{\frac{\beta_0}{\beta}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\overline{\omega}_{x,t}}}\,. \qquad (7.45)$$

Якщо б струмінь був ізотермічним, то $\sqrt{\rho_0 / \rho_{x,t}} = 1$ і відносна середня по площі перерізу швидкість була б

$$\overline{v}_x = \frac{v_x}{u_0} = \sqrt{\frac{\beta_0}{\beta}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\overline{\omega}_x}}\,. \qquad (7.46)$$

Порівнюючи між собою формули (7.45) і (7.46), помічаємо, що вони відрізняються тільки множником $\sqrt{\rho_0 / \rho_{x,t}}$, в якому відношення густин можна замінити відношенням абсолютних температур, тобто,

$$\sqrt{\rho_0 / \rho_{x,t}} \cong \sqrt{T_\infty / T_0}\,.$$

Тоді у слабко нагрітих або слабко охолоджених струменях маємо

$$\overline{v}_{x,t} = \overline{v}_x \cdot \sqrt{\frac{T_\infty}{T_0}}\,, \qquad (7.47)$$

де $\bar{v}_x$ – відносна середня по площі перерізу швидкість в ізотермічному струмені; T_0 – абсолютна температура повітря на початку витікання струменя.

Відносна осьова швидкість із врахуванням (7.47)

$$\bar{u}_{\text{ос } x} = \frac{u_{\text{ос } x}}{u_0} = \frac{1}{k} \cdot \bar{v}_{x,t} = \frac{1}{k} \cdot \bar{v}_x \cdot \sqrt{\frac{T_\infty}{T_0}} . \quad (7.48)$$

Відносну середню за витратою надлишкову температуру повітря у будь-якому поперечному перерізі основної зони струменя можна знайти з рівняння сталості надлишкової теплоти у струмені ($Q_x^* = Q_0^*$) і рівняння сталості кількості руху ($J_x = J_0$):

$$c_p \cdot \rho_{x,t} \cdot \omega_{x,t} \cdot v_{x,t} \cdot \Delta t_x^M = c_p \cdot \rho_0 \cdot \omega_0 \cdot u_0 \cdot \Delta t_0 ;$$

$$\beta \cdot \rho_{x,t} \cdot \omega_{x,t} \cdot v_{x,t}^2 = \beta_0 \cdot \rho_0 \cdot \omega_0 \cdot u_0^2 ,$$

де c_p – питома масова теплоємність повітря за сталого тиску; $\Delta t_x^M = t_x^M - t_\infty$ і $\Delta t_0 = t_0 - t_\infty$ – відповідно середні за витратою надлишкові температури у поперечному перерізі струменя на відстані x і на початку витікання.

Ділячи друге рівняння на перше, отримаємо

$$\beta \cdot \frac{v_{x,t}}{\Delta t_x^M} = \beta_0 \cdot \frac{u_0}{\Delta t_0} .$$

Звідси відносна середня за витратою надлишкова температура повітря у будь-якому поперечному перерізі основної зони струменя дорівнюватиме

$$\overline{\Delta t}_x^M = \frac{\Delta t_x^M}{\Delta t_0} = \frac{\beta}{\beta_0} \cdot \bar{v}_{x,t} = \sqrt{\frac{\beta}{\beta_0} \cdot \frac{\rho_0}{\rho_{x,t}} \cdot \frac{1}{\bar{\omega}_{x,t}}} . \quad (7.49)$$

Відносна надлишкова температура на осі струменя [10]

$$\overline{\Delta t}_{\text{ос } x} = \frac{\Delta t_{\text{ос } x}}{\Delta t_0} = \frac{\Delta t_{\text{ос } x}}{\Delta t_x} \cdot \frac{\Delta t_x}{\Delta t_x^M} \cdot \frac{\Delta t_x^M}{\Delta t_0} = \frac{1}{k_{\Delta t} \cdot \beta_{\Delta t}} \cdot \overline{\Delta t}_x^M . \quad (7.50)$$

Значення коефіцієнтів: $k_{\Delta t}$ і $\beta_{\Delta t}$ підраховують за формулами (7.42) і (7.43), де $\overline{\Delta t}_{x,y}$ приймають за залежністю (7.41), а $\overline{u}_{x,y}$ – за залежністю Шліхтінга (7.4).

Для струменів круглого перерізу $y = r_x$, $y_{гр} = R_x$ і $d\overline{\omega} = 2\overline{r} \cdot d\overline{r}$.

Тоді

$$k_{\Delta t} = 2 \cdot \int_0^1 \left(1 - \overline{r}^{1,5}\right) \cdot \overline{r} \cdot d\overline{r} = 0{,}428 ;$$

$$\beta_{\Delta t} = \frac{2}{k \cdot k_{\Delta t}} \cdot \int_0^1 \left(1 - \overline{r}^{1,5}\right)^3 \cdot \overline{r} \cdot d\overline{r} = \frac{2 \cdot 0{,}09}{0{,}258 \cdot 0{,}428} = 1{,}63 .$$

Значення цих коефіцієнтів для струменів різної форми наведені у табл. 7.7.

Таблиця 7.7

Значення кофіцієнтів k, $k_{\Delta t}$, β, $\beta_{\Delta t}$ і α

Струмінь	k	$k_{\Delta t}$	β	$\beta_{\Delta t}$	α
Круглий	0,258	0,428	2,02	1,63	4,06
Плоский і кільцевий	0,45	0,6	1,56	1,36	2,68

Примітка. Значення k, β, і α приймають аналогічно, як і для ізотермічних струменів.

Відносна об´ємна витрата у перерізі на відстані x від початку витікання

$$\overline{Q}_x = \frac{Q_x}{Q_0} = \frac{\omega_{x,t} \cdot v_{x,t}}{\omega_0 \cdot u_0} = \overline{\omega}_{x,t} \cdot \overline{v}_{x,t} = \overline{\omega}_{x,t} \cdot \overline{v}_x \cdot \sqrt{\frac{T_\infty}{T_0}} . \qquad (7.51)$$

Відносна кінетична енергія у перерізі на відстані x від початку витікання

$$\overline{E}_x = \frac{E_x}{E_0} = \frac{\alpha}{\alpha_0} \cdot \overline{Q}_x \cdot \overline{v}_{x,t}^2 = \frac{\alpha}{\alpha_0} \cdot \overline{v}_{x,t} \cdot \overline{\omega}_{x,t} \cdot \sqrt{\frac{T_\infty^3}{T_0^3}} . \qquad (7.52)$$

З формул (7.47), (7.48), (7.51) видно, що в них фігурує однаковий множник $\sqrt{T_\infty / T_0}$. Лише для кінетичної енергії (формула (7.52)) цей множник дорівнює $\sqrt{T_\infty^3 / T_0^3}$.

Для слабко нагрітих струменів всі відносні величини дещо менші, ніж для ізотермічних струменів, оскільки для них $\sqrt{T_\infty / T_0} < 1$; для слабко охолоджених струменів ці величини дещо більші, ніж для ізотермічних струменів, оскільки для них $\sqrt{T_\infty / T_0} > 1$.

Розрахункові формули для відносної надлишкової температури у слабко нагрітих або у слабко охолоджених струменях наведені у табл. 7.8.

Таблиця 7.8

Розрахункові формули для відносної надлишкової температури у слабко нагрітих або слабко охолоджених струменях

(для кута θ = 12˚25') [2]

Розрахункова величина	Позначення величини	Розрахункова формула
Круглий струмінь		
Відносна середня за витратою надлишкова температура	$\overline{\Delta t}_x^M = \dfrac{t_x^M - t_\infty}{t_0 - t_\infty}$	$\dfrac{6{,}45}{\sqrt{\beta_0} \cdot (\bar{x} - \bar{x}_0)} \cdot \sqrt{\dfrac{T_\infty}{T_0}}$
Відносна осьова надлишкова температура	$\overline{\Delta t}_{\text{ос}\,x} = \dfrac{t_{\text{ос}\,x} - t_\infty}{t_0 - t_\infty}$	$\dfrac{9{,}24}{\sqrt{\beta_0} \cdot (\bar{x} - \bar{x}_0)} \cdot \sqrt{\dfrac{T_\infty}{T_0}}$
Плоский струмінь		
Відносна середня за витратою надлишкова температура	$\overline{\Delta t}_x^M = \dfrac{t_x^M - t_\infty}{t_0 - t_\infty}$	$\dfrac{2{,}67}{\sqrt{\beta_0} \cdot \sqrt{\bar{x} - \bar{x}_0}} \cdot \sqrt{\dfrac{T_\infty}{T_0}}$
Відносна осьова надлишкова температура	$\overline{\Delta t}_{\text{ос}\,x} = \dfrac{t_{\text{ос}\,x} - t_\infty}{t_0 - t_\infty}$	$\dfrac{3{,}27}{\sqrt{\beta_0} \cdot \sqrt{\bar{x} - \bar{x}_0}} \cdot \sqrt{\dfrac{T_\infty}{T_0}}$
Кільцевий струмінь		
Відносна середня за витратою надлишкова температура	$\overline{\Delta t}_x^M = \dfrac{t_x^M - t_\infty}{t_0 - t_\infty}$	$\dfrac{2{,}67}{\sqrt{\beta_0} \cdot \sqrt{\left(1 + \dfrac{\bar{x}}{\bar{x}_\text{ц}}\right) \cdot (\bar{x} - \bar{x}_0)}} \cdot \sqrt{\dfrac{T_\infty}{T_0}}$
Відносна осьова надлишкова температура	$\overline{\Delta t}_{\text{ос}\,x} = \dfrac{t_{\text{ос}\,x} - t_\infty}{t_0 - t_\infty}$	$\dfrac{3{,}27}{\sqrt{\beta_0} \cdot \sqrt{\left(1 + \dfrac{\bar{x}}{\bar{x}_\text{ц}}\right) \cdot (\bar{x} - \bar{x}_0)}} \cdot \sqrt{\dfrac{T_\infty}{T_0}}$

Примітка. Значення величин $\bar{x}$, $\bar{x}_0$, $\bar{x}_\text{ц}$ і β_0 визначають аналогічно як для ізотермічних струменів.

Аналіз закономірностей вільних неізотермічних струменів базується на таких початкових даних [2, 13]:

– приєднання до струменя вторинного повітря з навколишнього середовища не змінює кількості руху і надлишкової теплоти від перерізу до перерізу, тобто,

$$J_x = J_0 ; \tag{7.53}$$

$$Q_x^* = Q_0^* , \tag{7.54}$$

де J_0 і J_x – кількість руху відповідно при витіканні з отвору і у довільному поперечному перерізі струменя на відстані *x*; Q_x^* і Q_0^* – кількість надлишкової теплоти відповідно внесеної первинним повітрям струменя у навколишній простір і транспортованої струменем через довільний попереречний переріз на відстані *x*;

– у вільному струмені будь-який лінійний розмір, який характеризує поперечний переріз, перебуває у прямій залежності від відстані *x*

$$y_{\text{хар}} = C \cdot x , \tag{7.55}$$

де *C* – коефіцієнт пропорційності; $y_{\text{хар}}$ – лінійний розмір, характерний для вибраного поперечного перерізу струменя;

– профіль швидкостей у поперечному перерізі сформованого вільного неізотермічного струменя характеризується показниковою залежністю Райхарда

$$\overline{u}_{x,y} = \frac{u_{x,y}}{u_{\text{ос } x}} = e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{y}{c\cdot x}\right)^2} , \tag{7.56}$$

де *e* – основа натуральних логарифмів; *c* – стала величина, яка дорівнює 0,082.

Згідно з залежністю (7.56) отримаємо: при *y* = 0 швидкість $u_{x,y} = u_{\text{ос } x}$; при *y* = ∞ швидкість $u_{x,y}$ = 0. У зв’язку з цим точну границю струменя встановити неможливо і тому застосовують поняття “активної області струменя”. **Уявною границею струменя** прийнято вважати криву мінімальної сталої швидкості $u_{x,y}$ = 0,15 м/с [7];

– розподілення надлишкових температур в основній зоні струменя характеризується залежністю Тейлора, яка із врахуванням (7.56) набуває вигляду

$$\overline{\Delta t}_{x,y} = \frac{t_{x,y} - t_\infty}{t_{\text{ос }x} - t_\infty} = e^{-\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{y}{c\cdot x}\right)^2}. \qquad (7.57)$$

Профілі відносних швидкостей і надлишкових температур у поперечному перерізі основної зони неізотермічного струменя, побудовані на основі залежностей (7.56) і (7.57), зображені на рис. 7.16.

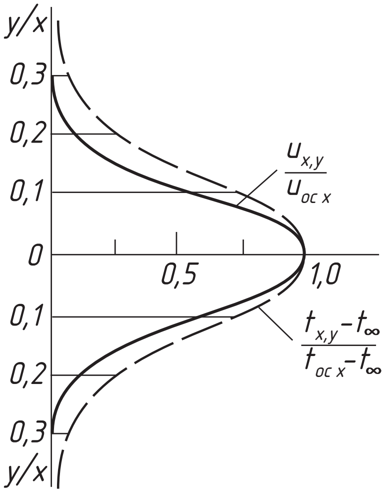


Рис. 7.16. Профілі відносних швидкостей і надлишкових температур у поперечному перерізі неізотермічного струменя

Рівняння (7.53) і (7.54) подамо у вигляді

$$J_0 = \int_0^\infty \rho_{x,y} \cdot u_{x,y}^2 \cdot d\omega; \qquad (7.58)$$

$$Q_0^* = c_p \cdot \int_0^\infty \rho_{x,y} \cdot u_{x,y} \cdot \Delta t_{x,y} \cdot d\omega, \qquad (7.59)$$

де c_p – питома теплоємність повітря за сталого тиску; $\rho_{x,y}$ – густина повітря у струмені; $u_{x,y}$ – місцева швидкість повітря у певній точці струменя; $\Delta t_{x,y} = t_{x,y} - t_\infty$ – місцева надлишкова температура у тій самій точці; $d\omega$ – елементарна площа у довільному поперечному перерізі струменя зі сталими значеннями швидкості $u_{x,y}$ і надлишкової температури $\Delta t_{x,y}$, яка є для осесиметричного струменя плоским кільцем радіусом y і елементарною шириною dy:

$$d\omega = 2 \cdot \pi \cdot y \cdot dy \,.$$

Приймаючи у першому наближенні густину повітря у струмені такою, що дорівнює густині навколишнього вторинного повітря ($\rho_{x,y} \approx \rho_\infty$) і заміняючи швидкість і надлишкову температуру у точці відповідно через швидкість і надлишкову температуру на осі струменя, можна записати рівняння (7.58) і (7.59) у вигляді

$$J_0 = 2 \cdot \pi \cdot \rho_\infty \cdot u^2_{\text{ос } x} \cdot \int_0^\infty e^{-\left(\frac{y}{c \cdot x}\right)^2} \cdot y \cdot dy \,;$$

$$Q_0^* = 2 \cdot \pi \cdot c_p \cdot \rho_\infty \cdot u_{\text{ос } x} \cdot \Delta t_{\text{ос } x} \cdot \int_0^\infty e^{-\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{y}{c \cdot x}\right)^2} \cdot y \cdot dy \,.$$

Після інтегрування отримаємо

$$J_0 = \pi \cdot c^2 \cdot \rho_\infty \cdot u^2_{\text{ос } x} \cdot x^2 \,;$$

$$Q_0^* = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot c^2 \cdot c_p \cdot \rho_\infty \cdot u_{\text{ос } x} \cdot \Delta t_{\text{ос } x} \cdot x^2 \,.$$

Звідси швидкість на осі струменя

$$u_{\text{ос } x} = \frac{1}{c \cdot \sqrt{\pi}} = \frac{\sqrt{J_0}}{\sqrt{\rho_\infty}} \cdot \frac{1}{x} \,; \tag{7.60}$$

надлишкова температура на осі струменя

$$\Delta t_{\text{ос } x} = \frac{3}{4 \cdot c \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{c_p \cdot \sqrt{\rho_\infty}} \cdot \frac{Q_0^*}{\sqrt{J_0}} \cdot \frac{1}{x} \,. \tag{7.61}$$

І. Шепельов [2] ввів поняття кінематичної M і теплової N характеристик струменя.

Кінематична характеристика осесиметричного струменя – це добуток швидкості у довільній точці на осі струменя $u_{\text{ос}\ x}$ на відстань x від початку витікання до цієї точки. Цей добуток є сталою величиною, яка визначається початковими кінематичними умовами витікання і параметрами вторинного повітря

$$M = u_{\text{ос}\ x} \cdot x = \frac{1}{c \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \frac{\sqrt{J_0}}{\sqrt{\rho_\infty}}. \tag{7.62}$$

Теплова характеристика осесиметричного струменя – це добуток надлишкової температури у довільній точці на осі струменя $\Delta t_{\text{ос}\ x}$ на відстань до цієї точки від початку витікання x. Цей добуток є сталою величиною, яка визначається початковими тепловими і кінематичними умовами витікання та параметрами вторинного повітря

$$N = \Delta t_{\text{ос}\ x} \cdot x = \frac{3}{4 \cdot c \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{c_p \cdot \sqrt{\rho_\infty}} \cdot \frac{Q_0^*}{\sqrt{J_0}}. \tag{7.63}$$

Підставляючи у рівняння (7.62) і (7.63) значення $J_0 = \rho_0 \cdot \omega_0 \cdot u_0^2$ і $Q_0^* = c_p \cdot \rho_0 \cdot \omega_0 \cdot u_0 \cdot \Delta t_0$, вводячи поправковий коефіцієнт φ на нерівномірність початкового поля швидкостей первинного повітря і підставляючи числові значення c = 0,082 [2] і π = 3,14, отримаємо

$$M = 6{,}88 \cdot \Theta \cdot \varphi \cdot u_0 \cdot \sqrt{\omega_0}; \tag{7.64}$$

$$N = 5{,}17 \cdot \frac{\Theta}{\varphi} \cdot \Delta t_0 \cdot \sqrt{\omega_0}, \tag{7.65}$$

де $\Theta = \sqrt{\rho_0 / \rho_\infty} = \sqrt{T_\infty / T_0}$ (тут ρ_0 – густина повітря у струмені на початку витікання; ρ_∞ – густина повітря у навколишньому просторі; T_∞ – абсолютна температура вторинного повітря; T_0 – абсолютна температура струменя на початку витікання); φ – поправковий коефіцієнт, який вра-ховує нерівномірність профілю швидкостей і струменя на початку витікання; $\varphi \approx \sqrt[4]{\zeta}$ (тут ζ – коефіцієнт місцевого опору повітророзподільника, зарахований до середньої швидкості в його живому перерізі); u_0 – середня швидкість у живому перерізі повітророзподільника; Δt_0 – середня надлишкова температура струменя на початку витікання.

Маючи значення величин M і N швидкість і надлишкову температуру на осі струменя визначають за простими формулами

$$u_{\text{ос}\ x} = \frac{M}{x}; \tag{7.66}$$

$$\Delta t_{\text{ос}\ x} = \frac{N}{x}. \tag{7.67}$$

Використовуючи формули (7.56) і (7.57), отримаємо значення швидкості і надлишкової температури у будь-якій точці поперечного перерізу основної зони круглого струменя

$$u_{x,y} = \frac{M}{x} \cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{y}{c\cdot x}\right)^2}; \tag{7.68}$$

$$\Delta t_{x,y} = \frac{N}{x} \cdot e^{-\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{y}{c\cdot x}\right)^2}. \tag{7.69}$$

Розв'язуючи рівняння (7.68) і (7.69) відносно ординати y, отримаємо рівняння ліній сталих швидкостей (*ізотах*) і ліній сталих температур (*ізотерм*):

$$\left.\begin{aligned} y &= c\cdot x\cdot\sqrt{2\cdot\ln\frac{M}{u_{x,y}\cdot x}}\,; \\ y &= 2\cdot c\cdot x\cdot\sqrt{\ln\frac{N}{\Delta t_{x,y}\cdot x}}\,. \end{aligned}\right\} \tag{7.70}$$

За значеннями ординати y з рівнянь (7.70) можна побудувати зовнішні контури "активної" частини струменя, якщо за граничну швидкість $u_{\text{гр}}$ і граничну надлишкову температуру $\Delta t_{\text{гр}}$ прийняти їх мінімально відчутні значення $u_{\text{гр}} = u_{\text{мін}}$ і $\Delta t_{\text{гр}} = \Delta t_{\text{мін}}$.

Лінії сталих швидкостей і температур, а отже, і лінії границь струменя будуть криволінійними.

Секундний об'єм повітря, який протікає через будь-який поперечний переріз струменя, виначається за рівнянням

$$Q_x = \int_0^{\infty} u_{x,y} \cdot d\omega .$$

Після інтегрування попереднє рівняння набуде вигляду

$$Q_x = 2 \cdot \pi \cdot c^2 \cdot M \cdot x . \qquad (7.71)$$

Всі формули І. Шепельова придатні тільки для сформованого струменя, тобто для тієї його частини, в якій профілі швидкостей і надлишкових температур у будь-якому поперечному перерізі відповідно подібні.

Довжину зони формування струменя можна визначити або з рівняння (7.66) за умови $u_{\text{ос}\ x} = u_0$, або з рівняння (7.67) при $\Delta t_{\text{ос}\ x} = \Delta t_0$. Довжина зони формування струменя, знайдена за цими двома умовами, буде різною і становитиме: за першою умовою $x_{\text{п}} = 6{,}88 \cdot \Theta \cdot \sqrt{\omega_0}$, а за другою умовою $x_{\text{п}} = 5{,}17 \cdot \Theta \cdot \sqrt{\omega_0}$. Розбіжність у значеннях можна пояснити недостатньою точністю залежності Тейлора (7.41).

Зважаючи на аналогічні передумови, як і для осесиметричного струменя, І. Шепельовим отримані розрахункові залежності для плоского і віяльного струменів (табл. 7.9. і 7.10). За формулами табл. 7.10 можна розраховувати як слабко неізотермічні струмені, так і ізотермічні.

Таблиця 7.9

Розрахункові формули для кінематичної і теплової характеристик слабко неізотермічних притікальних струменів

Струмінь	Розрахункова формула для характеристики	
	кінематичної M	теплової N
Компактний (круглий і квадратний)	$6{,}88 \cdot \Theta \cdot \varphi \cdot u_0 \cdot \sqrt{\omega_0}$	$5{,}17 \cdot \dfrac{\Theta}{\varphi} \cdot \Delta t_0 \cdot \sqrt{\omega_0}$
Плоский	$2{,}62 \cdot \Theta \cdot \varphi \cdot u_0 \cdot \sqrt{\omega_0 / l_0}$	$2{,}27 \cdot \dfrac{\Theta}{\varphi} \cdot \Delta t_0 \cdot \sqrt{\omega_0 / l_0}$
Повний віяльний	$1{,}046 \cdot \Theta \cdot \varphi \cdot u_0 \cdot \sqrt{\omega_0}$	$0{,}91 \cdot \dfrac{\Theta}{\varphi} \cdot \Delta t_0 \cdot \sqrt{\omega_0}$

Продовження табл. 7.9

Струмінь	Розрахункова формула для характеристики	
	кінематичної M	теплової N
Неповний віяльний	$19{,}9 \cdot \Theta \cdot \varphi \cdot u_0 \cdot \sqrt{\omega_0/\beta_0}$	$17{,}2 \cdot \frac{\Theta}{\varphi} \cdot \Delta t_0 \cdot \sqrt{\omega_0/l_0}$

Примітка. l_0 – довжина повітровипускального отвору, який формує плоский або неповний віяльний струмінь.

Таблиця 7.10

Розрахункові формули
для слабко неізотермічних притікальних струменів [2]

Розрахункова величина	Позначення величини	Розрахункова формула для струменів	
		компактного і віяльного	плоского
Швидкість на осі струменя, м/с	$u_{\text{ос } x}$	M/x	$M/\sqrt{x}$
Швидкість у будь-якій точці струменя, м/с	$u_{x,y}$	$\frac{M}{x} \cdot e^{-\left(8{,}6 \cdot \frac{y}{x}\right)^2}$	$\frac{M}{\sqrt{x}} \cdot e^{-\left(8{,}6 \cdot \frac{y}{x}\right)^2}$
Надлишкова температура на осі струменя, ˚С	$\Delta t_{\text{ос } x}$	$\frac{N}{x}$	$\frac{N}{\sqrt{x}}$
Надлишкова температура у будь-якій точці струменя, ˚С	$\Delta t_{x,y}$	$\frac{N}{x} \cdot e^{-\left(6{,}1 \cdot \frac{y}{x}\right)^2}$	$\frac{N}{\sqrt{x}} \cdot e^{-\left(6{,}1 \cdot \frac{y}{x}\right)^2}$
Півширина струменя у довільному перерізі для $u_{\text{гр}}$, м	$y_{\text{гр}}$	$0{,}176 \cdot x \cdot \sqrt{\lg \frac{M}{u_{\text{гр}} \cdot x}}$	$0{,}176 \cdot x \cdot \sqrt{\lg \frac{M}{u_{\text{гр}} \cdot \sqrt{x}}}$

Продовження табл. 7.10

Розрахункова величина	Позначення величини	Розрахункова формула для струменів	
		компактного і віяльного	плоского
Півширина струменя у довільному перерізі для $\Delta t_{гр}$, м	$y_{гр}$	$0{,}25 \cdot x \cdot \sqrt{\lg \dfrac{N}{\Delta t_{гр} \cdot x}}$	$0{,}25 \cdot x \cdot \sqrt{\lg \dfrac{N}{\Delta t_{гр} \cdot \sqrt{x}}}$
Далекобійність струменя для $u_{гр}$, м	$x_{гр}$	$\dfrac{M}{u_{гр}}$	$\left(\dfrac{M}{u_{гр}}\right)^2$
Те саме, для $\Delta t_{гр}$, м	$x_{гр}$	$\dfrac{N}{\Delta t_{гр}}$	$\left(\dfrac{N}{\Delta t_{гр}}\right)^2$
Секундна витрата повітря в компактному або у плоскому струмені, м^3/с	Q_x	$0{,}042 \cdot M \cdot x$	$0{,}205 \cdot M \cdot l_0 \cdot \sqrt{x}$
Те саме, у повному віяльному струмені, м^3/с	Q_x	$1{,}29 \cdot M \cdot x$	–
Те саме, у неповному віяльному струмені, м^3/с	Q_x	$0{,}0036 \cdot \beta_0 \cdot M \cdot x$	–

Експериментальна перевірка формули для осьової швидкості (7.66), яка проведена В. Талієвим і А. Терпіняном для круглого ізотермічного струменя, показала, що для рівномірного початкового поля швидкостей за c = 0,082 розрахунок дає розбіжність з дослідом 2,9...7,8 %. Для нерівномірного початкового поля швидкостей за того самого значення с = 0,082 розбіжність з дослідом різко збільшувалась і становила 44...9 %. У формулах І. Шепельова значення величин x_0 і c потрібно визначати для кожного повітророзподільника експериментально.

Нагріті і холодні струмені. Неізотермічний струмінь, який під впливом Архімедових сил помітно відхиляється у просторі від початкового напрямку витікання, називають **повітряним фонтаном**.

Використовуючи закономірності з викривлення осі струменя [2] і значення кінематичної та теплової його характеристик, І. Шепельов пропонує такі розрахункові формули для неізотермічних струменів (повітряних фонтанів) (табл. 7.11).

Таблиця 7.11

Розрахункові формули для неізотермічних струменів (повітряних фонтанів)

Розрахункова величина	Позначення величини	Розрахункова формула для струменя	
		компактного і віяльного	плоского
Характеристика струменя	H	$\left(\frac{T_\infty \cdot M^2}{g \cdot N}\right)^{1/2}$	$\left(\frac{T_\infty \cdot M^2}{g \cdot N}\right)^{2/3}$
Рівняння осі струменя за $\alpha \neq 0$	y	$x \cdot \mathrm{tg}\,\alpha \pm \frac{1}{3 \cdot H^2} \cdot \left(\frac{x}{\cos\alpha}\right)^3$	$x \cdot \mathrm{tg}\,\alpha \pm \frac{0{,}4}{H^{3/2}}\left(\frac{x}{\cos\alpha}\right)^{5/2}$
Те саме, за $\alpha = 0$	y	$\pm\frac{x^3}{3 \cdot H^2}$	$\pm\frac{0{,}4 \cdot x^{5/2}}{H^{3/2}}$
Далекобійність струменя	$x_{\text{гр}}$	$\sqrt{3} \cdot H \cdot \cos\alpha \cdot \sqrt{\sin\alpha}$	$1{,}84 \cdot H \cdot \cos\alpha \cdot \sin^{2/3}\alpha$
Абсциса вершини струменя	$x_{\text{в}}$	$H \cdot \cos\alpha \cdot \sqrt{\sin\alpha} = 0{,}578 \cdot x_{\text{гр}}$	$H \cdot \cos\alpha \cdot \sin^{2/3}\alpha = 0{,}543 \cdot x_{\text{гр}}$
Ордината вершини струменя	$y_{\text{в}}$	$0{,}67 \cdot H \cdot \sin^{3/2}\alpha$	$0{,}6 \cdot H \cdot \sin^{5/3}\alpha$
Максимальна висота підіймання струменя за $\alpha = 90^\circ$	$y_{\text{в макс}}$	$0{,}67 \cdot H$	$0{,}6 \cdot H$
Швидкість на осі струменя	$u_{\text{ос}\ x}$	$\frac{M \cdot \cos\alpha}{x} \times \sqrt{\cos^2\alpha + \left[\sin\alpha \pm \left(\frac{x}{H \cdot \cos\alpha}\right)^2\right]^2}$	$\frac{M \cdot \sqrt{\cos\alpha}}{\sqrt{x}} \times \sqrt{\cos^2\alpha + \left[\sin\alpha \pm \left(\frac{x}{H \cdot \cos\alpha}\right)^{3/2}\right]^2}$

Продовження табл. 7.11

Розрахункова величина	Позначення величини	Розрахункова формула для струменя	
		компактного і віяльного	плоского
Надлишкова температура на осі струменя	$\Delta t_{\text{ос }x}$	$\dfrac{N\cdot\cos\alpha}{x}$	$\dfrac{N\cdot\sqrt{\cos\alpha}}{\sqrt{x}}$

Примітка. α – кут напрямку витікання струменя по відношенню до горизонтальної площини.

7.2.1. Критерій Архімеда для вентиляційних струменів. На розвиток струменя у приміщенні і швидкість його руху суттєво впливає співвідношення масової та інерційної сил.

Розрізняють два випадки:

– сили інерції і маси скеровані однаково (холодне повітря витікає із стелі у напрямку підлоги, або тепле витікає з підлоги у напрямку стелі);

– сили інерції і маси скеровані протилежно (тепле повітря витікає із стелі у напрямку підлоги, або холодне витікає з підлоги у напрямку стелі).

У другому випадку швидкість струменя внаслідок дії масових сил може впасти до нуля, а напрямок руху може бути протилежним. Наприклад: струмінь холодного повітря не підніметься до стелі, а утворить зону холоду над підлогою; струмінь теплого повітря не досягне підлоги і над підлогою утвориться зона холоду.

Швидкість повітря, яка виникає внаслідок дії масових (температурних) сил (рис. 7.17), можна визначити за формулою [7]

$$u_y = \left(2\cdot g\cdot H\cdot \Delta T_0 / T_\infty\right)^{1/2},$$

де g = 9,81 м^2/с – прискорення вільного падіння; H – висота приміщення, м; $\Delta T_0 = T_0 - T_\infty$, К.

Сила інерції є пропорційною до квадрата початкової швидкості витікального повітря. У зв'язку з цим, згідно з рис. 7.17, *критерій Архімеда* запишемо у вигляді

$$\mathrm{Ar} = \frac{u_y^2}{u_0^2} = \frac{2\cdot g\cdot H\cdot \Delta T_0}{u_0^2\cdot T_\infty}. \qquad (7.72)$$

Звичайно множник 2 у формулі (7.72) опускають, а замість висоти приміщення H приймають інший характерний розмір.

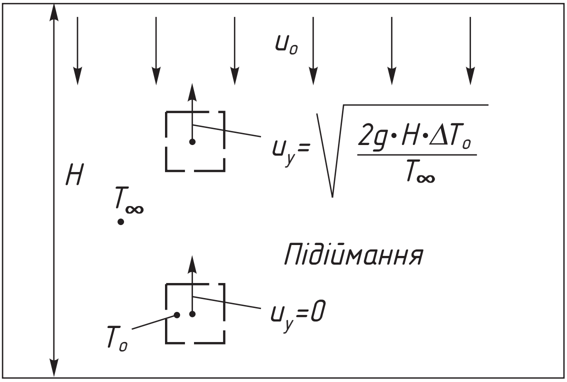


Рис. 7.17. До визначення швидкості повітря,
яка виникає внаслідок дії масових (температурних) сил

Цим способом визначають критерії Архімеда для таких випадків, а саме:

– для приміщень, які проникальні для струменя (витискальний струмінь),

$$\mathrm{Ar} = \frac{g}{T_\infty}\cdot\frac{\Delta T_0}{H}\cdot\left(\frac{3600}{n}\right)^2\cdot(1-\varepsilon)^2 = \frac{g\cdot\Delta T_0\cdot H}{T_\infty\cdot u_0^2}\cdot(1-\varepsilon)^2, \qquad (7.73)$$

де n – кратність повітрообміну, 1/год; u_0 – середня початкова швидкість витікання струменя, м/с;

– для круглих поодиноких струменів, які взаємно не впливають один на одного,

$$\mathrm{Ar} = \frac{g\cdot\Delta T_0\cdot D_0}{T_\infty\cdot u_0^2}, \qquad (7.74)$$

де D_0 – початковий діаметр струменя, м;

– для плоских поодиноких струменів

$$\mathrm{Ar} = \frac{g\cdot\Delta T_0\cdot 2\cdot B_0}{T_\infty\cdot u_0^2}, \qquad (7.75)$$

де B_0 – початкова півширина струменя, м.

Величина ε – це ступінь затінення габаритної площі повітровипускального отвору меблями, машинами тощо. У разі витікання струменя з усієї поверхні підлоги вертикально знизу уверх, якщо пілога не заставлена меблями або машинами, то ε = 0.

Для випадку T_∞ = 293 К (20 ˚С) формули (7.74) і (7.75) набувають вигляду

$$\mathrm{Ar} = 0{,}0335 \cdot D_0 \cdot \Delta T_0 \big/ u_0^2 \text{ – для круглого струменя;}$$

$$\mathrm{Ar} = 0{,}067 \cdot B_0 \cdot \Delta T_0 \big/ u_0^2 \text{ – для плоского струменя.}$$

Витискальні струмені (формула (7.73)) у випадку обігрівання є прямими, ще стабільними і не змінюють свого напрямку , якщо:

– при витіканні вертикально знизу вверх $\mathrm{Ar} \le 360$;

– при витіканні вертикально зверху вниз $\mathrm{Ar} \le 46$.

Разом з тим ΔT_0 у формулі (7.73) приймають як різницю температур між температурою витікального з приміщення повітряного потоку і початковою температурою притікального у приміщення струменя, а як T_∞ – температуру приміщення.

Приклад 7.4. Повітряний витискальний струмінь витікає вертикально зверху вниз за ε = 0. Різниця температур притікального і витікального повітря ΔT_0 = 5 ˚С (повітряне обігрівання приміщення). Температура приміщення T_∞ = 20 ˚С = 293 К, а його висота H = = 3 м. Швидкість витискання $u_0 = (F_{\text{ст}} \cdot H) \cdot n / (3600 \cdot F_{\text{ст}}) = H \cdot n / 3600$, м/с (де $F_{\text{ст}}$ – площа стелі приміщення, яка однакова з площею підлоги; n – кратність повітрообміну, 1/год).

Р о з в ’ я з у в а н н я

За умови, що

$$\mathrm{Ar} = \frac{g \cdot \Delta T_0}{T_\infty \cdot H} \cdot \left(\frac{3600}{n}\right)^2 \cdot (1-\varepsilon)^2 = \frac{g \cdot \Delta T_0}{T_\infty \cdot H} \cdot \left(\frac{3600}{n}\right)^2 \cdot (1-0)^2 \le 46\,,$$

то потрібна кратність повітрообміну приміщення

$$n = 3600 \cdot \sqrt{\frac{g \cdot \Delta T_0}{46 \cdot T_\infty \cdot H}} = 3600 \cdot \sqrt{\frac{9{,}81 \cdot 5}{46 \cdot 293 \cdot 3}} = 125 \text{ 1/год,}$$

а це відповідає швидкості витискання

$$u_0 = H \cdot n / 3600 = 3 \cdot 125 / 3600 = 0{,}105 \text{ м/с.}$$

Така велика кратність повітрообміну (125 1/год) може зумовити протяг у вентильованому приміщенні. З цього приводу для обігрівання приміщення раціональніше застосувати схему витікання знизу вверх, оскільки у цьому разі може бути $\mathrm{Ar} \le 360$. Тоді за ε = 0 достатня кратність повітрообміну становитиме n = 45 1/год, а відповідна швидкість витискання u_0 = 0,038 м/с.

Критерій Архімеда є важливим числом подібності під час моделювання вентиляції приміщень.

Приклад 7.5. Під час моделювання висота моделі становить тільки одну четверту висоти приміщення ($H_м = 1/4 \cdot H_н$). Що потрібно зробити для забезпечення однакових критеріїв Архімеда у натури і на моделі?

Р о з в ' я з у в а н н я

Для забезпечення однакових критеріїв Архімеда у натури і на моделі потрібно або чотириразово збільшити різницю температур ΔT_0, або прийняти у чотири рази нижчу температуру моделі T_∞, або вдвічі меншу швидкість витискання u_0.

7.2.2. Практичні залежності для розрахунку траєкторії осі вільних неізотермічних вентиляційних струменів. Якщо температура у струмені є нижчою, або вищою від температури у приміщенні, то цей струмінь опускається вниз чи піднімається вверх внаслідок дії гравітаційних сил.

Опускання або підіймання осі вільного неізотермічного струменя з горизонтальним скеруванням витікання можна розрахувати за такими залежностями А. Коестеля [7]:

$$\frac{y}{D_{екв}} = \pm 0{,}06 \cdot \mathrm{Ar} \cdot \left(\frac{x}{D_{екв}} \right)^3, \tag{7.76}$$

або за температури навколишнього середовища t_∞ = 20 °С

$$\frac{y}{D_{екв}} = \pm 0{,}002 \cdot \frac{\Delta T_0 \cdot D_{екв}}{u_0^2} \cdot \left(\frac{x}{D_{екв}} \right)^3, \tag{7.77}$$

де y – опускання або підіймання осі струменя, м; $\Delta T_0 = T_0 - T_\infty$ – різниця температур, К; $D_{екв}$ – еквівалентний (гідравлічний) діаметр повітровипускального отвору, м; u_0 – початкова швидкість струменя, м/с; x – відстань від площини витікального отвору, м.

Аналіз вищенаведених формул вказує на те, що далекобійність струменя суттєво не змінюється. Однак результати експериментальних досліджень вільних круглих струменів, проведені Б. Ханелем і Б. Вейдманом [7], дають певну розбіжність

$$\frac{y}{D_{екв}} = \pm(0{,}066...0{,}088) \cdot \mathrm{Ar} \cdot \left(\frac{x}{D_{екв}} \right)^3, \tag{7.78}$$

або за температури навколишнього середовища t_∞ = 20 °С

$$\frac{y}{D_{екв}} = \pm(0{,}0022...0{,}003) \cdot \frac{\Delta T_0 \cdot D_{екв}}{u_0^2} \cdot \left(\frac{x}{D_{екв}} \right)^3. \tag{7.79}$$

Приклад 7.6. На скільки знизиться на відстані x = 10 м вісь повітряного струменя, який витікає з круглого отвору діаметром $D_{екв} = d_0 = 0{,}2$ м з початковою середньою швидкістю $u_0 = 6$ м/с. Початкова температура струменя T_0 є на 10 К нижчою за температуру навколишнього повітря T_∞.

Р о з в ' я з у в а н н я

За формулою (7.79) маємо

$$\frac{y}{D_{екв}} = (0{,}0022...0{,}003)\cdot\frac{\Delta T_0\cdot D_{екв}}{u_0^2}\cdot\left(\frac{x}{D_{екв}}\right)^3 =$$

$$= (0{,}0022...0{,}003)\cdot\frac{10\cdot 0{,}2}{6^2}\cdot\left(\frac{10}{0{,}2}\right)^3 = 15{,}3...20{,}8.$$

Звідси зниження осі струменя становитиме

$$y = (15{,}3...20{,}8)\cdot D_{екв} = (15{,}3...20{,}8)\cdot 0{,}2 = 3{,}1...4{,}2 \text{ м.}$$

Універсальні залежності для розрахунку траєкторії осі струменів, які витікають під кутом α до горизонтальної поверхні, встановив Б. Регеншайт [7]:

для круглого струменя

$$\frac{y}{D_0} = \frac{x}{D_0}\cdot \operatorname{tg}\alpha \pm 0{,}33\cdot m\cdot \mathrm{Ar}\cdot\left(\frac{x}{D_0\cdot\cos\alpha}\right)^3, \tag{7.80}$$

а за температури навколишнього повітря $t_\infty = 20$ °С

$$\frac{y}{D_0} = \frac{x}{D_0}\cdot \operatorname{tg}\alpha \pm 0{,}011\cdot m\cdot\frac{\Delta T_0\cdot D_0}{u_0^2}\cdot\left(\frac{x}{D_0\cdot\cos\alpha}\right)^3, \tag{7.81}$$

а за $m = 0{,}2$ і $\alpha = 0°$

$$\frac{y}{D_0} = \pm 0{,}0022\cdot\frac{\Delta T_0\cdot D_0}{u_0^2}\cdot\left(\frac{x}{D_0}\right)^3.$$

для плоского струменя

$$\frac{y}{2\cdot B_0} = \frac{x}{2\cdot B_0}\cdot \operatorname{tg}\alpha \pm 0{,}4\cdot\sqrt{m}\cdot \mathrm{Ar}\cdot\left(\frac{x}{2\cdot B_0\cdot\cos\alpha}\right)^{2{,}5}, \tag{7.82}$$

а за температури $t_\infty = 20$ °С, $m = 0{,}2$ і $\alpha = 0°$ формула (7.82) набуде вигляду

$$\frac{y}{2\cdot B_0} = \pm 0{,}006\cdot\frac{\Delta T\cdot 2\cdot B_0}{u_0^2}\cdot\left(\frac{x}{2\cdot B_0}\right)^{2{,}5},$$

де α – кут витікання струменя стосовно горизонтальної поверхні, град (додатний – за витікання вверх, від'ємний – за витікання вниз); Ar – критерій Архімеда (додатний – коли $T_0 > T_\infty$; від'ємний – коли $T_0 < T_\infty$); m – коефіцієнт змішування первинного і вторинного повітря (m = = 0,12...0,2 – для круглих струменів; m = 0,15...0,22 – для плоских струменів, причому менші значення m стосуються холодних струменів, а більші значення m – теплих струменів).

Оскільки теплі струмені переважно мають значно більшу різницю температур ΔT_0, ніж холодні струмені, і відповідно більшу початкову турбулентність, то значення коефіцієнта змішування для них досягає $m \leq 0{,}6...0{,}7$.

Результати розрахунку траєкторії вільного струменя з початковою витратою Q_0 = 50...200 м^3/год, який витікає під кутом $\alpha = \pm 45^\circ$ показані на рис. 7.18.

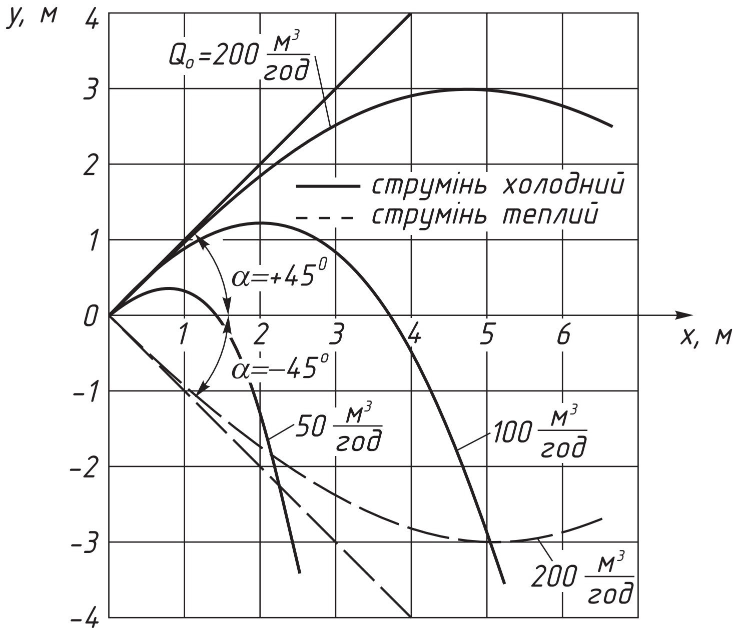


Рис. 7.18. Вплив витрати первинного повітря на траєкторію осі струменя за таких початкових умов:
$\Delta T_0 = -8$ K і $\alpha = +45^\circ$ для холодного струменя;
$\Delta T_0 = +8$ K і $\alpha = -45^\circ$ для теплого струменя
(висота повітровипускального отвору $2 \cdot B_0$ = 1 см;
коефіцієнт змішування m = 0,2)

7.3. НАПІВОБМЕЖЕНІ ПРИТІКАЛЬНІ СТРУМЕНІ. ЕФЕКТ ПРИЛИПАННЯ

Якщо струмінь витікає вздовж жорсткої повітронепроникної поверхні і край повітровитікального отвору дотикається до цієї поверхні, то струмінь буде стелитися (прилипати) до цієї поверхні. Такі струмені називають **напівобмеженими.**

Далекобійність напівообмеженого струменя більша, ніж вільного, оскільки спостерігається половинне розширення струменя і відповідно менша взаємодія з повітрям приміщення. Гальмівна дія поверхні, по якій стелиться струмінь, є незначною порівняно з гальмівною дією навколишнього повітря. Межовий шар струменя з боку поверхні має незначну товщину, а з протилежного боку він швидко зростає і стає приблизно таким самим, як і у вільного струменя.

Розрахунок круглого струменя, який стелиться по поверхні, для випадків, коли край повітровипускальної насадки прилягає до поверхні, з достатньою точністю можна виконувати за розрахунковими залежностями вільного струменя круглого перерізу, якщо в них замість R_0 підставити величину $R_0 \cdot \sqrt{2}$.

Для плоского напівобмеженого струменя також можна використати формули розрахунку плоского вільного струменя, вводячи в них замість початкової півширини B_0 повну ширину $2B_0$.

Якщо плоский струмінь витікає із щілинного отвору на певній відстані від поверхні паралельно до неї (рис. 7.19, *а*), то внаслідок вихороутворення у зоні, обмеженій струменем і твердими поверхнями, і одностороннього впливу тиску навколишнього повітря, траєкторія руху струменя викривиться в напрямку поверхні і струмінь рухатиметься вздовж неї як напівобмежений. Це явище існує, якщо відстань a менша в 30...50 разів від початкової товщини струменя ($2B_0$), і незначно залежить від початкової швидкості витікання.

Подібний ефект має місце, якщо струмінь витікає під кутом α до поверхні (рис. 7.19, *б*). Якщо струмінь плоский, то зміна напрямку його руху і "прилипання" до поверхні існує при $\alpha \leq 45^{\circ}$. Для коротких плоских струменів $\left(l/\left(2B_0\right) < 25\right)$ навіть за менших значень α струмінь не "прилипає" до поверхні.

За паралельного витікання двох суміжних плоских струменів (рис. 7.19, *в*) утворюються два вихори, які прилипають один до другого у випадку, коли відстань між сусідніми повітровипускальними отворами є менша за певне значення. Інколи це явище називають **ефектом межової поверхні вихорів**.

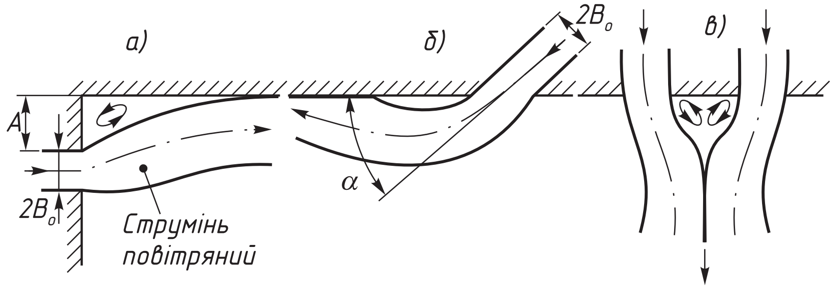


Рис. 7.19. Ефект "прилипання" плоских повітряних струменів

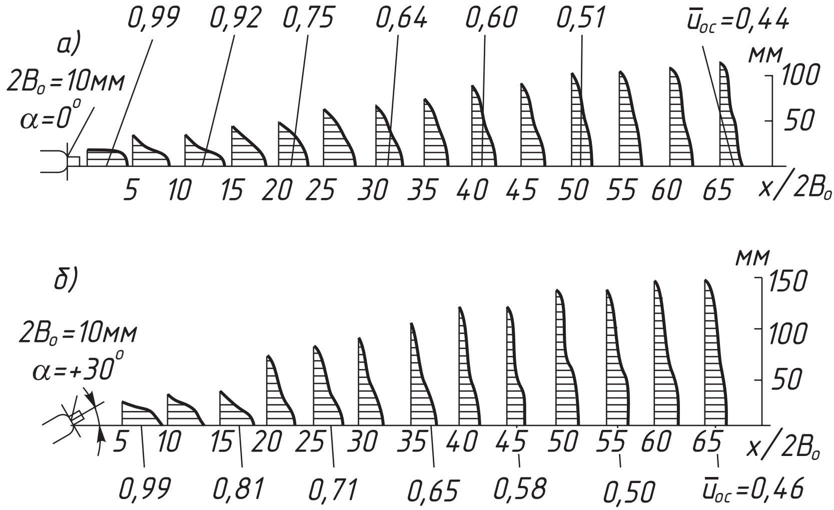


Рис. 7.20. Схема розподілення швидкостей
в напівобмежених струменях,
які "стеляться" на тверду поверхню

Відривання холодного струменя від стелі або теплого струменя від підлоги приміщення пояснюється дією сил Архімеда. Місце відривання "прилиплого" струменя від цих поверхонь залежить від співвідношення Архімедових, інерційних і в'язкісних сил.

Досліди проведені М. Бромлеєм з нагрітим круглим струменем показали, що відривання його від поверхні за різних початкових швидкостей витікання у діапазоні Re_d = 3100…19000 і Ar = 0,0023…0,054 відбувається на різних відстанях.

За значень $\mathrm{Ar} = g \cdot d_0 \cdot \Delta T_0 / (u_0^2 \cdot T_\infty)$ від 0,0023 до 0,0097 холодний струмінь не відривається від поверхні протягом $x/D_0 \le 22…25$; за Ar = = 0,0127…0,0207 відривання струменя відбувається на відстані x/D_0 = = 6…7, а за Ar = 0.054 і Re_d = 3100 струмінь взагалі не стелиться по поверхні. Якщо повітровипускальна насадка віддалена від поверхні, то відривання "прилиплого" до неї струменя настає на меншій відстані x/D_0.

Таблиця 7.12

Рівняння повітряних струменів згідно з рекомендаціями Б. Регеншайта [8]

Розрахункова величина	Вільний струмінь круглого перерізу	Вільний плоский струмінь	Вільний струмінь, який витікає з прямокутних отворів (рівняння чинні у діапазоні від $\frac{x}{2B_0} = \frac{1}{m} \cdot \frac{l_0}{2B_0}$)	Плоский пристінний струмінь
Довжина зони ядра	$x_я = D_0 / m$	$x_я = 2B_0 / m$	$x_я = 2B_0 / m$	$x_я = 4B_0 / m$
Осьова швидкість $u_{\text{ос}\ x}$: - ізотермічні струмені	$\frac{u_{oc\ x}}{u_0} = \frac{x_я}{x} = \frac{D_0}{m \cdot x}$	$\frac{u_{\text{ос}\ x}}{u_0} = \sqrt{\frac{x_я}{x}} = \sqrt{\frac{2B_0}{m \cdot x}}$	$\frac{u_{oc\ x}}{u_0} = \frac{x_я}{x}\sqrt{\frac{l_0}{2b_0}} = \frac{2B_0}{m \cdot x}\sqrt{\frac{l_0}{2B_0}}$	$\frac{u_{oc\ x}}{u_0} = \sqrt{\frac{x_я}{x}} = \sqrt{\frac{4B_0}{m \cdot x}}$
- неізотермічні струмені	$\frac{u_{oc\ x}}{u_0} = \frac{x_я}{x} \pm \sqrt{\frac{\mathrm{Ar}}{m} \cdot \left(1 + \ln\frac{2x}{x_я}\right)}$	$\frac{u_{\text{ос}\ x}}{u_0} = \sqrt{\frac{x_я}{x}} \pm \sqrt{\frac{\mathrm{Ar}}{m} \cdot \left(2{,}83 \cdot \sqrt{\frac{x}{x_я}} - 1\right)}$		
Кут розширення ізотермічного струменя	≈24°	≈33°	≈24°	≈16,5°

Розрахункова величина	Вільний струмінь круглого перерізу	Вільний плоский струмінь	Вільний струмінь, який витікає з прямокутних отворів (рівняння чинні у діапазоні від $\frac{x}{2B_0} = \frac{1}{m} \cdot \frac{l_0}{2B_0}$)	Плоский пристінний струмінь
Відносна витрата повітря в струмені	$\frac{Q_x}{Q_0} = 2 \cdot \frac{x}{x_я} = 2 \cdot m \frac{x}{D_0}$	$\frac{Q_x}{Q_0} = \sqrt{\frac{2x}{x_я}} = \sqrt{\frac{m \cdot x}{B_0}}$	$\frac{Q_x}{Q_0} = 2 \cdot \frac{x}{x_я} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot B_0}{l_0}} = \frac{m \cdot x}{B_0} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot B_0}{l_0}}$	$\frac{Q_x}{Q_0} = \sqrt{\frac{2x}{x_я}} = \sqrt{\frac{m \cdot x}{2B_0}}$
Надлишкова відносна температура на осі неізотермічного струменя	$\frac{\Delta T_{ос\ x}}{\Delta T_0} = \frac{3}{4} \cdot \frac{x_я}{x} = \frac{3}{4} \cdot \frac{D_0}{m \cdot x}$	$\frac{\Delta T_{ос\ x}}{\Delta T_0} = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot \frac{x_я}{x}} = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot \frac{B_0}{m \cdot x}}$	$\frac{\Delta T_{ос\ x}}{\Delta T_0} = \frac{3}{4} \cdot \frac{x_я}{x} \sqrt{\frac{l_0}{x}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{B_0}{m \cdot x} \cdot \sqrt{\frac{l_0}{2B_0}}$	$\frac{\Delta T_{ос\ x}}{\Delta T_0} = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot \frac{x_я}{x}} = \sqrt{\frac{3B_0}{m \cdot x}}$

Примітки. D_0 – діаметр повітровипускального отвору, м; l_0 – довжина щілинного отвору, м; B_0 – півширина щілинного отвору, м; m – коефіцієнт змішування вторинного і первинного повітря (за малої початкової турболентності m = 0,15; за великої турбулентності m = 0,25); x – відстань від отвору, м; u_0 – середня початкова швидкість струменя, м/с; $u_{ос\ x}$ – осьова швидкість на відстані x, м/с; Ar – число Архімеда; Q_0 – витрата первинного повітря в отворі, м^3/с; Q_x – витрата повітря в перерізі на відстані x, м^3/с; $\Delta T_0 = T_0 - T_\infty$ – різниця температур в отворі і навколишнього середовища, К; $\Delta T_{ос\ x} = T_{ос\ x} - T_\infty$, К; рівняння чинні в діапазоні від $x > x_я$ до $x < (40…300) \cdot D_0$ або $x < (80…600) \cdot B_0$.

7.4. СТРУМЕНІ, ЯКІ ВИТІКАЮТЬ В ОБМЕЖЕНИЙ ПРОСТІР

У замкнутих приміщеннях розвиток притікальних струменів (рис. 7.21) значно відрізняється від розвитку вільних струменів (рис. 7.3, *а*). У випадку вільного струменя вторинне повітря вільно ежектується з усіх напрямків, а у випадку замкнутого приміщення таке явище спостерігається тільки на початку струменя. Коли площа поперечного перерізу струменя $\omega_{стр}$ мала порівняно з площею поперечного перерізу приміщення $\omega_{пр}$, струмінь розвивається як вільний (розширюється під кутом α_1 (рис. 7.21)). Починаючи з перерізу, де $\omega_{стр} = 0{,}2…0{,}25\omega_{пр}$ (його називають **першим критичним перерізом**), струмінь відрізняється від вільного: сповільнюється приріст площі поперечного перерізу і витрата повітря в ньому; зменшується кількість руху; розширення відбувається під кутом α_2. Після того, як площа поперечного перерізу струменя досягає 42…45 % від площі поперечного перерізу приміщення (**другий критичний переріз**), струмінь різко загасає: поступово або раптово зменшується до нуля витрата і відповідно кількість руху, осьова швидкість і поперечний переріз; кут звуження струменя становить α'. У стиснених умовах епюри розподілення швидкостей в різних поперечних перерізах не є подібними, а за межами бокової поверхні струменя діє зворотний потік (рис. 7.21, 7.22).

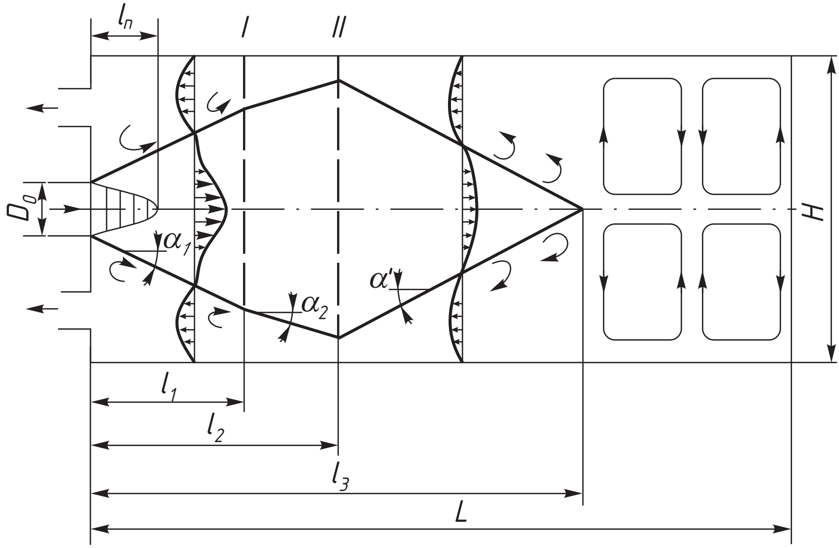


Рис. 7.21. Схема ізотермічного струменя круглого перерізу, який витікає в тупик

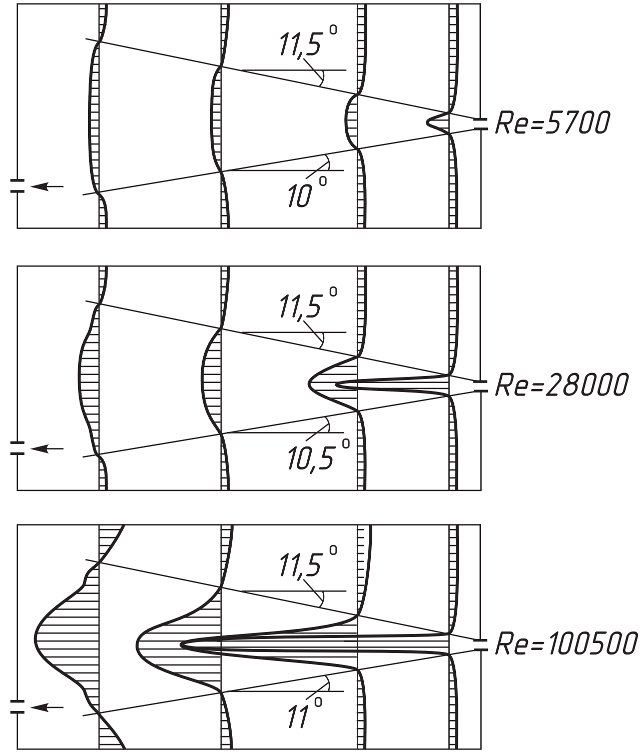


Рис. 7.22. Розвиток притікальних струменів круглого перерізу під впливом огорож приміщення (експериментальні дані)

Таблиця 7.13

Формули для розрахунку тупикового струменя круглого перерізу [4]

Зони струменя	$l_п$	l_1	l_2	l_3
Відносна довжина зони	$\frac{l_п}{D_0} = \frac{1}{a}\left(\frac{0{,}025}{\sqrt{u_0}} - 0{,}133\right)$	$\frac{l_1}{D_0} = \frac{1}{a}\left(\frac{0{,}0625}{\sqrt{u_0}} - 0{,}133\right)$	$\frac{l_2}{D_0} = \frac{1}{a}\left(\frac{0{,}13}{\sqrt{u_0}} - 0{,}133\right)$	$\frac{l_3}{D_0} = \frac{0{,}333}{\operatorname{tg}\alpha' \cdot \sqrt{u_0}} + \frac{1}{a}\left(\frac{0{,}13}{\sqrt{u_0}} - 0{,}133\right)$
Формула дійсна	від 0 до $l_п$	від $l_п$ до l_1	від l_1 до l_2	від l_2 до l_3

Продовження табл. 7.13

Зони струменя	$l_п$	l_1	l_2	l_3
Відносний діаметр D_l / d_0	$1+7{,}52\cdot\frac{a\cdot l}{D_0}$		$0{,}384+\frac{0{,}29}{\sqrt{u_0}}+2{,}89\cdot\frac{a\cdot l}{D_0}$	$\frac{0{,}666}{\sqrt{u_0}}+\frac{2\,\mathrm{tg}\,\alpha'}{a}\times\left(\frac{0{,}13}{\sqrt{u_0}}-0{,}133\right)-\frac{l}{D_0}\cdot 2\,\mathrm{tg}\,\alpha'$
Відносна площа ω_l / ω_0	$\left(1+7{,}52\cdot\frac{a\cdot l}{D_0}\right)^2$		$\left(0{,}384+\frac{0{,}29}{\sqrt{u_0}}+2{,}89\cdot\frac{a\cdot l}{D_0}\right)^2$	$\left[\frac{0{,}666}{\sqrt{u_0}}+\frac{2\,\mathrm{tg}\,\alpha'}{a}\times\left(\frac{0{,}13}{\sqrt{u_0}}-0{,}133\right)-\frac{l}{D_0}\cdot 2\,\mathrm{tg}\,\alpha'\right]^2$
Відносна витрата Q_l / Q_0	$\frac{1+\left(0{,}167-\sqrt{u_0}\right)}{0{,}0125-0{,}133\sqrt{u_0}}\times\frac{a\cdot l}{D_0}$	$4{,}95\cdot\left(\frac{a\cdot l}{D_0}+0{,}133\right)+\frac{0{,}0432}{\sqrt{u_0}}$	$4.95\times\left(\frac{a\cdot l}{D_0}+0{,}133\right)+\frac{0{,}0432}{\sqrt{u_0}}$	$\frac{0{,}481}{\sqrt{u_0}}-1{,}445\,\mathrm{tg}\,\alpha'\times\left[\frac{l}{D_0}-\frac{1}{a}\times\left(\frac{0{,}13}{\sqrt{u_0}}-0{,}133\right)\right]$
Зони струменя	$l_п$	l_1	l_2	l_3
Відносна осьова швидкість u / u_0	–		$\left[\frac{0{,}443}{\frac{a\cdot l}{D_0}+0{,}133}-\sqrt{u_0}\right]<1$	
Відносна середня по площі перерізу швидкість	$\left(\frac{u_l}{u_0}\right):\left(\frac{\omega_l}{\omega_0}\right)$			

Примітки. 1. $l_п$, l_1, l_2, l_3 вказані на рис. 7.21; D_0 – діаметр притікального патрубка, м; a – дослідна константа (a = 0,07); α_1 – кут вільного розширення, град; α_2 α' – кути стисненого розширення і звуження струменя (tg α_2 = 0,105; tgα' = 0,028). 2. Формули достовірні у випадку, коли довжина приміщення l не менша за довжину струменя l_3; 3. За $l > l_3$ тупик заповнюється вихорами, які виникають під дією зворотних потоків.

Зворотний потік займає ту частину поперечного перерізу приміщення, яка не зайнята прямим потоком (струменем).

В інженерних розрахунках струмінь можна вважати вільним на відстані

$$l_{\text{кр}} \le 1{,}5\sqrt{\omega_{\text{пр}}}\ .$$

Для декількох паралельних струменів за $\omega_{\text{пр}}$ приймають ту частину площі поперечного перерізу приміщення, яка припадає на один струмінь.

В достатньо глибоких приміщеннях на деякій відстані струмінь змінює напрямок руху на протилежний і утворює вихор (**первинний вихор**). Глибокість проникнення струменя залежить переважно від H і виносить від 3 до 4,5H.

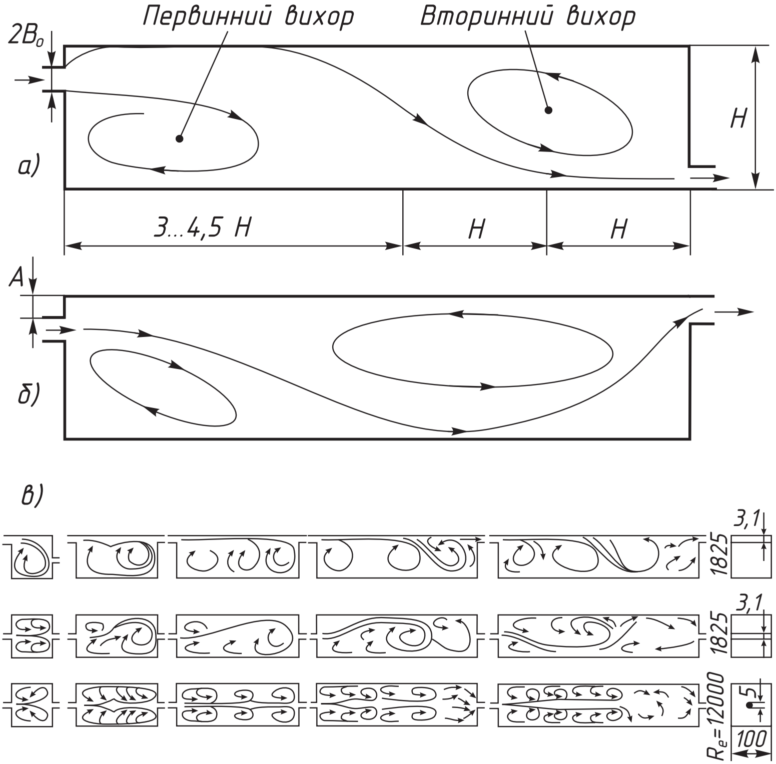


Рис. 7.23. Схеми циркуляції повітря в приміщенні:
а – притікальний струмінь *теплий*; *б* – притікальний струмінь *холодний*;
в – схеми струменів у приміщеннях різної довжини
за різних типів і місця розташування притікальних і витікальних отворів

Завдяки первинному вихору в глибині приміщення виникають ще один або декілька **вторинних вихорів** (рис. 7.23)

Така схема розвитку струменя не залежить від форми повітровипускального отвору (круглий, прямокутний чи щілинний). Певний вплив має відстань A від отвору до стелі. Зі збільшенням величини A зменшується глибина проникання струменя, оскільки струмінь може ежектувати навколишнє повітря як знизу, так і зверху. При тому розмір $2B_0$ не повинен перевищувати 1/4 висоти H, щоби не виникли ознаки нестабільності.

Глибина проникнення струменя залежить від коефіцієнта змішування m і відношення $2B_0/H$ (рис. 7.24). Значення $l_{\text{макс}}$ є розрахунковою величиною, яка для ізотермічного струменя не залежить від швидкості витікання і визначається за формулою $l_{\text{макс}} / H = 0{,}22^3 \cdot \sqrt{H / 2B_0} \; / m$. Далекобійність струменя $l_{\text{стр}} \approx l_{\text{макс}} + H/2$. Зі зростанням коефіцієнта m зменшується далекобійність струменя. Місцерозташування повітровипускального отвору значення не має.

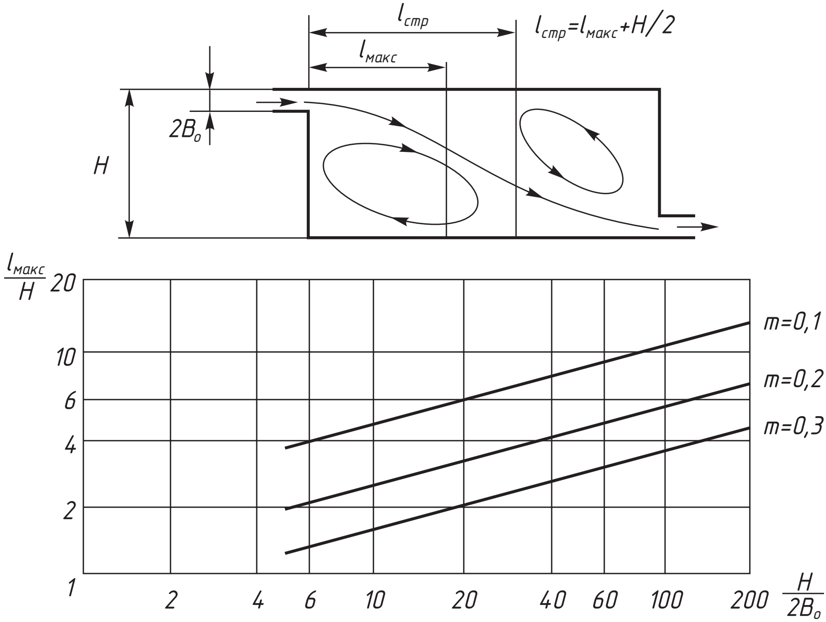


Рис. 7.24. Глибина проникнення ізотермічного струменя

Струмінь повітря, який рухається вертикально знизу вверх має такі самі властивості (рис. 7.25). Далекобійність струменя є, однак, меншою і залежить від його початкової температури і кількості руху і виносить близько 1,5…2*H*. Розташування витікального отвору найчастіше не має значення.

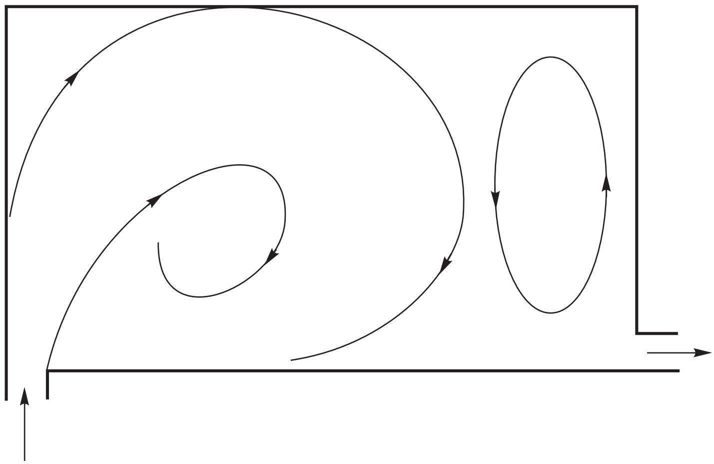


Рис. 7.25. Схема циркуляції повітря в приміщенні
за витікання струменя вертикально вверх

Дослідження таких струменів в кондиційованих приміщеннях є винятково важливим фактором для забезпечення нормативної рухомості повітря в робочій зоні, оскільки на циркуляцію повітряних потоків додатково впливають люди, меблі та інші джерела тепловиділень. У важких випадках потрібно виконувати дослідження на моделях приміщень.

Припливи з циркуляційним характером руху повітря в приміщенні називають **стиковими припливами**.

Припливи через щілинні повітророзподільники, розташовані на стелі, або через закручувальні повітророзподільники, називають **дифузійним повітророзподіленням**.

Транзитним називають струмінь, який втікає з одного, а витікає з іншого, протилежного торця приміщення (рис. 7.26).

Дослідженнями Г. Максимова [4] встановлено: до перерізу, віддаленого на відстань l_3 від притікального отвору, характер руху транзитного струменя подібний до тупикового струменя.

За відстанню l_3 маса струменя заповнює весь простір приміщення.

Кути α_2 і α' (рис. 7.22, 7.26) суттєво залежать від співвідношення довжини приміщення, його поперечних розмірів і діаметра притікального отвору і можуть змінюватись від 6^o до 60^o.

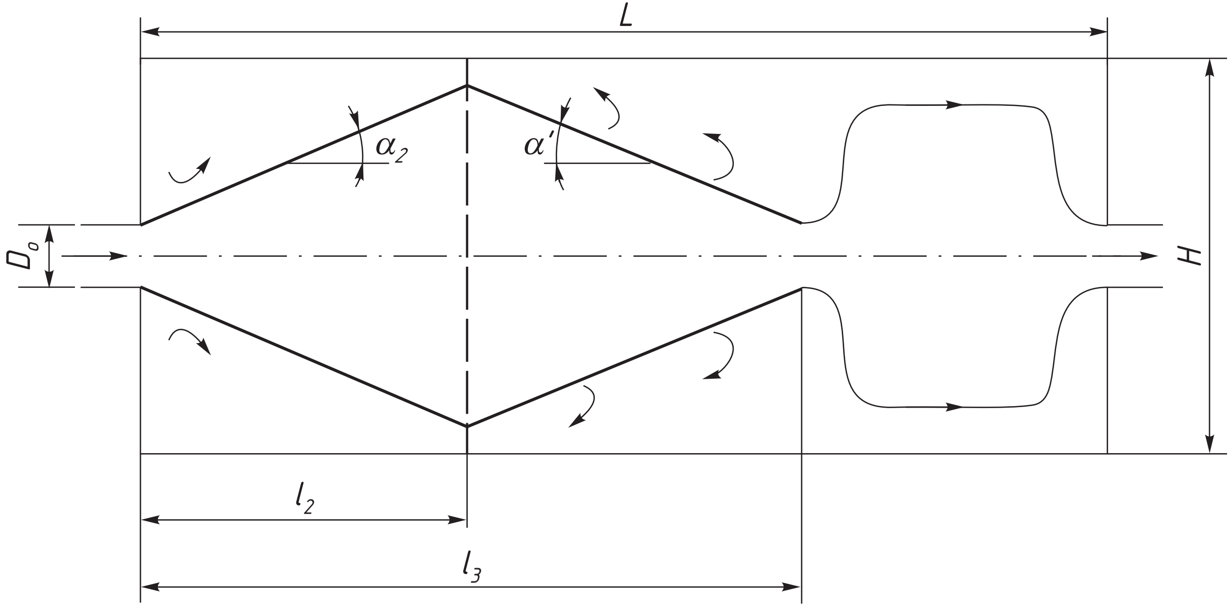


Рис. 7.26. Схема транзитного струменя в обмеженому просторі

Приклад 7.7. Повітря подається і витягається з приміщення з боку одного й того самого торця. Діаметр притікального патрубка D_0 = 300 мм. Висота приміщення H = 3 м, ширина B = 3 м, довжина l = 4 м від притікального патрубка.

Р о з в ' я з у в а н н я

Приймемо умовний діаметр приміщення таким, що дорівнює діаметру вписаного кола (діаметр, еквівалентний за швидкістю), тобто $D = H$.

Визначимо довжину ділянки за формулою для l_2 (див. табл. 7.13):

$$\frac{l_2}{D_0} = \frac{1}{a} \cdot \left(\frac{0{,}13}{\sqrt{u_0}} - 0{,}133 \right),$$

де a = 0,07, а

$$\sqrt{u_0} = \sqrt{\omega_0 / \omega_{\text{пр}}} = \sqrt{(d_0 / D)^2} = \sqrt{(0{,}3/3)^2} = 0{,}1 .$$

Тоді маємо

$$\frac{l_2}{0{,}3} = \frac{1}{0{,}07} \cdot \left(\frac{0{,}13}{0{,}1} - 0{,}133 \right) = 16{,}7 ,$$

звідки

$$l_2 = 16{,}7 \cdot 0{,}3 = 5 \text{ м}.$$

Тому що l = 4 м < l_2 = 5 м, то для підрахунку діаметра служать формули визначення параметрів струменя на ділянці l_2 (див. табл. 7.13), тобто,

$$D_l / D_0 = 0{,}384 + \frac{0{,}29}{\sqrt{u_0}} + 2{,}89 \cdot \frac{a \cdot l}{D_0} .$$

Після підставляння невідомих отримаємо

$$D_l / 0{,}3 = 0{,}384 + \frac{0{,}29}{0{,}1} + 2{,}89 \cdot \frac{0{,}07 \cdot 4}{0{,}3} = 5{,}98 ,$$

звідки

$$D_l = 5{,}98 \cdot 0{,}3 = 1{,}80 \text{ м}.$$

7.5. ВЗАЄМОДІЯ ДВОХ ПРИТІКАЛЬНИХ ПАРАЛЕЛЬНИХ СТРУМЕНІВ

Уявімо, що з двох отворів, центри яких розташовані на деякій відстані один від одного, в одному напрямку витікають повітряні потоки.

Відразу ж після витікання утворюються струмені, які спочатку розвиваються як вільні. На деякій відстані від початку витікання ці струмені починають стикатись і впливати один на одний, а далі в напрямку руху відбувається повне їх злиття в один здвоєний струмінь (рис. 7.27).

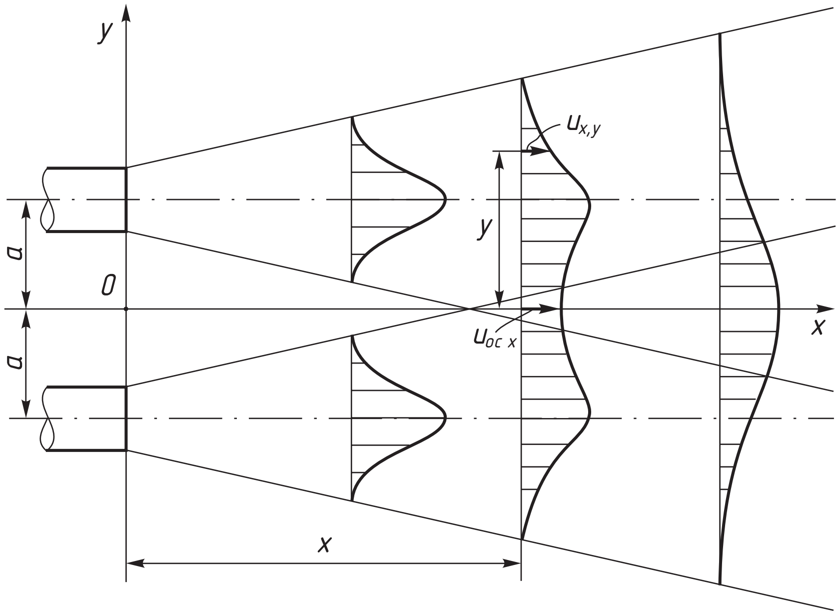


Рис. 7.27. Схема взаємодії двох паралельних притікальних струменів

Знайдемо кількісні співвідношення. Для цього розташуємо початок координат в точці 0, яка ділить відстань між центрами притікальних отворів навпіл і скеруємо вісь x в напрямку осей витікальних струменів, вісь y через центри притікальних отворів, а вісь z – нормально до неї (рис. 7.27).

У довільній точці простору швидкість повітряного потоку, утвореного взаємодією двох струменів, наближено визначається рівнянням

$$u^2 = u_1^2 + u_2^2, \tag{7.83}$$

де u_1 – швидкість потоку зумовлена одним струменем за незалежного його розвитку, u_2 – швидкість потоку зумовлена другим струменем за незалежного його розвитку.

Швидкості кожного з двох струменів можна визначити за рівняннями

$$u_1 = \frac{m \cdot u_0 \cdot \sqrt{\omega_0}}{x} \cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{r_1}{c \cdot x}\right)^2}; \tag{7.84}$$

$$u_2 = \frac{m \cdot u_0 \cdot \sqrt{\omega_0}}{x} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{r_2}{c \cdot x} \right)^2}, \tag{7.85}$$

де m – аеродинамічна характеристика притікального струменя [13]; c – експериментальна стала (c = 0,082); r_1 і r_2 – відстань від довільної точки простору до власної осі відповідного струменя, м.

$$r_1 = \left[(y-a)^2 + z^2 \right]^{1/2}; \tag{7.86}$$

$$r_2 = \left[(y+a)^2 + z^2 \right]^{1/2}; \tag{7.87}$$

$$m = \frac{\Theta \cdot \varphi}{\sqrt{\pi} \cdot c}, \tag{7.88}$$

де $\Theta = \sqrt{\rho_0 / \rho_\infty} = \sqrt{T_\infty / T_0}$; φ – поправковий коефіцієнт, який враховує нерівномірність швидкостей на початку витікання ($\varphi \approx \sqrt{\zeta}$, див. § 7.2); $2a$ – відстань між центрами двох паралельних притікальних отворів.

Суміщаючи рівняння (7.83)…(7.87), отримаємо рівняння, за яким визначають місцеву швидкість у довільній точці простору за паралельного руху двох рівноцінних струменів

$$u = \frac{m \cdot u_0 \cdot \sqrt{\omega_0}}{x} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{z}{c \cdot x} \right)^2} \cdot \left[e^{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{y-a}{c \cdot x} \right)^2} + e^{-\left(\frac{y+a}{c \cdot x} \right)^2} \right]^{1/2}. \tag{7.89}$$

Розглянемо картину руху в площині координатних осей x і y.

Приймаючи у рівнянні (7.89) z = 0, отримаємо

$$u_{x,y} = \frac{m \cdot u_0 \cdot \sqrt{\omega_0}}{x} \cdot \left[e^{-\left(\frac{y-a}{c \cdot x} \right)^2} + e^{-\left(\frac{y+a}{c \cdot x} \right)^2} \right]^{1/2}. \tag{7.90}$$

З'ясуємо зміну швидкості по власній осі одного з двох паралельних струменів в умовах його взаємодії з суміжним струменем. Позначимо цю швидкість $u'_{\text{ос } x}$ і знайдемо її з останнього рівняння, приймаючи в ньому $y = a$ або $y = -a$.

Внаслідок цього отримаємо

$$u'_{\text{ос } x} = \frac{m \cdot u_0 \cdot \sqrt{\omega_0}}{x} \cdot \left[1 + e^{-\left(\frac{2a}{c \cdot x}\right)^2} \right]^{1/2} . \tag{7.91}$$

Швидкість на осі одиничного компактного струменя за І. Шепельовим [13] можна визначити із залежності

$$u_{\text{ос } x} = \frac{m \cdot u_0 \cdot \sqrt{\omega_0}}{x} . \tag{7.92}$$

Порівнюючи рівняння (7.91) і (7.92), бачимо, що швидкість на осі кожного з двох паралельних струменів перевищує швидкість на осі одиничного струменя на однаковій відстані, причому різниця у швидкостях на початку невелика і стає відчутною на значних відстанях.

Відносна різниця у швидкостях

$$\lambda = \frac{u'_{\text{ос } x} - u_{\text{ос } x}}{u_{\text{ос } x}} . \tag{7.93}$$

Підставляння в останнє рівняння значень швидкості з рівнянь (7.91) і (7.92) і деякі перетворення дають можливість знайти ту відстань, в межах якої кожен з двох паралельних струменів можна розглядати як вільний з похибкою, яка не перевищує значення λ:

$$x'_{\text{гр}} = \frac{2 \cdot a}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{-\ln\, \lambda \cdot (2 - \lambda)}} \approx \frac{24{,}4 \cdot a}{\sqrt{-\ln\, \lambda \cdot (2 - \lambda)}} . \tag{7.94}$$

Приймаючи, наприклад, $\lambda = 0{,}1$, знайдемо шукану граничну відстань

$$x'_{\text{гр}} = 26{,}8 \cdot a . \tag{7.95}$$

Тобто гранична відстань в 13,4 раза перевищує відстань між центрами притікальних отворів.

Розглянемо зміну швидкості повітряного потоку, утвореного двома паралельними струменями, по осі симетрії цих струменів, тобто по осі x (рис. 7.26).

Приймаємо в рівнянні (7.90) $y = 0$ і як наслідок отримаємо

$$u''_{\text{ос } x} = \frac{m \cdot u_0 \cdot \sqrt{2\omega_0}}{x} \cdot e^{-\left(\frac{a}{c \cdot x}\right)^2} . \tag{7.96}$$

Зауважимо, що якщо б витікання відбувалось не з двох отворів площею ω_0 кожен, а з одного отвору площею $2\omega_0$, то швидкість на осі такого струменя визначалась би рівнянням

$$u_{\text{ос } x} = \frac{m \cdot u_0 \cdot \sqrt{2\omega_0}}{x}. \tag{7.97}$$

Такий самий результат можна отримати і за рівнянням (7.96) за умови $a = 0$.

З рівнянь (7.96) і (7.97) видно, що результуюча осьова швидкість двох струменів $u''_{\text{ос } x}$ буде меншою за осьову швидкість вільного подвоєного струменя $u_{\text{ос } x}$.

Знайдемо граничну відстань, починаючи з якої два взаємодіючі струмені можна розглядати як один здвоєний, з відносною похибкою, яка не перевищує

$$\lambda = \frac{u_{\text{ос } x} - u''_{\text{ос } x}}{u_{\text{ос } x}}.$$

Підставляючи сюди значення $u_{\text{ос } x}$ і $u''_{\text{ос } x}$ з рівнянь (7.97) і (7.96), отримаємо

$$x''_{\text{гр}} = \frac{a}{\sqrt{2} \cdot c} \cdot \frac{1}{\sqrt{-\ln(1-\lambda)}} \approx \frac{8{,}62}{\sqrt{-\ln(1-\lambda)}}. \tag{7.98}$$

Приймаючи, наприклад, $\lambda = 0{,}1$, отримаємо за формулою (7.98) $x''_{\text{гр}} = 26{,}5 \cdot a$.

Критична відстань $x_{\text{кр}}$, де швидкість на осі x (рис. 7.26) має максимальну величину, визначається розв’язуванням рівняння du_x / dx спільно з рівнянням (7.96):

$$x_{\text{кр}} = a/c = 12{,}2 \cdot a.$$

Максимальна швидкість $u_{x\,\text{макс}}$ на осі x визначається з рівняння (7.90) при підставлянні в нього знайденого значення $x_{\text{кр}}$:

$$u_{x\text{ макс}} = \sqrt{\frac{2}{e}} \cdot \frac{c \cdot m \cdot u_0 \cdot \sqrt{\omega_0}}{a} \approx 0{,}07 \cdot \frac{m \cdot u_0 \cdot \sqrt{\omega_0}}{a}, \qquad (7.98)$$

де e – основа натуральних логарифмів.

Рівняння, аналогічне рівнянню (7.90) для випадку взаємодії двох неоднакових компактних струменів, які витікають з отворів площею $\omega_{0\,1}$ і $\omega_{0\,2}$ з початковою швидкістю $u_{0\,1}$ і $u_{0\,2}$, має вигляд

$$u = \frac{m}{x} \cdot \left[u_{01}^2 \cdot \omega_{01} \cdot e^{-\left(\frac{y-a}{c \cdot x}\right)^2} + u_{02}^2 \cdot \omega_{02} \cdot e^{-\left(\frac{y+a}{c \cdot x}\right)^2} \right]^{1/2}. \qquad (7.99)$$

Центри притікальних отворів знаходяться на осі z в точках з координатами $z_1 = +a$ і $z_2 = -a$.

На рис. 7.28 зображені криві, побудовані за рівнянням (7.99) для значень дослідних коефіцієнтів c = 0,082 і m = 6,88. Точки на рисунку характеризують результати експериментальних досліджень для умов: a = 0,05 м, $D_{0\,1}$ = 0,03 м, $D_{0\,2}$ = 0,04 м, $u_{0\,1}$ = 38,1 м/с, $u_{0\,2}$ = 36,6 м/с.

Потрібно зазначити, що, незважаючи на ізобарні умови руху, два паралельні компактні струмені вигинаються в напрямку руху один до одного і зливаються в один загальний потік (рис. 7.28).

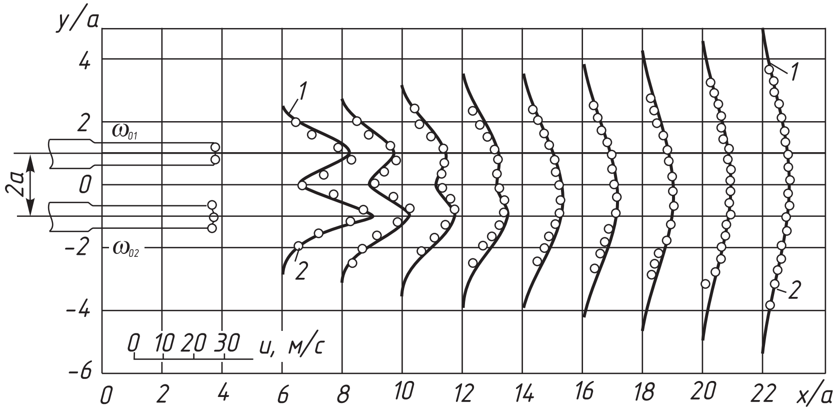


Рис. 7.28. Профілі швидкості у поперечних перерізах
двох взаємодіючих паралельних нерівноцінних струменів

7.6. ВЗАЄМОДІЯ ДВОХ РІВНОЦІННИХ ЗУСТРІЧНИХ СТРУМЕНІВ

Розглянемо випадок взаємодії двох рівноцінних струменів, які рухаються по одній прямій назустріч один одному.

Кожен з цих двох струменів спочатку розповсюджуються як вільний, потім гальмується зустрічним струменем і розтікається на всі боки по уявній площині, перпендикулярній до осі обох струменів, яка ділить відстань між притікальними отворами навпіл (рис. 7.29).

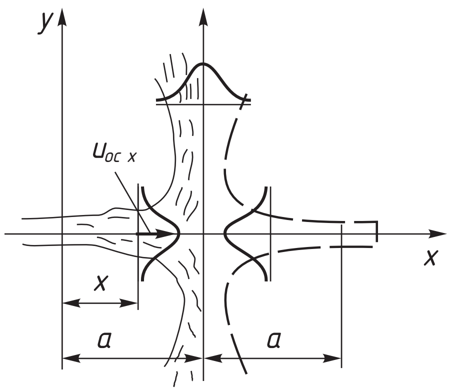


Рис. 7.29. Схема взаємодії двох зустрічних рівноцінних струменів (або взаємодія притікального струменя із стінкою, яка розташована по нормалі до напрямку потоку)

Розташуємо початок осі x в центрі притікального отвору одного зі струменів і скеруємо додатний напрямок осі на центр притікального отвору другого струменя. Відстань між притікальними отворами обох струменів становить $2a$.

Осьова швидкість струменя на відстані x від початку витікання виражається рівнянням

$$u_{\text{ос}\ x}^2 = u_{\text{ос}\ x1}^2 - u_{\text{ос}\ x2}^2, \tag{7.100}$$

де $u_{\text{ос x 1}}$ – швидкість на осі одного зі струменів;

$$u_{\text{ос }x1} = \frac{m \cdot u_0 \cdot \sqrt{\omega_0}}{x}; \tag{7.101}$$

$u_{\text{ос }x\,2}$ – швидкість на осі зустрічного струменя;

$$u_{\text{ос }x2} = \frac{m \cdot u_0 \cdot \sqrt{\omega_0}}{2a - x}. \tag{7.102}$$

Спільне розв’язування трьох останніх співвідношень призводить до рівняння, яке виражає швидкість на осі зустрічного рівноцінного струменя

$$\left(u_{\text{ос }x}\right)_{\text{зустр}} = \frac{m \cdot u_0 \cdot \sqrt{\omega_0}}{x} \cdot \frac{\sqrt{1 - x/a}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{a}}. \tag{7.103}$$

Аналіз цієї залежності показує, що за малих відстаней x (порівняно з відстанню a) швидкість на осі зустрічного струменя мало відрізняється від осьової швидкості вільного струменя, яка виражається рівнянням:

$$u_{\text{ос }x} = \frac{m \cdot u_0 \cdot \sqrt{\omega_0}}{x}.$$

В точці, яка розділяє відстань між притікальними отворами зустрічних струменів навпіл ($x = a$), швидкість $u_{\text{ос }x} = 0$.

Виявимо граничну відстань, до якої один із зустрічних струменів можна розглядати як вільний із заданою похибкою:

$$\lambda = \frac{u_{\text{ос }x} - \left(u_{\text{ос }x}\right)_{\text{зустр}}}{u_{ос\ x}}. \tag{7.104}$$

Підставляючи в це рівняння значення $u_{\text{ос }x}$ із рівняння (7.93) і значення $(u_{\text{ос }x})_{\text{зустр}}$ з рівняння (7.103), отримуємо шукану відстань:

$$x_{\text{гр}} = \frac{2 \cdot a}{1 + \frac{1}{\sqrt{\lambda \cdot (2 - \lambda)}}}. \tag{7.105}$$

Якщо прийняти відносну похибку $\lambda = 0{,}1$, то гранична відстань, до якої зустрічні струмені рухаються як вільні, становить $x_{гр} = 0{,}606 \cdot a$.

Потрібно зазначити, що взаємодія двох рівноцінних повітряних струменів ідентична взаємодії одного струменя, і нормально розташованої до напрямку його руху гладкої повітронепроникної стінки.

Приклад 7.8. У приміщенні виробничого будинку з циліндричного повітророзподільника діаметром D_0 = 0,4 м, в напрямку по нормалі до поверхні підлоги притікає вентиляційне повітря з початковою швидкістю u_0 = 3 м/с. Притікальний отвір повітророзподільника розташований на висоті H = 10 м від підлоги. Визначити осьову швидкість струменя на верхньому рівні робочої зони, тобто на висоті h = 2 м від поверхні підлоги.

Р о з ' я з у в а н н я

Визначаємо відстань від початку витікання струменя до верху робочої зони

$$x = H - h = 10 - 2 = 8 \text{ м}.$$

Визначаємо площу живого перерізу притікального отвору

$$\omega_0 = \pi \cdot D_0^2 / 4 = \pi \cdot 0{,}4^2 / 4 = 0{,}126 \text{ м}^2$$

Для розрахунку осьової швидкості струменя, приймаючи що він вільний, скористаємось рівнянням (7.101)

$$u_{oc\ x} = \frac{m \cdot u_0 \cdot \sqrt{\omega_0}}{x} = \frac{6{,}88 \cdot 3 \cdot \sqrt{0{,}126}}{8} = 0{,}9 \text{ м/с}.$$

Знайдемо осьову швидкість струменя з врахуванням загальмовування його поверхнею підлоги. Для цього скористаємось рівнянням (7.103), приймаючи в ньому $a = H$ =10 м

$$\left(u_{\text{ос}\ x}\right)_{\text{зустр}} = \frac{m \cdot u_0 \cdot \sqrt{\omega_0}}{x} \cdot \frac{\sqrt{1 - x/a}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{a}} = \frac{6{,}88 \cdot 3 \cdot \sqrt{0{,}126}}{8} \cdot \frac{\sqrt{1 - 8/10}}{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{10}} = 0{,}68 \text{ м/с}.$$

7.7. КОНВЕКТИВНІ СТРУМЕНІ

7.7.1. Вільні конвективні струмені. *Конвективний*, або *тепловий*, струмінь виникає над джерелом теплоти. Теплота від джерела переноситься прилеглим шаром повітря, яке, розширюючись, стає легшим порівняно з навколишнім повітрям і піднімається вверх. На його місце підтікає повітря з навколишнього простору, нагрівається і також піднімається вверх. Так формується конвективний струмінь, за допомогою якого від джерела відводиться якась кількість теплоти. Якщо потужність джерела теплоти достатньо велика, то зумовлений ним конвективний струмінь буде турбулентним.

Схема конвективного струменя над круглим в плані джерелом теплоти діаметром *D* зображена на рис. 7.30.

Згідно з даною схемою в тепловому струмені можна виділити чотири зони: I – зона живлення; II – розгінна зона; III – перехідна зона; IV – основна зона.

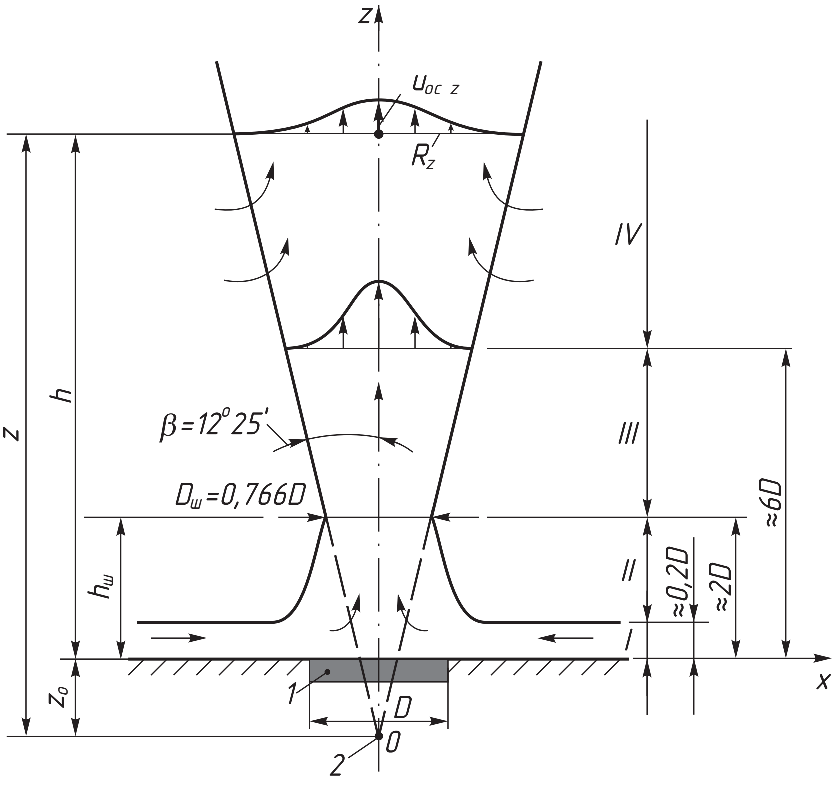


Рис. 7.30. Схема конвективного струменя в необмеженому просторі:

1 – нагріта кругла поверхня; *2* – полюс струменя; *I…IV* – зони струменя

Зона живлення (пограничний шар) складається з ламінарного підшару, який знаходиться безпосередньо біля нагрітої поверхні і основного пограничного шару.

У пограничному ламінарному підшарі рух потоку відбувається майже паралельно до нагрітої поверхні; вертикальна складова швидкості дуже мала і може бути прийнята такою, що дорівнює нулю. Теплота від нагрітої поверхні в цьому підшарі переноситься теплопровідністю, тому тут спостерігається значний перепад температур.

У межах основного пограничного шару характер руху неоднаковий і залежить від значення добутку чисел Gr·Pr. За значень $Gr \cdot Pr < 5 \cdot 10^2$ ламінарний рух потоку спостерігається в основному пограничному шарі і на значній відстані від нього. У міру збільшення розмірів поверхні і різниці температур на поверхні і прилеглій області, тобто за великих значень Gr·Pr, рух повітряного потоку турбулізується, а за значень цього добутку $1 \cdot 10^6$ спостерігається розвинений турбулентний рух.

В реальних умовах переважають турбулентні теплові струмені.

За допомогою інтерферометра В. Ельтерманом [14] була зафіксована така схема руху повітряних потоків біля круглої нагрітої пластини.

Холодне повітря, яке підтікає до країв нагрітої пластини, рухається в напрямку центральної її зони у вигляді окремих струмінців в верхній частині пограничного шару, обтікаючи вертикально скеровані струмінці гарячого повітря. Холодні потоки опускаються до нагрітої пластини в тих місцях, де в даний момент випливають вверх струмінці нагрітого повітря і виникає деяке розрідження. В основному пограничному шарі весь час виникають підіймальні і опускальні струмінці.

Товщина зони живлення (пограничного шару) приблизно дорівнює 0,2 діаметра пластини (рис. 7.30).

Біля нагрітих пластин діаметром більше 4 м в межах пограничного шару виникають вертикальні вихрові трубки (рис. 7.31, *а*); по одних повітряні струмінці з верхньої частини пограничного шару рухаються в напрямку до джерела теплоти, а по інших (сусідніх) струмінці нагрітого повітря рухаються вертикально вверх.

З пограничного шару тепловий струмінь витікає не суцільною по всьому перерізу масою, а у вигляді окремих струмінців; струмінці холодного повітря, перетікаючи з периферії нагрітої пластини до її середини, створюють грати, між якими піднімаються вверх струмінці нагрітого повітря.

Разом з тим швидкість вертикальних струмінців є набагато більшою за середню по площі перерізу швидкість конвективного потоку. Внаслідок дифузорного ефекту ризширення окремих струміньців (і відповідного зниження швидкості) над нагрітою поверхнею виникає розрідження, яке зумовлює інтенсивне підтікання холодного повітря до поверхні пластини. При цьому кількість повітря, що підтікає в межах зони живлення до круглої нагрітої пластини, яка умонтована в рівень з горизонтальною стінкою, можна визначити за формулою

$$Q = 28 \cdot D^{5/3} \cdot Q_{\text{к}}^{*\,1/3}\text{, м}^3\text{/год.}$$

Вище зони живлення знаходиться **розгінна зона** (рис. 7.30). У цій зоні швидкість струменя пропорційна до квадратного кореня з діючої підіймальної сили, яка пропорційна до надлишкової температури $\Delta t = t - t_{\infty}$. Тому у будь-якій точці поперечного перерізу розгінної зони швидкість

$$u_{z,x} \sim \sqrt{\Delta t_{z,x}}\ ,$$

а швидкість на осі струменя в цій зоні

$$u_{\text{ос}\ z} \sim \sqrt{\Delta t_{\text{ос}\ z}}\ ,$$

де $\Delta t_{\text{ос}\ z} = t_{\text{ос}\ z} - t_{\infty}$.

Максимальна швидкість $u_{\text{ос}\ z}$ спостерігається в кінці розгінної зони.

Ділячи першу залежність на другу, отримаємо

$$\frac{u_{z,x}}{u_{\text{ос}\ z}} = \left(\frac{\Delta t_{z,x}}{\Delta t_{\text{ос}\ z}} \right)^{1/2} .$$

Співвідношення між швидкістю і надлишковою температурою в поперечному перерізі турбулентного струменя загалом характеризується залежністю

$$\frac{u_{z,x}}{u_{\text{ос}\ z}} = \left(\frac{\Delta t_{z,x}}{\Delta t_{\text{ос}\ z}} \right)^{n} . \qquad (7.106)$$

У межах $z/D < 6$ показник степеня n досягав значення 1,66 [14].

Тому можна зробити висновок, що приблизно на висоті *шести діаметрів* джерела теплового потоку починається **основна зона** теплового струменя.

У **перехідній зоні** відбувається інтенсивна ежекція навколишнього повітря і перетворення початкових профілів швидкості і надлишкових температур у профілі, характерні для *основної зони* струменя.

У всіх перерізах *основної зони* профілі швидкостей і температур подібні.

У *перехідній* і *основній зонах* разом з гравітаційними силами діють сили турбулентної в’язкості, під дією яких струмінь безперервно розширюється (кут бокового розширення струменя β = 12º25´) [2].

У тепловому струмені кількість руху секундної маси повітря з висотою постійно зростає, що пов’язано з дією підіймальної сили.

На формування теплових струменів суттєво впливає підтікання повітря в зоні живлення, розміри нагрітої поверхні і напрям теплового потоку (вверх, чи вниз). Якщо нагріта поверхня має великі розміри, то її осьова зона буде живитись холодним повітрям, яке підтікає тільки зверху (рис. 7.31, *а*). Якщо тепловий потік скерований вниз, то рух повітря відбувається за схемою, зображеною на рис. 7.31, *б*. У цьому випадку біля нагрітої поверхні рухається лише тонкий шар повітря, який заміщається зустрічним потоком, що рухається нижче, але в протилежному напрямку.

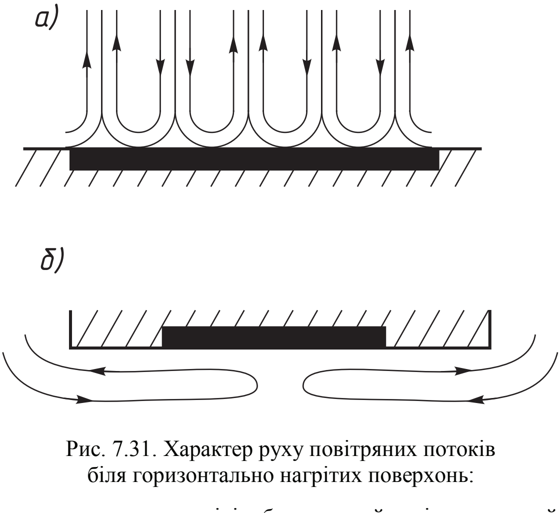


Рис. 7.31. Характер руху повітряних потоків
біля горизонтально нагрітих поверхонь:

а – поверхня великих розмірів; *б* – тепловий потік скерований вниз

Радіус струменя, в основній і перехідній зонах його розвитку, можна знайти за формулою

$$R_z = z \cdot \mathrm{tg}\,\beta = 0{,}22 \cdot z\,.$$

Максимальну осьову швидкість в цих зонах визначають за формулою

$$u_{\text{ос}\,z} = 1{,}34 \cdot \left(\frac{Q_{\text{к}}^{*}}{z} \right)^{1/3}, \text{ м/с}, \qquad (7.107)$$

де $Q_{\text{к}}^{*}$ – конвективні тепловиділення джерела, кВт.

$$Q_{\text{к}}^{*} = \alpha_{\text{к п}} \cdot F_{\text{п}} \cdot \left(t_{\text{п}} - t_{\infty} \right) / 1000\,,$$

де $t_{\text{п}}$ – температура поверхні джерела, $^{\circ}$С; $\alpha_{\text{к п}}$ – коефіцієнт конвективної тепловіддачі поверхні джерела, Вт/(м$^2 \cdot {}^{\circ}$С); $F_{\text{п}}$ – площа поверхні джерела, м^2.

$$\alpha_{\text{к п}} = a \cdot \sqrt[4]{t_{\text{п}} - t_{\infty}}\,,$$

де a = 3,26 – для горизонтальної поверхні з вертикально (вверх) скерованим тепловим потоком.

Середню за витратою швидкість у перерізі основної зони струменя визначають за формулою

$$v_z = \left(\frac{1{,}55}{3{,}29 \cdot \pi \cdot c_p \cdot \rho_{\infty} \cdot T_{\infty} \cdot z} \right)^{1/3}, \qquad (7.108)$$

де c_p = 1,005 кДж/(кг$\cdot {}^{\circ}$С) – масова теплоємність повітря; ρ_{∞}, T_{∞} – відповідно густина, кг/м^3, і температура навколишнього повітря, К.

Надлишкову осьову температуру визначають за формулою

$$\Delta t_{\text{ос}\,z} = t_{\text{ос}\,z} - t_{\infty} = 22{,}5 \cdot \frac{Q_{\text{к}}^{*\,2/3}}{z^{5/3}}\,. \qquad (7.109)$$

Секундну об’ємну витрату у будь-якому перерізі перехідної і основної зон струменя визначають за формулою

$$Q_z = 0{,}052 \cdot Q_{\text{к}}^{*1/3} \cdot z^{5/3}, \text{ м}^3\text{/с}. \qquad (7.110)$$

Вищенаведені формули придатні для круглого і прямокутного у плані джерела теплоти зі співвідношенням сторін менше 20. Для прямокутного джерела в розрахункових формулах замість R_0 використовують $R_{екв}$, значення якого визначають за формулою

$$R_{екв} = \sqrt{\frac{F_п}{\pi}} = 0{,}565 \cdot \sqrt{F_п}\ , \tag{7.111}$$

де $F_п$ – площа тепловіддавальної поверхні джерела у плані.

Параметри струменя вище рівня його шийки можна також знайти, використовуючи такі залежності В. Дерюгіна [4]:

$$\begin{gathered} D_z \,/\, D_ш = 0{,}5 \cdot z \,/\, D\ ; \\ Q_z \,/\, Q_ш = 0{,}323 \cdot \sqrt[3]{(z \,/\, D)^5}\ ; \\ v_z \,/\, v_ш = 1{,}25 \,/\, \sqrt[3]{z \,/\, D}\ ; \\ \Delta t_{сер\ z} \,/\, \Delta t_{сер.ш} = 3 \cdot \sqrt[3]{(z \,/\, d)^5}\ , \end{gathered} \tag{7.112}$$

де $\Delta t_{сер\ z} = t_{сер\ z} - t_\infty$; $\Delta t_{сер.ш} = t_{сер.ш} - t_\infty$; D – діаметр джерела теплоти, м.

Ці формули достовірні, коли $z/D > 2$.

Основні розрахункові залежності для визначення параметрів у шийці струменя наведені в табл. 7.14.

Таблиця 7.14

Емпіричні залежності для розрахунку параметрів конвективного струменя в його шийці

Розрахункова величина	Розрахункова формула
Витрата в шийці струменя, м^3/с	$Q_ш = 0{,}35 \cdot \sqrt[3]{Q_к^* \cdot D^5}$
Середня по площі швидкість в перерізі шийки струменя, м/с	$u_{сер.ш} = 0{,}77 \cdot \sqrt[3]{Q_к^* \,/\, D}$
Надлишкова температура в шийці струменя, °С	$t_{сер.ш} - t_\infty = 7{,}3 \cdot \sqrt[3]{Q_{дж}^* \,/\, D^5}$
Діаметр шийки струменя, м	$D_ш \approx 0{,}766 \cdot D$
Відстань $h_ш$ від нагрітої поверхні джерела до шийки струменя, м	$h_ш \approx 1{,}4 \cdot D$

Примітка. $Q_{дж}^*$ – сумарні тепловиділення джерела теплоти, Вт.

Приклад 7.9. Плоский круглий нагрівник (рис. 7.30) має діаметр D = 1,0 м і температуру поверхні $t_п$ = 200ºС. Визначити параметри струменя в перерізі на висоті h = = 4,0 м по вертикалі від нагрівника за температури навколишнього повітря t_∞ = 20ºС і тиску p_∞ = 101325 Па.

Р о з в ' я з у в а н н я

Визначаємо відстань $h_ш$ від нагрітої поверхні джерела до шийки струменя (табл. 7.14)

$$h_ш \approx 1{,}4 \cdot D = 1{,}4 \cdot 1{,}0 = 1{,}4 \text{ м}.$$

Визначаємо діаметр шийки струменя (табл. 7.14)

$$D_ш \approx 0{,}766 \cdot D = 0{,}766 \cdot 1{,}0 = 0{,}766 \text{ м}.$$

Визначаємо відстань від шийки струменя до його полюса

$$h_ш + z_0 = D_ш / (2 \cdot \mathrm{tg}\,\beta) = D_ш / (2 \cdot \mathrm{tg}\,12°25') = D_ш / 0{,}44 = 0{,}766 / 0{,}44 = 1{,}74 \text{ м},$$

звідки відстань від поверхні джерела теплоти до полюса струменя

$$z_0 = 1{,}74 - h_ш = 1{,}74 - 1{,}4 = 0{,}34 \text{ м}.$$

Відстань від перерізу струменя на висоті h = 4,0 м до полюса струменя становить

$$z = h + z_0 = 4 + 0{,}34 = 4{,}34 \text{ м}.$$

Визначаємо радіус струменя R_z на висоті h = 4,0 м від поверхні нагрівника за формулою

$$R_z = 0{,}22 \cdot z = 0{,}22 \cdot 4{,}34 = 0{,}22 \cdot 4{,}34 = 0{,}95 \text{ м};$$

Конвективні тепловиділення джерела визначаємо за формулою

$$Q_к^* = \alpha_{к\ п} \cdot F_п \cdot (t_п - t_\infty) / 1000 \text{ , кВт},$$

де

$$\alpha_{к\ п} = a \cdot \sqrt[4]{t_п - t_\infty} = 3{,}26 \cdot \sqrt[4]{200 - 20} \approx 11{,}9 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{ºС)}.$$

Тоді

$$Q_к^* = \left[11{,}9 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 1{,}0^2}{4} \cdot (200 - 20) \right] / 1000 = 1{,}68 \text{ кВт}.$$

Визначаємо осьову швидкість на висоті h за формулою (7.107)

$$u_{ос\ z} = 1{,}34 \cdot \left(\frac{Q_к^*}{z} \right)^{1/3} = 1{,}34 \cdot \left(\frac{1{,}68}{4{,}34} \right)^{1/3} \approx 1{,}0 \text{ м/с}.$$

Секундну витрату струменя на висоті h визначаємо за формулою (7.110)

$$Q_z = 0{,}052 \cdot Q_к^{*1/3} \cdot z^{5/3} = 0{,}052 \cdot 1{,}68^{1/3} \cdot 4{,}34^{5/3} = 0{,}71 \text{ м}^3\text{/с}.$$

Середню за витратою швидкість у перерізі струменя на висоті h визначаємо за формулою (7.108)

$$v_z = \left(\frac{1{,}55}{3{,}29 \cdot \pi \cdot c_p \cdot \rho_\infty \cdot T_\infty \cdot z} \right)^{1/3} =$$

$$= \left(\frac{1{,}55}{3{,}29 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}005 \cdot 1{,}2 \cdot 293 \cdot 4{,}34} \right)^{1/3} = 0{,}046 \text{ м/с}.$$

Надлишкова температура на осі струменя за формулою (7.109)

$$\Delta t_{\text{ос } z} = 22{,}5 \cdot \frac{Q_{\text{к}}^{*2/3}}{z^{5/3}} = 22{,}5 \cdot \frac{1{,}68^{2/3}}{4{,}34^{5/3}} = 2{,}8\ ^{\circ}\text{C}.$$

Тоді

$$t_{\text{ос } z} = t_{\infty} + \Delta t_{\text{ос } z} = 20 + 2{,}8 = 22{,}8\ ^{\circ}\text{C}.$$

За розташування нагрітої пластини на призматичній основі холодні потоки спершу підіймаються вздовж бокових поверхонь основи, а потім рухаються над нагрітою пластиною в напрямку до її центра. Під час цього холодні потоки, які підтікають до основи, мають значну довжину, а, отже, і малі швидкості. При цьому над поверхнею нагрітої пластини створюється менше розрідження. За однакової потужності конвективних тепловиділень виникають більші витрати конвективного струменя і менші надлишкові температури порівняно зі струменем, який виникає над пластиною, умонтованою в горизонтальну стінку.

Формули для розрахунку теплових струменів, які рухаються в умовно нерухомому повітрі стандартної густини (ρ_{∞} = 1,2 кг/м^3), наведені у табл. 7.15.

Таблиця 7.15

Формули для розрахунку конвективних струменів

Величина, яка визначається	Формула	Значення коефіцієнтів пропорційності для нагрітої пластини	
		Умонтованої в рівень з горизонтальною стінкою	Встановленої на призматичній основі
Відносна полюсна відстань	z_0/D	1	1,7
Швидкість на осі, м/с	$u_{\text{ос } z} = c \cdot D^{1/3} \cdot \Delta t^{4/9} \cdot (z/D)^{-1/3}$	$c = 0{,}136$	—
	$u_{\text{ос } z} = c_1 \cdot Q_{\text{к}}^{*1/3} \cdot z^{-1/3}$	$c_1 = 0{,}125$	$c_1 = 0{,}161$
Максимальна швидкість в розгінній зоні, м/с	$u_{\text{ос } z} = c_2 \cdot D^{1/3} \cdot \Delta t_{\text{п}}^{4/9}$	$c_2 = 0{,}095$	—
	$u_{\text{ос } z} = c_3 \cdot Q_{к}^{*1/3} / D^{1/3}$	$c_3 = 0{,}089$	$c_3 = 0{,}11$

Величина, яка визначається	Формула	Значення коефіцієнтів пропорційності для нагрітої пластини	
		Умонтованої в рівень з горизонтальною стінкою	Встановленої на призматичній основі
Швидкість в будь-якій точці струменя, м/с	$u_{z,x} = u_{\text{ос } z} \cdot e^{-m \cdot (x/z)^2}$	$m = 81$	$m = 90$
Надлишкова температура на осі струменя, °C	$\Delta t_{\text{ос } z} = \dfrac{B \cdot \Delta t_{\text{п}}^{8/9}}{D^{1/3}} \cdot (z/D)^{-5/3}$ $\Delta t_{\text{ос } z} = B_1 \cdot Q_{\text{к}}^{*2/3} \cdot z^{-5/3}$	$B = 0{,}55$ $B_1 = 0{,}48$	— $B_1 = 0{,}375$
Надлишкова температура в будь-якій точці струменя, °C	$\Delta t_{z,x} = \Delta t_{\text{ос } z} \cdot e^{-p \cdot (x/z)^2}$	$p = 105$	$p = 100$
Витрата повітряного потоку, м^3/год	$Q = c_4 \cdot D^{7/3} \cdot \Delta t_{\text{п}}^{4/9} \cdot (z/D)^{5/3}$ $Q = c_5 \cdot Q_{\text{к}}^{*1/3} \cdot z^{5/3}$	$c_4 = 19$ $c_5 = 17{,}5$	— $c_5 = 20{,}2$
Кінетична енергія струменя, кг·м/с	$E = c_6 \cdot D^2 \cdot \Delta t_{\text{п}}^{4/3} \cdot z$ $E = c_7 \cdot Q_{\text{к}}^{*} \cdot z$	$c_6 = 2 \cdot 10^{-6}$ $c_7 = 1{,}6 \cdot 10^{-6}$	— $c_7 = 3 \cdot 10^{-6}$

Примітка. $\Delta t_{\text{п}} = t_{\text{п}} - t_{\infty} = t_{\text{п}} - 20$, °C.

7.7.2. Конвективні струмені в обмеженому просторі. Конвективний струмінь над джерелом теплоти, який виникає в обмеженому просторі (рис. 7.32) суттєво відрізняється від аналогічного струменя в необмеженому просторі (рис. 7.30).

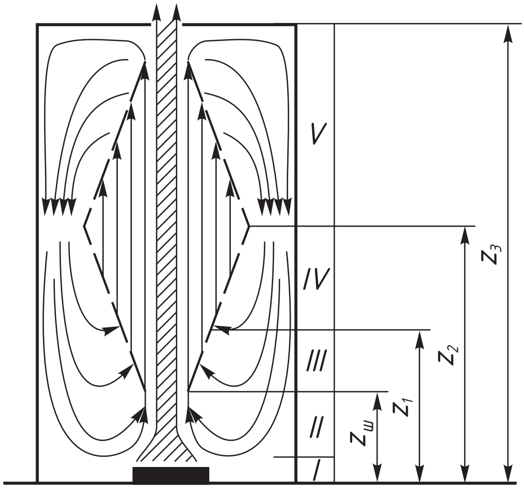


Рис. 7.32. Схема конвективного струменя в обмеженому просторі

Стиснення конвективного струменя відображається на закономірностях його розвитку. Параметри на початку зони вільного розширення приймаються такими, що дорівнюють параметрам конвективного потоку в перерізі шийки. Для випадку, коли огорожі приміщення повітронепроникні, конвективний струмінь характеризується як тупиковий і має такі характерні зони: I – зона формування; II – розгінна зона; III – зона вільного розширення; IV – зона стисненого розширення; V – зона звуження.

Відбувається своєрідна циркуляція повітря. Нагрітий потік (транзитний) підіймається вверх і потім повертається до джерела теплоти, утворюючи в даному випадку рециркуляційну масу повітря.

Для визначення параметрів струменя в перерізі шийки можна скористатись залежностями В. Дерюгіна [4].

Витрата в шийці струменя визначається за формулою

$$Q_{\text{ш}} = 1{,}55 \cdot \sqrt[3]{Q_{\text{к}}^{*} \cdot h_{\text{с}} \cdot F_{\text{п}}^{2} / \left(T_{\text{з}} + Q^{*} / q\right)}, \text{ м}^3/\text{с}, \qquad (7.113)$$

де $Q_{\text{к}}^{*}$ – конвективні тепловиділення джерела теплоти, Вт; Q^{*} – сумарні тепловиділення джерела теплоти, Вт; $h_{\text{с}}$ – висота теплового струменя, тобто відстань від верхньої поверхні нагрівника до рівня, на якому закінчується звуження (можна наближено приймати як відстань від верху нагрівника до стелі приміщення), м; $F_{\text{п}}$ – площа тепловіддавальної поверхні нагрівника, яка контактує з повітрям приміщення, м^2; $T_{\text{з}}$ – абсолютна температура зовнішнього (атмосферного) повітря, К; q – тепловий потік через зовнішні огорожі приміщення за 1с при різниці температур $t_{\text{в сер}} - t_{\text{з}} = 1$ K, Вт/К.

Середня по площі перерізу шийки струменя швидкість

$$v_{\text{ш}} = 2{,}63 \cdot \sqrt{Q_{\text{к}}^{*} \cdot h_{\text{с}} / \left[\left(T_{\text{з}} + Q^{*} / q\right)\right] \cdot F_{\text{п}}}, \text{ м/с}. \qquad (7.114)$$

Надлишкова температура на осі струменя

$$\Delta t_{\text{ш,ос}} = t_{\text{ш,ос}} - t_{\infty} = 1{,}875 \cdot 10^{2} \cdot Q_{\text{к}}^{*2/3}, \text{ °C}.$$

Середня надлишкова температура по площі перерізу шийки струменя

$$\Delta t_{\text{сер.ш}} = t_{\text{сер.ш}} - t_{\infty} = 0{,}55 \cdot \sqrt[3]{\left[Q_{\text{к}}^{*2} \cdot \left(T_{\text{з}} + Q^{*} / q\right)\right] / \left(h_{\text{с}} \cdot F_{\text{п}}^{2}\right)}, \text{ °C}. \qquad (7.115)$$

Практичний інтерес становлять явища, які відбуваються в приміщеннях зі значними тепловиділеннями. Розглянемо рух конвективних струменів за наявності одного нагрівника в приміщенні з різним розташуванням отворів, через які відбувається притікання свіжого (холодного) і відведення нагрітого повітря (рис. 7.33).

На рис. 7.33, *а* зображена схема руху замкненого конвективного струменя за відсутності впливу зовнішнього середовища. При цьому рециркуляційний потік переміщає нагріте повітря з верхньої зони приміщення в нижню і підвищує температуру в робочій зоні, що не завжди корисно.

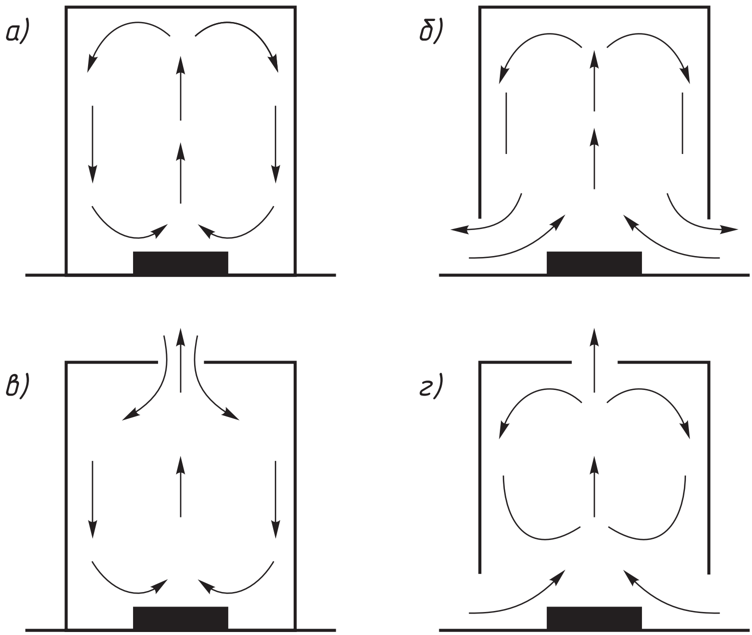


Рис. 7.33. Схеми руху конвективного струменя в обмеженому просторі

Біля нижніх отворів (рис. 7.33, *б*) конвективний струмінь тупиковий. Біля верхніх отворів (рис. 7.33, *в*) струмінь нагадує тупиковий. За наявності нижніх і верхніх отворів (рис. 7.33, *г*) конвективний струмінь можна називати **транзитним**. Потрібно зазначити, що на величину витрати циркуляційного повітря мають вплив теплонадходження і тепловтрати через огорожі приміщення.

7.8. ПОВІТРЯНІ ПОТОКИ БІЛЯ ВСМОКТУВАЛЬНИХ ОТВОРІВ

У приміщенні або відкритому просторі, з якого примусово всмоктується повітря, виникає своєрідний повітряний потік, який називають **всмоктувальним струменем**.

Умовою виникнення такого струменя є різниця між атмосферним тиском і розрідженням повітря в площині всмоктувального отвору. Під дією цієї різниці тисків навколишнє повітря з усіх напрямків рухається до всмоктувального отвору і з наближенням до нього швидкість його руху і прискорення зростають.

Через будь-які замкнуті поверхні, які охоплюють всмоктувальний отвір за один і той самий проміжок часу протікає однакова кількість повітря, яка дорівнює витраті всмоктувального повітря за однаковий проміжок часу.

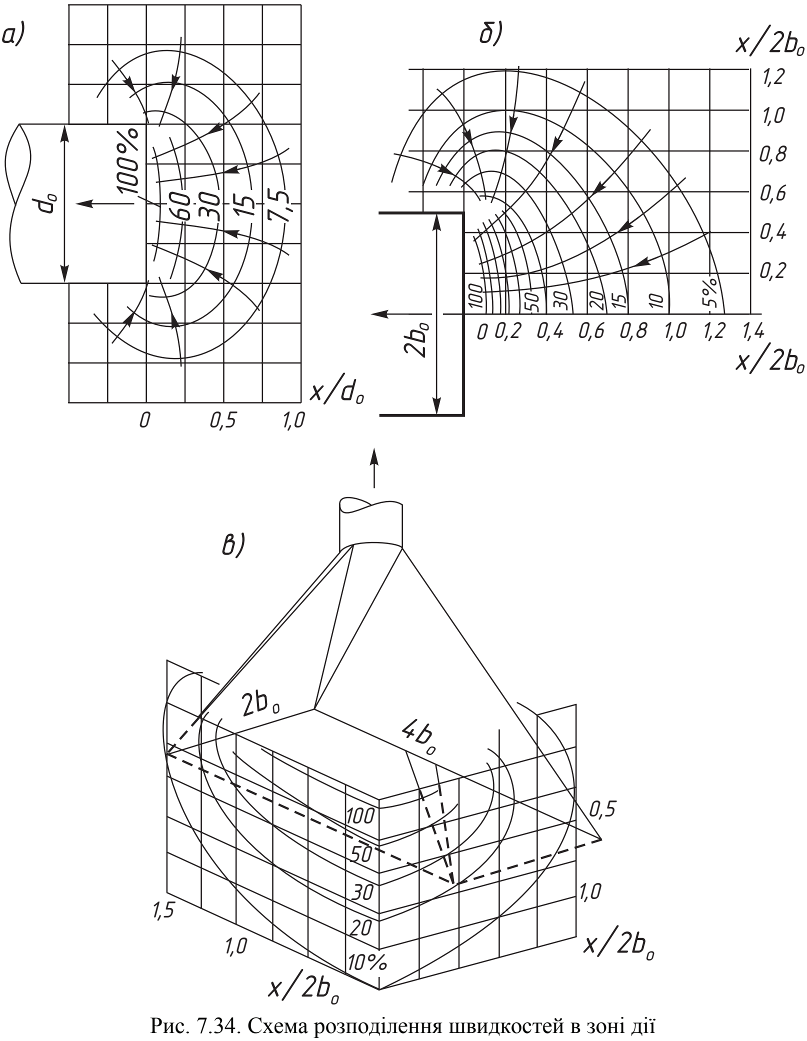


Рис. 7.34. Схема розподілення швидкостей в зоні дії всмоктувальних отворів різної форми:
а – круглого діаметром d_0; *б* – квадратного із стороною $2b_0$;
в – прямокутного із співвідношенням сторін 1:2

Якщо стікання повітря до всмоктувального отвору розвивається на відстані від твердих поверхонь, то ніщо не гальмує вільного руху потоку повітря і кожна частинка потоку в своєму русі зближується з сусідніми, але не переганяє і не відстає від них. У потоці не виникають дотичні напруження, не проявляється тертя і в’язкість і він тече як ідеальне середовище [13].

Це є однією з найцікавіших особливостей даного потоку і дозволяє застосувати до нього залежності теоретичної аеродинаміки.

Другою особливістю є те, що такий потік діє у порівняно обмеженій області поблизу всмоктувального отвору.

Експериментально досліджена структура повітряного потоку під час всмоктування його в круглий, квадратний і прямокутний отвори зображена на рис. 7.34.

З рис. 7.34, *а* видно, що на відстані діаметра швидкість становить тільки близько 7 % від швидкості в отворі. Ізотахи (лінії сталих швидкостей) розподілення швидкості дещо витягнуті і більше подібні на дуги еліпса, ніж на кола. Спектр швидкості біля отворів квадратної форми мало відрізняється від спектра біля круглого отвору. Зона дії отворів прямокутної форми більша, ніж отворів квадратної чи круглої форми.

Аналіз експериментальних даних показує, що незалежно від форми отвору (круглий, квадратний, прямокутний), розподілення швидкості вздовж осі всмоктувального отвору характеризується залежністю [7]

$$\frac{v_x}{v_{0\,\text{ц}}} = \frac{\omega_\text{г}}{10 \cdot x^2 + \omega_\text{г}}, \tag{7.116}$$

де $v_{0\,\text{ц}}$ – швидкість повітря в центрі всмоктувального отвору, м/с; x – відстань від отвору, м; v_x – осьова швидкість повітря на відстані x від отвору, м/с; $\omega_\text{г}$ – габаритна площа всмоктувального отвору, м^2.

Якщо відносні відстані виразити не через характерні лінійні розміри отвору, а через його гідравлічний (еквівалентний) радіус A, то розподілення швидкості в зоні дії отвору різної форми можна подати у вигляді графічних залежностей, зображених на рис. 7.35 [2].

Згідно з [4] зміна осьової швидкості потоку, який стікає в отвір, у загальному вигляді виражається формулою

$$v_x / \left(v_{0\,\text{ц}} - v_x\right) = k \cdot (x / A)^n, \tag{7.117}$$

де k, n – коефіцієнти; x – відстань до даної точки на осі струменя, м; A – гідравлічний радіус всмоктувального отвору ($A = \omega_\text{г} / \Pi$, де $\omega_\text{г}$ – габаритна площа отвору, м^2; Π – периметр отвору, м).

За різних значень *x/A*, а також різної конфігурації всмоктувальних отворів рівняння для осьової швидкості струменів мають вигляд

– для круглих і квадратних отворів при $x/A \le 2$

$$v_x / \left(0{,}95 \cdot v_{0\,ц} - v_x\right) = 0{,}8 \cdot \left(x / A\right)^{-1{,}4} ; \qquad (7.118)$$

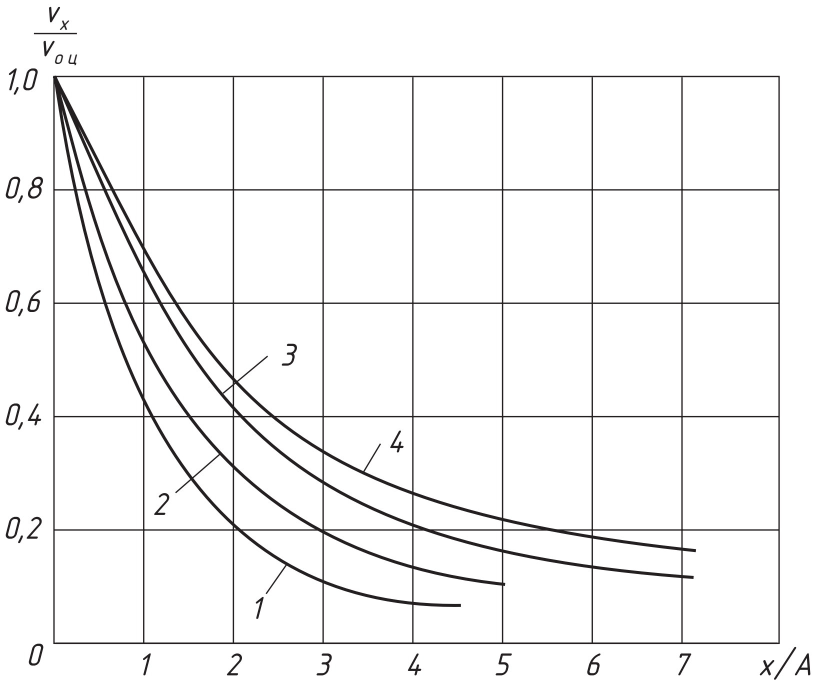


Рис. 7.35. Зміна відносної осьової швидкості для різної форми всмоктувального отвору:
1 – круглого отвору; *2* – прямокутного із співвідношенням сторін 1:2;
3 – прямокутного отвору із співвідношенням сторін 1:10;
4 – плоского із співвідношенням сторін 1:80

– для круглих отворів при $x/A > 2$

$$v_x / v_{0\,ц} = \left(x / A\right)^{-2} ; \qquad (7.119)$$

– для квадратних отворів при $x/A > 2$

$$v_x / v_{0\,ц} = \left(4 / \pi\right) \cdot \left(x / A\right)^{-2} ; \qquad (7.120)$$

– для прямокутних отворів при $x/A > 2$

$$v_x / \left(v_{0\,ц} - v_x\right) = \left(x / A\right)^{-1{,}7} . \qquad (7.121)$$

Розглянемо теоретичний підхід І.Шепельова до аналізу розподілення осьових швидкостей в зоні дії всмоктувальних потоків (струменів) [2].

Уявімо, що через круглий отвір радіусом r_0 всмоктується повітря зі швидкістю v_0 в кількості Q_0 (рис. 7.36). Визначимо швидкість на осі симетрії стікання v_x. Виділимо в площині отвору елементарну площу $d\omega$, утворену перетином двох концентричних кіл і радіусів. Якщо кут між радіусами $d\varphi$, а відстань між колами dr, то елементарна площа, яка знаходиться від центра отвору на відстані r, виразиться рівнянням $d\omega = r \cdot d\varphi \cdot dr$.

Елементарна витрата повітря через площу $d\omega$ призведе до виникнення елементарної швидкості повітря в просторі біля цієї площі. Вважаючи, що поле однакових швидкостей біля всмоктувального отвору є половиною сферичної поверхні з радіусом R, можемо записати рівняння

$$v_0 \cdot r \cdot d\varphi \cdot dr = 2\pi R^2 \cdot dv, \tag{7.122}$$

звідки елементарна швидкість

$$dv = \frac{v_0}{2\pi R^2} \cdot r \cdot d\varphi \cdot dr .$$

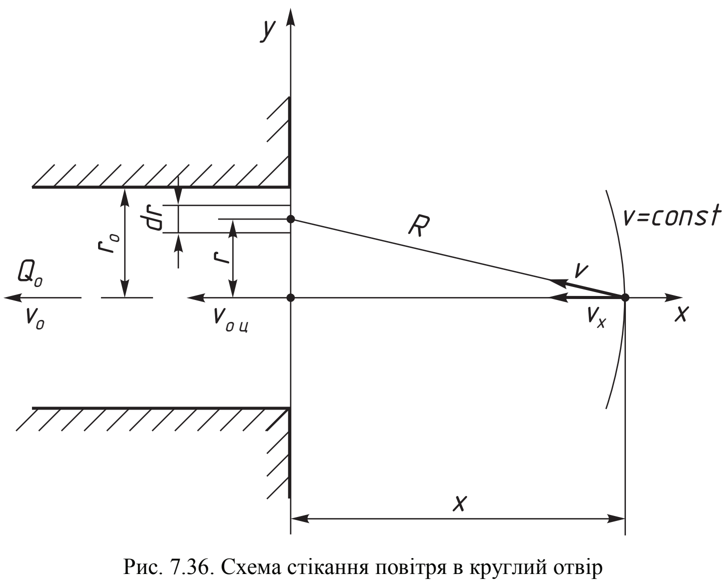


Рис. 7.36. Схема стікання повітря в круглий отвір

Елементарна швидкість на осі стікання

$$dv_x = dv \cdot \frac{x}{R}. \qquad (7.123)$$

Маючи на увазі, що $R = \left(x^2 + r^2\right)^{1/2}$, залежність (7.123) можна записати у вигляді

$$dv_x = \frac{v_0}{2\pi} \cdot \frac{x \cdot r \cdot dr \cdot d\varphi}{(x^2 + r^2)^{3/2}}. \qquad (7.124)$$

Інтегруючи цей вираз по куту φ в межах від нуля до 2*π* і вторинно по радіусу r в межах від нуля до r_0, отримаємо значення швидкості на осі симетрії потоку

$$v_x = v_{0\,\text{ц}} \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (r_0 / x)^2}}\right). \qquad (7.125)$$

7.8.1. Інтенсифікація області дії всмоктувальних отворів. Повітряний потік, який підтікає до всмоктувального отвору, в першому наближенні можна аналізувати відомим в аеродинаміці аналогом *точкового стікання*.

Точковим стіканням називають точку, в якій потік безперервно і рівномірно зникає.

Розглянемо теоретичне поняття точкового і лінійного стікань. Уявімо точку в просторі, через яку в одиницю часу протікає кількість повітря Q_0. Повітря до точки вочевидь підтікає з усього навколишнього простору по радіусах (рис. 7.37), які і будуть лініями течії елементарних струміньців. Через уявні сферичні поверхні радіусом R в одиницю часу стікає до точки така сама кількість повітря, яка протікає через точку, тобто Q_0. Сферичні поверхні ω_1, ω_2,..., ω_n є поверхнями однакових швидкостей v_1, v_2,…, v_n. Витрати повітря, яке протікає через точку, можна представити через витрати крізь уявні сферичні поверхні відповідного радіуса

$$Q_0 = \omega_1 \cdot v_1 = \omega_2 \cdot v_2 = ... = \omega_n \cdot v_n,$$

або

$$4\pi \cdot R_1^2 \cdot v_1 = 4\pi \cdot R_2^2 \cdot v_2 = ... = 4\pi \cdot R_n^2 \cdot v_n,$$

звідки

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2} = ... = \frac{R_n^2}{R_1^2} \,. \qquad (7.126)$$

Тобто, *під час стікання повітря в точковий отвір швидкості змінюються обернено пропорційно до квадратів радіусів з центром в точці стікання.*

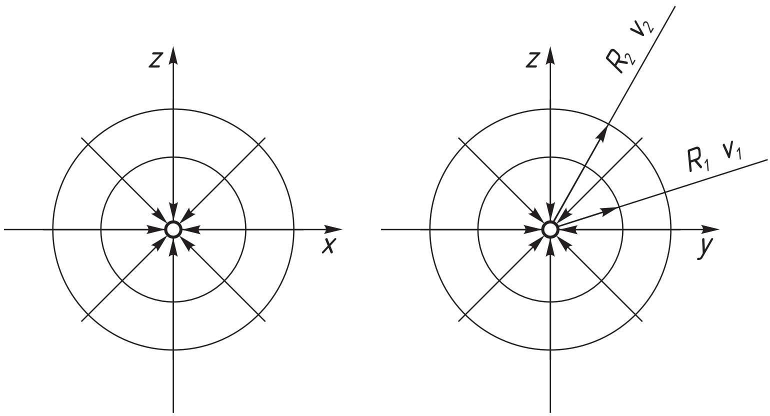


Рис. 7.37. Схема стікання в точковий отвір

Під час **лінійного стікання** повітря протікає крізь лінію нескінченної довжини (рис. 7.38). У цьому випадку поверхнями однакових швидкостей будуть уявні бокові поверхні циліндрів ω_1, ω_2,..., ω_n з відповідними радіусами R_1, R_2,…, R_n. Витрата повітря крізь лінію дорівнює витраті через будь-яку циліндричну поверхню

$$Q_0 = 2\pi \cdot R_1 \cdot l \cdot v_1 = 2\pi \cdot R_2 \cdot l \cdot v_2 = ... = 2\pi \cdot R_n \cdot l \cdot v_n \,,$$

звідки

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{R_2}{R_1} = ... = \frac{R_n}{R_1} \,. \qquad (7.127)$$

Тобто, *під час стікання повітря в лінійний отвір швидкості змінюються обернено пропорційно до радіусів.*

Поняття точкового і лінійного стікань дозволяє якісно характеризувати рух повітря біля реальних всмоктувальних отворів круглої і щілинної форми, а також у першому наближенні оцінити розподілення швидкості біля цих отворів.

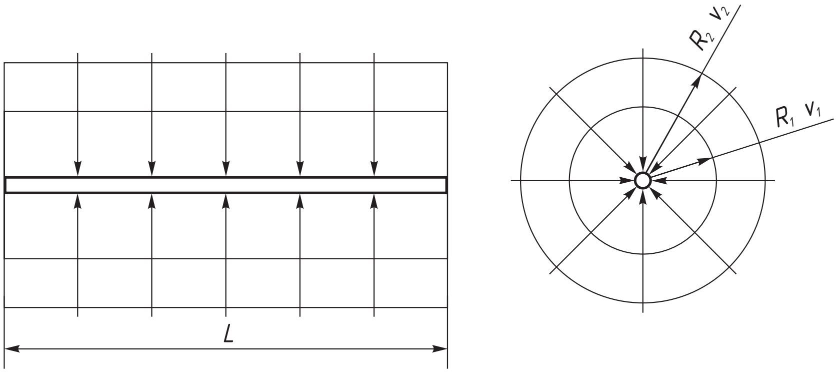


Рис. 7.38. Схема лінійного стікання

Експериментальні дослідження показують, що дійсна картина розподілення швидкості біля всмоктувальних отворів помітно відрізняється від швидкості, визначеної за точковим чи лінійним стіканням. Збігання спостерігається на відстані $x \geq d_0$ або $x \geq 2b_0$ (де d_0 – діаметр круглого отвору, b_0 – півширина плоского отвору).

У щілинних (плоских) отворах значний вплив на розподілення швидкості мають бокові краї отвору, оскільки в цих місцях рух повітря більше подібний до точкового стікання, ніж до лінійного.

Поблизу всмоктувальних отворів кінцевих розмірів рух повітря залежить від форми отвору і співвідношення його сторін.

Спектр швидкості біля отворів квадратної форми (рис. 7.34, *б*) мало відрізняється від спектра біля круглого отвору (рис. 7.34, *а*). Зона дії всмоктувальних отворів прямокутної форми (рис. 7.34, *в*) більша від зони дії круглих чи квадратних отворів, оскільки вони за формою наближаються до лінійного стікання.

Під час вільного стікання в торець труби зона дії всмоктувального отвору розповсюджується і в прилеглу область стінки труби (рис. 7.39). При цьому лінії течії повітряного потоку різнонаправлені і сильно викривлені, і це зумовлює зменшення довжини активної зони струменя.

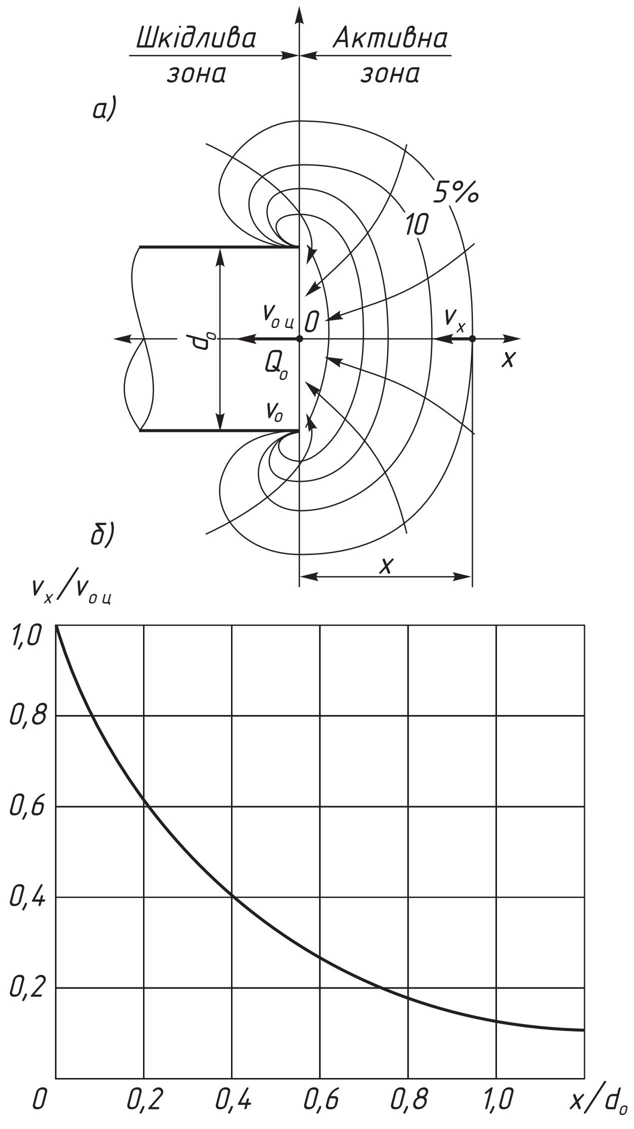


Рис. 7.39. Структура потоку
під час вільного стікання до центра отвору:
а – схема стікання в торець труби круглого перерізу;
б – результати експериментальних досліджень

На основі аналізу стікання з усіх напрямків в точковий отвір можна записати [13]

$$v_x = \frac{Q_0}{4\pi \cdot x^2}. \tag{7.128}$$

Приклад 7.10. Визначити швидкість повітряного потоку в точці на відстані $x = 0{,}15$ м від полюса стікання (тобто від центра відкритого торця всмоктувальної трубки) за внутрішнього діаметра трубки $d_0 = 0{,}02$ м і середньої швидкості всмоктування повітря $v_0 =$ $= 10$ м/с. Знайти відстань x від полюса стікання, на якій швидкість дорівнює $v_x = 0{,}5$ м/с.

Р о з в ’ я з у в а н н я

Швидкість у довільній точці на відстані x від точкового стікання можна визначити за формулою (7.128)

$$v_x = Q_0 / \left(4\pi \cdot x^2\right),$$

де Q_0 – секундна витрата потоку, м^3/с; x – відстань від полюса стікання до даної точки простору, м; $4\pi{\cdot}x^2$ – поверхня сфери радіусом x, м^2.

$$Q_0 = \frac{\pi \cdot d_0^2}{4} \cdot v_0 = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}02^2}{4} \cdot 10 = 0{,}003 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Тоді шукана швидкість становитиме

$$v_x = \frac{0{,}003}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}15^2} = 0{,}01 \text{ м/с}.$$

Відстань x, на якій швидкість потоку дорівнюватиме $v_x = 0{,}5$ м/с:

$$x = \sqrt{\frac{Q_0}{4 \cdot \pi \cdot v_x}} = \sqrt{\frac{0{,}003}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}5}} = 0{,}022 \text{ м}.$$

Зміну осьової швидкості незалежно від перерізу всмоктувальної труби (круглий, квадратний, прямокутний) також можна описати виразом

$$\frac{v_x}{v_0} = \frac{\omega_0}{10 \cdot x^2 + \omega_0}. \tag{7.129}$$

де v_0 – середня за витратою швидкість у всмоктувальному отворі труби, м/с; ω_0 – площа перерізу всмоктувального отвору, м^2.

Із рис. 7.39 видно, що збільшити довжину активної зони потоку можна внаслідок ліквідації шкідливої його зони, наприклад, завдяки повітронепроникній жорсткій стінці (напівобмежене стікання, рис. 7.40).

На основі теоретичного аналізу напівобмеженого стікання в точковий отвір [13]

$$v_x = \frac{Q_0}{2\pi \cdot x^2}. \tag{7.130}$$

Приклад 7.11. Визначити швидкість в точці на відстані $x = 0{,}15$ м від полюса стікання, якщо кінець всмоктувальної трубки є умонтований в плоску стінку (напівобмежене стікання). Витрату повітряного потоку Q_0 прийняти такою самою, як і в прикладі 7.10.

Р о з в ' я з у в а н н я

Шукану швидкість визначаємо за формулою (7.130)

$$v_x = \frac{Q_0}{2 \cdot \pi \cdot x^2} = \frac{0{,}003}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}15^2} = 0{,}02 \text{ м/с.}$$

Аналіз експериментальних даних (рис. 7.40) дає таку залежність зміни осьової швидкості під час напівобмеженого стікання в отвір круглого і квадратного перерізів [7]

$$\frac{v_x}{v_0} = 1{,}33 \cdot \frac{\omega_0}{10 \cdot x^2 + \omega_0}. \quad (7.131)$$

Порівнюючи залежності (7.129) і (7.131), бачимо, що за напівобмеженого стікання порівняно з вільним стіканням осьова швидкість зростає на 33 %.

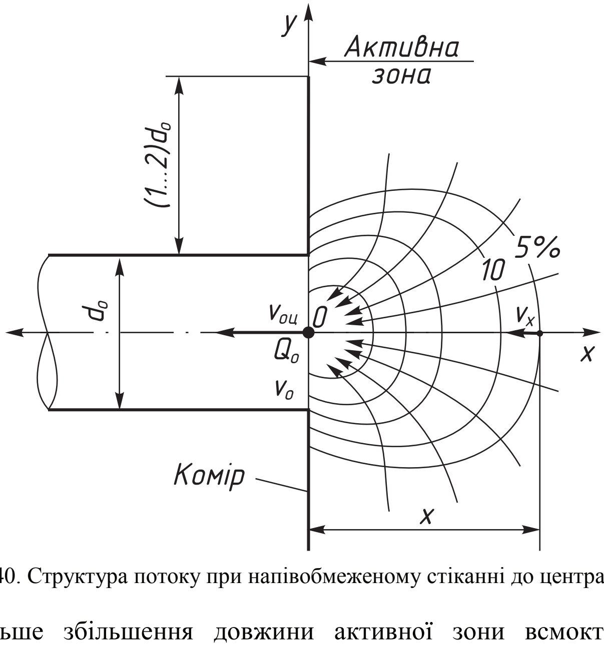


Рис. 7.40. Структура потоку при напівобмеженому стіканні до центра отвору

Подальше збільшення довжини активної зони всмоктувального струменя можна досягти завдяки трансформації циліндричного торця труби в дифузорний або скруглений, тобто завдяки плавному звуженню області підтікання і більш вирівняних ліній течії потоку (рис. 7.41).

На основі теоретичного аналізу потоку, який стікає в точковий отвір з плавно звуженого простору, маємо [13]

$$v_x = \frac{Q_0}{\psi \cdot x^2}, \tag{7.132}$$

де ψ – тілесний кут, під яким з точки 0 видно частину відкритого простору, звідки стікає повітряний потік, рад.

Таблиця 7.16

Значення тілесного кута

№ з/п	Поверхні, які обмежують точкове стікання	ψ, рад
1	Відсутні	4π
2	Плоска стінка (ковнір)	2π
3	Грані прямого двогранного кута	π
4	Бокова поверхня конуса з кутом φ при вершині	$2\pi(1\text{-}\cos\frac{\varphi}{2})$

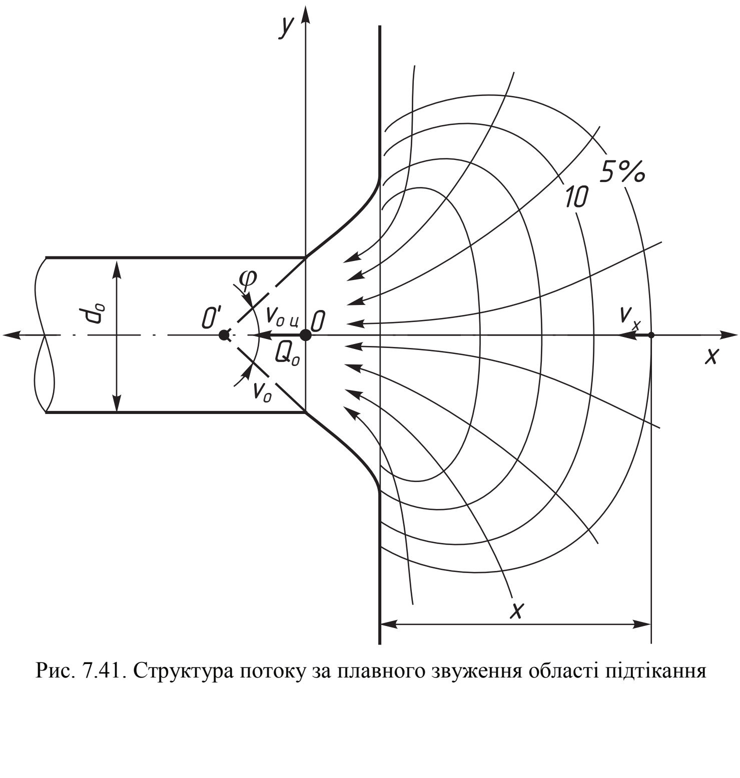


Рис. 7.41. Структура потоку за плавного звуження області підтікання

Для подальшої оптимізації активної зони потоку (забезпечення максимальної довжини активної зони потоку за зменшенної його витрати) доцільно використати кільцевий всмоктувальний отвір з плавним звуженням області підтікання і боковими стінками (повітрообмежником) (рис. 7.42)

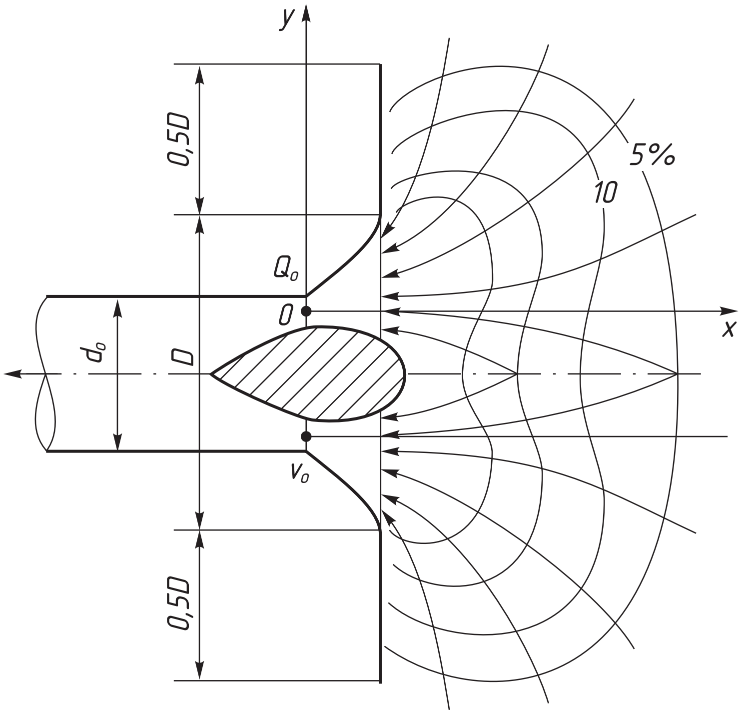


Рис. 7.42. Наближена структура потоку
під час стікання в кільцевий отвір
з плавним звуженням області підтікання і боковими стінками

Для **зонтів** над робочими столами (рис. 7.43) важливим є забезпечення швидкості v_x на краях столу, який знаходиться під зонтом.

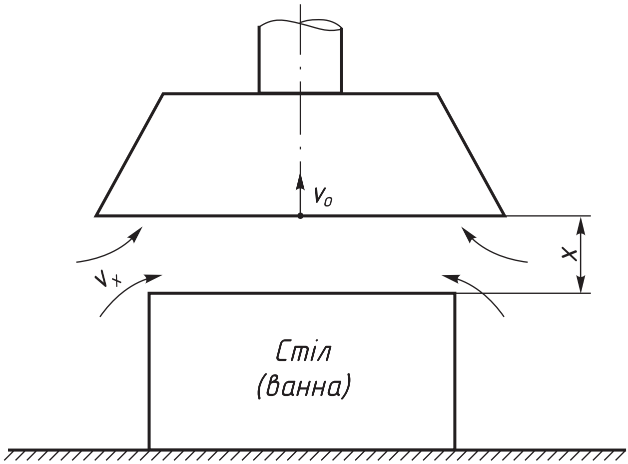


Рис. 7.43. Зонт над робочим столом або гальванічною ванною

У цьому випадку існує наближена залежність [7]

$$\frac{v_x}{v_0} = \frac{0{,}5 \cdot F_з}{x \cdot П_з}, \tag{7.133}$$

де v_0 – середня за витратою швидкість у нижній площині зонта, м/с; x – відстань від нижньої площини зонта до поверхні столу, м; $П_з$ – периметр низу зонта, м; $F_з$ – площа низу зонта, м^2.

Для щілинного відсмокту нескінченної довжини (рис. 7.44, *а*) існує залежність [7]

$$\frac{v_x}{v_0} = 0{,}25 \cdot \frac{h}{x}, \tag{7.134}$$

де h – висота щілини, м; x – осьова відстань до точки потоку, швидкість в якій v_x, м.

Для щілинного відсмокту з одностороннім обмеженням підтікання повітря поверхнею робочого столу (рис. 7.44, *б*) можна приймати

$$\frac{v_x}{v_0} = 0{,}33 \cdot \frac{h}{x}. \tag{7.135}$$

Для всмоктувального щілинного отвору з двостороннім коміром (рис. 7.44, *в*) [7]

$$\frac{v_x}{v_0} = 0{,}5 \cdot \frac{h}{x}. \tag{7.136}$$

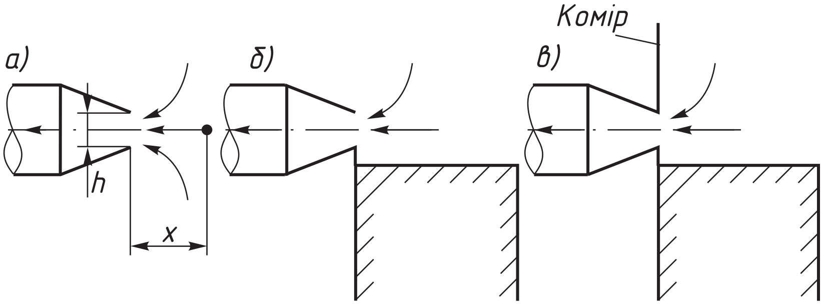


Рис. 7.44. Різні способи використання всмоктувальних щілинних отворів:

а – засмоктування у вільний щілинний отвір; *б* – засмоктування у щілинний отвір, обмежений одностороннім коміром і поверхнею робочого стола;
в – те саме, з двостороннім коміром

Математично розраховані відносні швидкості для всмоктувальної щілини з нескінченно широким ковніром [7] зображені графічно на рис. 7.45.

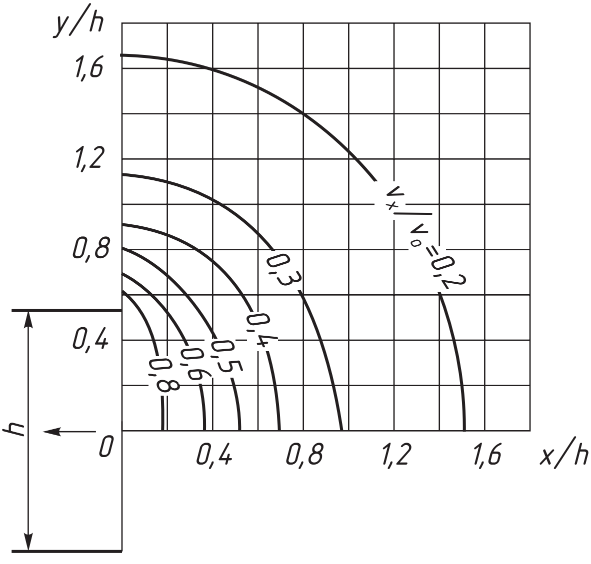


Рис. 7.45. Розподілення швидкостей повітряного потоку,
який стікає до плоского щілинного отвору з двостороннім коміром

7.8.2. Стікання повітря до кільцевих отворів. З'ясуємо закономірності стікання повітря до нескінченного тонкого кільцевого отвору в плоскій стінці, утвореного колом радіусом *r*.

Розташуємо початок координат в центрі кола і скеруємо вісь *x* нормально до стінки назустріч повітряному потокові (рис. 7.46). Знайдемо швидкість руху повітря в довільній точці осі *x*. Розділимо умовно коло, по якому всмоктується повітря, на нескінченно велике число нескінченно малих дуг і виділимо одну із них *ds*.

Якщо загальну витрату повітря зазначити через Q_0, то на виділеному відрізку дуги кола поглинатиметься елементарна кількість повітря

$$dQ = \frac{Q_0}{2\pi \cdot r} \cdot ds \, . \tag{7.137}$$

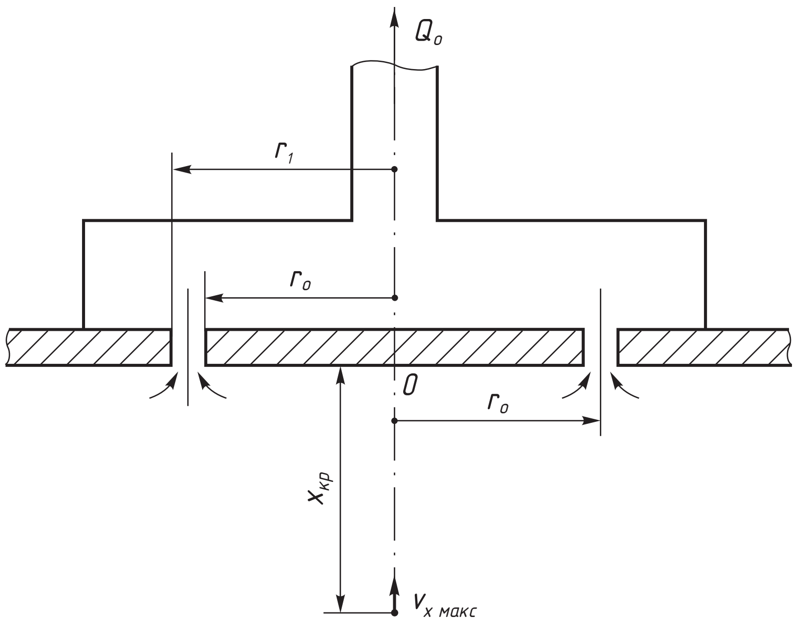


Рис. 7.46. Схема стікання повітря до тонкого кільцевого отвору
в горизонтальній площині

(на відстані більшій $x_{кр}$ висхідний потік сповільнюється)

Складова елементарної швидкості руху повітря на осі x (рис. 7.46) визначається диференційним рівнянням

$$dv_x = \frac{dQ \cdot x}{2\pi \cdot \left(x^2 + r^2\right)^{3/2}}. \quad (7.138)$$

Підставляючи в останнє рівняння значення елементарної витрати, отримаємо

$$dv_x = \frac{Q_0 \cdot x}{2\pi \cdot 2\pi \cdot r \cdot \left(x^2 + r^2\right)^{3/2}} \cdot ds. \quad (7.139)$$

Для визначення сумарної швидкості потоку у випадку поглинання повітря множиною елементарних дуг, які становлять все коло, потрібно підсумувати елементарні швидкості, тобто взяти інтеграл від одержаного виразу по довжині кола в межах від 0 до $2\pi \cdot r$. Внаслідок отримаємо деяке значення осьової швидкості потоку повітря, який стікає до кільцевого отвору в стінці, утвореного колом з радіусом r:

$$v_x = \frac{Q_0 \cdot x}{2\pi \cdot \left(x^2 + r^2\right)^{3/2}}. \quad (7.140)$$

З отриманого рівняння можна зауважити, що швидкість повітря в центрі кола ($x = 0$) дорівнює нулю. На дуже великих відстанях ($x \to \infty$) осьова швидкість також зникає. Отже, на деякій критичній відстані $x_{кр}$ швидкість має максимальне значення.

Умова $dv_x / dx = 0$ дозволяє з рівняння (7.140) визначити значення критичної відстані

$$x_{кр} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot r = 0{,}707 \cdot r \quad (7.141)$$

і максимальної швидкості

$$v_{x\ макс} = \frac{Q_0}{3\sqrt{3} \cdot \pi r^2} = \frac{Q_0}{5{,}2\pi r^2}. \quad (7.142)$$

Приклад 7.12. Над столом для паяння дрібних деталей, на висоті a = 0,25 м від його поверхні, встановлений місцевий відсмокт у вигляді лійки (рис. 7.47). Горизонтальна відстань від центра всмоктувального отвору до місця паяння x = 0,3 м. Визначити витрату всмоктувального повітря, яка забезпечує швидкість потоку в місці паяння v_x = 0,25 м/с, а також критичну відстань x, де швидкість v_x максимальна.

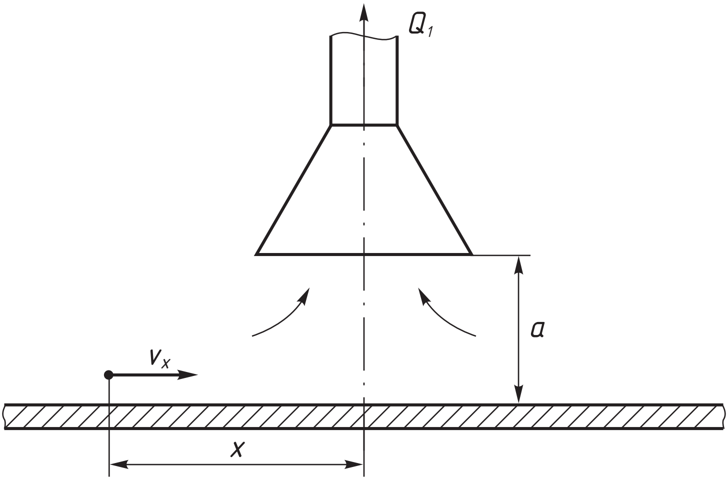


Рис. 7.47. Місцевий відсмокт біля стола паяння

Р о з в ’ я з у в а н н я

Витрату всмоктувального повітря визначаємо з рівняння (7.140)

$$Q_1 = \frac{2 \cdot \pi \cdot \left(x^2 + a^2\right)^{3/2}}{x} \cdot v_x = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot \left(0{,}3^2 + 0{,}25^2\right)^{3/2}}{0{,}3} \cdot 0{,}25 = 0{,}312 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Згідно з рівнянням (7.141)

$$x_{\text{кр}} = 0{,}707 \cdot a = 0{,}707 \cdot 0{,}25 = 0{,}177 \text{ м}.$$

Значення максимальної швикості визначаємо з рівняння (7.142)

$$v_{x\ \text{макс}} = \frac{Q_1}{3\sqrt{3} \cdot \pi \cdot a^2} = \frac{0{,}312}{3\sqrt{3} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}25^2} = 0{,}31 \text{ м/с}.$$

Далі знайдемо швидкість повітря на осі стікання, скерованого до кільцевого отвору кінцевої ширини, замкненому між двома концентричними колами, з яких менше описане радіусом r_0, а більше – радіусом r_1 (рис. 7.46). Загальна витрата засмоктуваного повітря – Q_0.

Виділимо в межах всмоктувального отвору елементарне кільце радіусом r і завширшки dr.

За умови рівномірного всмоктування по всій площі кільцевого отвору через виділене кільце відсмоктуватиметься кількість повітря

$$dQ = Q_0 \cdot \frac{2\pi r \cdot dr}{\pi \cdot \left(r_1^{\,2} - r_0^{\,2}\right)}. \tag{7.143}$$

Внаслідок відсмоктування цієї кількості повітря швидкість його руху на осі x можна записати у вигляді

$$dv_x = \frac{dQ \cdot x}{2\pi \cdot \left(x^2 + r^2\right)^{3/2}}. \tag{7.144}$$

Якщо в рівняння (7.144) підставити значення витрати з рівняння (7.143), то отримаємо

$$dv_x = \frac{Q_0 \cdot x \cdot rdr}{\pi \cdot \left(x^2 + r^2\right)^{3/2}}. \tag{7.145}$$

Інтегруючи (7.145) по r в межах від r_0 до r_1, отримаємо значення швидкості на осі стікання повітря до кільцевого отвору кінцевої ширини

$$v_x = \frac{Q_0}{\pi \cdot \left(r_1{}^2 - r_0{}^2\right)} \cdot \left[\frac{x}{\sqrt{x^2 + r_0{}^2}} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + r_1{}^2}}\right]. \tag{7.146}$$

Якщо позначити через v_0 середню швидкість руху повітря в площині всмоктувального отвору, то

$$v_0 = \frac{Q_0}{\pi \cdot \left(r_1^2 - r_0^2\right)}. \tag{7.147}$$

Рівняння (7.146) можна подати в безрозмірному вигляді

$$\frac{v_x}{v_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(r_0 / x\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(r_1 / x\right)^2}}. \tag{7.148}$$

Аналіз формули (7.146) показує, що при $x = 0$ і $x \to \infty$ швидкість повітря на осі дорівнює нулю. Отже, існує критична відстань, на якій осьова швидкість потоку має максимальне значення. Ця відстань визначається розв'язком рівняння (7.146) спільно з рівнянням $dv_x / dx = 0$:

$$x_{\text{кр}} = \frac{(r_0 \cdot r_1)^{2/3}}{\sqrt{r_0^{2/3} + r_1^{2/3}}}. \tag{7.149}$$

Значення максимальної осьової швидкості на осі стікання повітря до кільцевого отвору визначається підставлянням значення критичної відстані в рівняння (7.146). З цього самого рівняння можна безпосередньо отримати значення швидкості на осі симетрії стікання повітря до круглого отвору в плоскій стінці за умови r_0=0:

$$v_x = \frac{Q_0}{2\pi \cdot r_1^2} \cdot \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + r_1^2}}\right). \tag{7.150}$$

Якщо позначити середню швидкість руху повітря в площині всмоктувального отвору v_0, то рівняння (7.150) можна записати у безрозмірному вигляді

$$\frac{v_x}{v_0} = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{r_1}{x}\right)^2}}. \tag{7.151}$$

Аналіз рівнянь (7.150) і (7.151) показує, що *зі збільшенням відстані від нуля до нескінченності швидкість стікання регулярно зменшується від значення швидкості в площині всмоктувального отвору до нуля*.

На рис. 7.48 зображена розрахункова крива залежності відносної осьової швидкості v_x / v_0 від відносної відстані x / r_1.

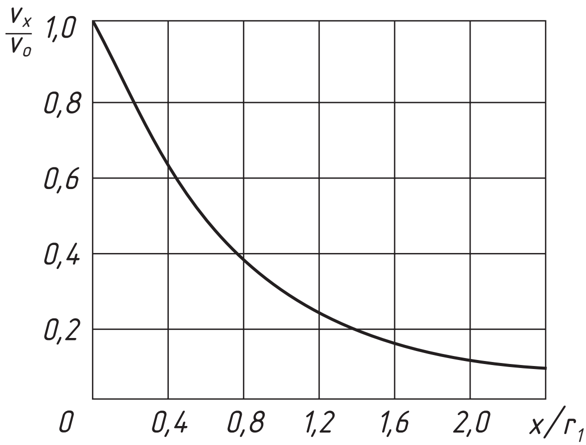


Рис. 7.48. Зміна швидкості повітряного потоку
на осі його стікання до кільцевого отвору в плоскій стінці

Р о з д і л в о с ь м и й

МОДЕЛЮВАННЯ ВЕНТИЛЯЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ

У деяких випадках аналітичне розв'язування вентиляційних задач пов'язане зі значними труднощами. Інколи математична постановка задачі взагалі неможлива. Тоді проводяться експериментальні дослідження вентиляційних процесів на фізичних моделях. Однак узагальнення, зроблені на засадах досліджень фізичних моделей, не мають універсального значення і їх практичне використання обмежене.

Вентиляційні процеси загалом описуються рівняннями руху і неперервності повітряного потоку, перенесення теплоти і вологи, теплообміну твердої поверхні з потоком тощо.

Під час виконання досліджень на моделях важливо правильно визначити безрозмірні комплекси фізичних величин, які б повністю характеризували процес, який досліджується.

Попередній якісний аналіз процесу і вибір системи безрозмірних комплексів можна отримати на засадах **теорії розмірностей** і **механічної подібності**. Інколи застосовують **методи аналогії**, коли явище, яке досліджується, заміняють його моделлю іншої фізичної природи (наприклад, рух потоків у повітропроводах і теплопередачу можна вивчати методом електричної аналогії, за якого температурні або швидкісні потенціали імітуються напругами, а теплові потоки і витрати – електричним струмом).

Для досліджень процесів вентиляції застосовують метод наближеного моделювання. Цей метод порівняно з методом повної подібності має значну перевагу, його легко реалізувати технічно, але він не має тієї універсальності, яка властива методу повної подібності.

Наближене моделювання є фактично єдиним методом, який можна реалізувати. Тому метод моделювання передбачає створення моделі, яка простіша, ніж натура.

Обґрунтованою методикою наближеного моделювання можна вважати таку, для якої встановлена величина можливої помилки. Повинна бути визначена галузь застосування даної методики і встановлені границі, в межах яких результати проведених дослідів не будуть перевищувати встановленої похибки.

У кожному конкретному випадку необхідно використати методику, степінь точності якої одного порядку з точністю початкових даних і експерименту; можлива загальна помилка досліджень не повинна перевищувати межу точності, яка вимагається під час розв'язування поставленої задачі.

Нині відпрацьовані методики наближеного моделювання аерації будинків і механічної вентиляції приміщень з надлишками теплоти, вологи, а також виділеннями газів і пари як разом з теплотою, так і окремо; вентиляції приміщень, у повітря яких виділяється пил. Розроблені також методи наближеного моделювання окремих вентиляційних пристроїв (місцевих відсмоктів, повітророзподільників, повітряних завіс і душів, пиловловників) і методика наближеного моделювання розсіювання шкідливих викидів у приземному шарі заводських майданчиків.

Основні теореми подібності, а також критерії, які виводять з диференційних рівнянь, що описують ці і модельовані процеси, детально описані в літературі [2…8, 10…23, 25, 27, 28, 30, 32…36].

У наближеному моделюванні велике значення мають властивості руху повітряних потоків, які характеризуються *стабільністю* та *автомодельністю*.

Під **стабільністю** розуміють властивість повітряного потоку рухатись з певним розподіленням швидкостей, яке встановлюється залежно від критерію Re, форми повітропроводу і відносної довжини шляху руху. У випадку тотожності цих факторів у моделі і натурі розподілення швидкостей є подібним.

Під **автомодельністю** розуміють незалежність характеру руху від критерію, який є визначальним для даного процесу. Наприклад, експериментально встановлено, що починаючи з певного значення критерію Re, розподілення швидкостей і тисків, а також аеродинамічний опір залишаються сталими за зміни швидкості потоку і не залежать від Re.

Другим прикладом автомодельності є незалежність коефіцієнта тепловіддачі під час конвективного руху потоку від лінійного розміру джерела тепловиділень. Така автомодельність виникає у конвективному струмені за розвинутої його турбулентності.

Розвинута турбулентність конвективних потоків утворюється біля нагрітих тіл кулястої форми під час підтікання до них холодного повітря з усіх напрямків і значенні $Gr \cdot Pr > 2 \cdot 10^7$. Для нагрітих вертикальних стінок критичне значення $(Gr \cdot Pr)_{кр} = 2{,}3 \cdot 10^8$ [13], а для нагрітої горизонтальної пластини – $(Gr \cdot Pr)_{кр} = 7{,}1 \cdot 10^5$.

8.1. МЕТОД АНАЛІЗУ РОЗМІРНОСТЕЙ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ ДЛЯ ОТРИМАННЯ РІВНЯНЬ ПОДІБНОСТІ

Розрізняють розмірні і безрозмірні величини. Ці величини пов'язані між собою певними співвідношеннями.

Незалежні розмірні величини називають **основними** (м, кг, с, К), а всі інші величини – **похідними** (м/с, кг·м/с^2 тощо). Вираження похідної величини через основні величини називають **розмірністю**.

Будь-яке фізичне рівняння за розмірністю є **однорідним**, тобто обидві його частини мають завжди однакову розмірність, незалежно від вибору системи фізичних величин. Це правило розповсюджується і на ще невідомі рівняння.

Властивість однорідності є основою теорії розмірностей.

Формули розмірності всіх похідних фізичних величин мають вигляд степеневих одночленів

$$[D] = L^{\alpha} \cdot M^{\beta} \cdot T^{\gamma} \cdot \Theta^{\delta},$$

або

$$[D] = [\text{м}]^{\alpha} \cdot [\text{кг}]^{\beta} \cdot [\text{с}]^{\gamma} \cdot [\text{K}]^{\delta}, \tag{8.1}$$

де L, M, T, Θ – відповідно довжина, маса, час і температура.

Якщо на основі аналізу того чи іншого явища можна виділити фізичні величини, які впливають на це явище, то встановити характер залежності між виділеними величинами можна на основі принципу однорідності розмірності і за допомогою π – *теореми Бекінгема*.

П-теорема доводить, що загальну функціональну залежність, яка пов'язує між собою n розмірних величин при k основних одиницях їх вимірювання, можна навести як залежність між $n - k$ безрозмірними комплексами цих величин, а за наявності подібності – як зв'язок між $n - k$ критеріями подібності.

Наприклад, з досвіду відомо, що рух потоку у повітропроводі залежить від таких величин

$$\pi = f(v,\ \mu,\ \rho,\ d), \tag{8.2}$$

де v, μ, ρ – відповідно швидкість, динамічна в'язкість і густина повітряного потоку; d – діаметр трубопроводу.

Функцію (8.2) наближено можна записати у вигляді степеневої залежності

$$\pi = C \cdot v^{\alpha} \cdot \mu^{\beta} \cdot \rho^{\gamma} \cdot d^{\delta}, \qquad (8.3)$$

де *C,* α, β, γ, δ – невідомі числові коефіцієнти.

Враховуючи, що розмірності обох частин залежності (8.3) однакові, а *C* – безрозмірний коефіцієнт, замінимо всі величини в ній розмірностями цих величин

$$[\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}]^{0} = C^{0} \cdot \left[\frac{\text{м}}{\text{с}}\right]^{\alpha} \cdot \left[\frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}\right]^{\beta} \cdot \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}^{3}}\right]^{\gamma} \cdot [\text{м}]^{\delta},$$

або

$$M^{0} \cdot L^{0} \cdot T^{0} = \left(L \cdot T^{-1}\right)^{\alpha} \cdot \left(M \cdot L^{-1} \cdot T^{-1}\right)^{\beta} \cdot \left(M \cdot L^{-3}\right)^{\gamma} \cdot L^{\delta}.$$

У лівій частині останнього рівняння величина π виражена через розмірність основних величин у нульовому степені. Показники степенів при однакових основних одиницях в обох частинах цього рівняння повинні бути однакові.

Тому отримуємо систему трьох рівнянь

$$\begin{cases} 0 = \beta + \gamma; \\ 0 = \alpha - \beta - 3\gamma + \delta; \\ 0 = -\alpha - \beta. \end{cases}$$

У цій системі з трьох рівнянь є чотири невідомих α, β, γ, δ. Будь-які три з них завжди можна подати через четверту, наприклад, α. Тоді знайдемо з третього рівняння β = –α, з першого – γ = α, з другого – δ = α.

Підставляючи тепер значення β, γ і δ в рівняння (8.3), отримаємо

$$\pi = C \cdot v^{\alpha} \cdot \mu^{-\alpha} \cdot \rho^{\alpha} \cdot d^{\alpha} = C \cdot \left(\frac{\rho \cdot v \cdot d}{\mu}\right)^{\alpha} \equiv C \cdot \mathrm{Re}^{\alpha}, \qquad (8.4)$$

де α може приймати будь-яке значення, відмінне від нуля.

Значення α і *C* визначають з обробки результатів експериментальних даних.

Приймаючи, наприклад, α = 1 і *C* = 1, отримаємо

$$\pi \equiv \mathrm{Re} = \frac{\rho \cdot v \cdot d}{\mu} = \frac{v \cdot d}{\nu}, \qquad (8.5)$$

де ν – коефіцієнт кінематичної в’язкості потоку.

Тепер стає зрозумілим, як дослідники, які вивчали закономірності зміни коефіцієнта гідравлічного тертя в трубопроводах λ, прийшли до узагальненої залежності

$$\lambda = f\,(\mathrm{Re}, k_{\mathrm{e}} / d)\,. \tag{8.6}$$

8.2. КОНСТАНТИ І ЧИСЛА ПОДІБНОСТІ

Повністю подібними будуть явища, в яких всі їх однорідні фізичні величини знаходяться для будь-якої точки простору в однакових відношеннях. Якщо подібність збережена не для всіх величин, а тільки для деяких – тоді вона буде частковою.

Відношення схожих розмірів натури до моделі називають **константою геометричної подібності** або **масштабним множником**.

Константа геометричної подібності c_l – відношення лінійного розміру натури $l_{\text{н}}$ до відповідного розміру моделі $l_{\text{м}}$

$$c_l = l_{\text{н}} / l_{\text{м}}\,. \tag{8.7}$$

Вочевидь, що інші елементи геометричної подібності також виражаються через константу геометричної подібності, наприклад відношення площ:

$$S_{\text{н}} / S_{\text{м}} = c_l^2\,; \tag{8.8}$$

відношення об’ємів:

$$V_{\text{н}} / V_{\text{м}} = c_l^3\,. \tag{8.9}$$

Константа подібності тиску c_p – відношення тиску у будь-якій точці натури $p_{\text{н}}$ до тиску, який діє на відповідну точку моделі $p_{\text{м}}$

$$c_p = p_{\text{н}} / p_{\text{м}}\,. \tag{8.10}$$

Константа подібності часу c_τ – відношення часу, протягом якого певна подія відбувається в натурі $\tau_{\text{н}}$ і в моделі $\tau_{\text{м}}$

$$c_\tau = \tau_{\text{н}} / \tau_{\text{м}}\,. \tag{8.11}$$

Константа подібності густини c_ρ – відношення густин в двох схожих точках порівнюваних явищ

$$c_\rho = \rho_{\text{н}} / \rho_{\text{м}}\,. \tag{8.12}$$

Константа подібності швидкостей c_u – відношення швидкостей в двох схожих точках явищ, які порівнюються,

$$c_u = u_{\text{н}} / u_{\text{м}} \tag{8.13}$$

тощо.

У подібних явищах подібні поля всіх фізичних величин, які характеризують ці явища, тобто,

$$c_\varphi = \varphi_{1\text{н}} / \varphi_{1\text{м}} = \varphi_{2\text{н}} / \varphi_{2\text{м}} = ... = \varphi_{n\text{н}} / \varphi_{n\text{м}} . \tag{8.14}$$

Основна властивість всіх цих костант при збереженні подібності – їх сталість там, де відбуваються порівнювані явища. Враховуючи це, можна вважати, що два явища подібні, якщо в них скрізь у схожих точках існують однакові константи подібності для однорідних величин (або безрозмірні масштабні множники переходу).

У теорії подібності з рівнянь, що описують процес за умов однозначності, визначаються безрозмірні комплекси (числа, критерії), які мають певний фізичний зміст. Під час оброблення експериментальних даних можна використати будь-які комбінації критеріїв.

Розглянемо деякі з безрозмірних комплексів, які застосовують для аналізу явищ під час досліджень або розрахунків вентиляційних процесів.

Число Рейнольдса Re характеризує режим руху потоку і є частковою подібністю внутрішнього тертя (липкості) у потоці

$$\text{Re} = \frac{\rho \cdot u \cdot l}{\mu} = \frac{u \cdot l}{\nu}, \tag{8.15}$$

де u – місцева швидкість потоку, м/с; l – характерний розмір об’єкта (діаметр, довжина), м; ρ – густина потоку, кг/м^3; ν – коефіцієнт кінематичної в’язкості потоку, м^2/с; μ – коефіцієнт динамічної в’язкості потоку, Па·с.

Число Архімеда Ar характеризує умови природної конвекції

$$\text{Ar} = (g \cdot l^3 / \nu^2) \cdot (\rho_1 - \rho_2) / \rho_1 , \tag{8.16}$$

де $g \cdot l^3 / \nu^2 = \text{Ga}$ – **критерій Галілея**; g – прискорення вільного падіння, м/с^2; ρ_1, ρ_2 – густина газу на границях процесу (наприклад, у повітряному струмені і в навколишньому середовищі), кг/м^3.

Характеризує відношення підіймальної сили, яка виникає внаслідок різниці густин в окремих точках неізотермічного потоку (теплового розширення газу), до сил в’язкості.

Число Грасгофа Gr (похідне від числа Архімеда)

$$\mathrm{Gr} = \frac{g \cdot l^3}{\nu^2} \cdot \beta \cdot (t_2 - t_1)\,, \tag{8.17}$$

де β – коефіцієнт об'ємного розширення, 1/К; t_1, t_2 – температура газу на границях процесу (наприклад, у повітряному струмені і в навколишньому середовищі),°С або К.

Число Прандтля *термічне* Pr і *дифузійне* $\mathrm{Pr}_\text{д}$ (**число Шмідта** Sk) характеризує фізичні властивості вологого повітря

$$\mathrm{Pr} = \frac{\nu}{a} = \frac{c_p \cdot \mu}{\lambda}\,; \qquad \mathrm{Pr}_\text{д} = \frac{\nu}{D}\,, \tag{8.18}$$

де *a* – коефіцієнт температуропровідності, м²/с; *D* – коефіцієнт молекулярної дифузії, м²/с.

Числа Re, Ar, Gr, Pr і $\mathrm{Pr}_\text{д}$ – **визначальні**. Вони складаються з величин, заданих умовами однозначності, тобто відомі до розв'язування задачі.

Число Ейлера Eu характеризує умови динамічної подібності руху потоків (відношення перепаду тисків до швидкісного напору)

$$\mathrm{Eu} = \frac{\Delta p}{\rho \cdot u^2}\,, \tag{8.19}$$

де Δp – різниця тисків у двох точках потоку, Па.

Числа Нуссельта *термічне* Nu і *дифузійне* $\mathrm{Nu}_\text{д}$ (**число Шервуда** Sh):

$$\mathrm{Nu} = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda}\,; \qquad \mathrm{Nu}_\text{д} = \frac{\beta \cdot l}{D}\,, \tag{8.20}$$

де α – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м²·К); λ – коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·К); β – коефіцієнт масообміну (вологообміну), м/с.

Число Нуссельта термічне – це безрозмірний коефіцієнт тепловіддачі, який виражає відношення термічного опору теплопровідності R_λ газового шару завтовшки *l* до термічного опору тепловіддачі цього шару $R_\alpha = 1/\alpha$:

$$\frac{R_\lambda}{R_\alpha} = \frac{l}{\lambda} \Big/ \frac{1}{\alpha} = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda} = \mathrm{Nu}$$

і характеризує подібність (інтенсивність) теплоперенесення на границі фаз двофазної системи.

Число Нусельта дифузійне виражає аналогічно подібність перенесення маси речовини на границі фаз двофазної системи.

Числа Eu, Nu і $\mathrm{Nu}_{д}$ – **визначувані**, оскільки вони визначаються через визначальні числа і містять шукані величини: у числі Eu шуканою величиною є Δp; в термічному числі Nu шуканою є величина α, а в дифузійному числі $\mathrm{Nu}_{д}$ – коефіцієнт масообміну β.

Відповідно до так званої **третьої теореми подібності**, яку встановили М. Кірпічов та О. Гухман, необхідною і достатньою умовою подібності фізично однакових процесів є рівність однойменних визначальних безрозмірних чисел і подібність умов однозначності.

Абсолютні значення геометричних розмірів, швидкостей, температур, тисків та інших величин, які характеризують теплофізичні властивості процесів у подібних явищах, можуть бути різними за умови, що їх комбінації дають однакові визначальні безрозмірні числа ($\mathrm{Re}_{н} = \mathrm{Re}_{м}$; $\mathrm{Pr}_{н} = \mathrm{Pr}_{м}$; $\mathrm{Ar}_{н} = \mathrm{Ar}_{м}$; $\mathrm{Gr}_{н} = \mathrm{Gr}_{м}$). Ці безрозмірні числа, які характеризують подібність явищ, називають **критеріями подібності**.

У схожих точках з однаковими безрозмірними координатами ($X_{н} = X_{м}$, $Y_{н} = Y_{м}$) тотожність однойменних визначальних чисел призводить до рівності функціонально пов'язаних з ними диференційними рівняннями визначуваних чисел, тобто $\mathrm{Nu}_{н} = \mathrm{Nu}_{м}$, $\mathrm{Eu}_{н} = \mathrm{Eu}_{м}$.

Тотожність однойменних безрозмірних чисел дає змогу знайти співвідношення між константами подібності для фізичних величин, які входять у ці числа в подібних процесах. Наприклад, з $\mathrm{Re}_{н} = \mathrm{Re}_{м}$ ($u_{н} \cdot l_{н} / \nu_{н} = u_{м} \cdot l_{м} / \nu_{м}$) виходить, що

$$\frac{u_{н}}{u_{м}} \cdot \frac{l_{н}}{l_{м}} \cdot \frac{\nu_{м}}{\nu_{н}} = \frac{c_u \cdot c_l}{c_\nu} = 1 . \qquad (8.21)$$

Розрахувавши константу подібності для будь-якого параметра, який нас цікавить, можна за результатами досліджень на моделі знайти значення цього параметра у цілому класі подібних явищ, що значно збільшує цінність експериментальних досліджень і дає змогу моделювати великомасштабні процеси.

8.3. ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ ВЕНТИЛЯЦІЇ

Розглянемо особливості моделювання вентиляції за рекомендаціями В. Талієва [28].

Для вивчення особливостей моделювання маємо окремий вентильований будинок (рис. 8.1). У його огорожах передбачені аераційні прорізи, а всередині розташовані джерела тепло– і вологовиділень, а також системи механічної притікально-витікальної вентиляції. Завдяки спільній дії гравітаційних і вітрових сил, а також механічній вентиляції в будинку виникає певний повітрообмін і створюється відповідний тепловологісний режим.

Процес повітрообміну і температурний режим рекомендується вивчати на моделі будинку і для робочого середовища у моделі повітря. Вочевидь, що для такого вивчення необхідно мати залежності, за якими можна розрахувати модель, знати габарити моделі, а також швидкість вітру і потужність джерел тепло- і вологовиділень у моделі. Крім цього, необхідно знати і ті формули, за якими буде проводитись перерахунок заміряних у моделі швидкостей, температур і вологості на відповідні їм в натурі величини.

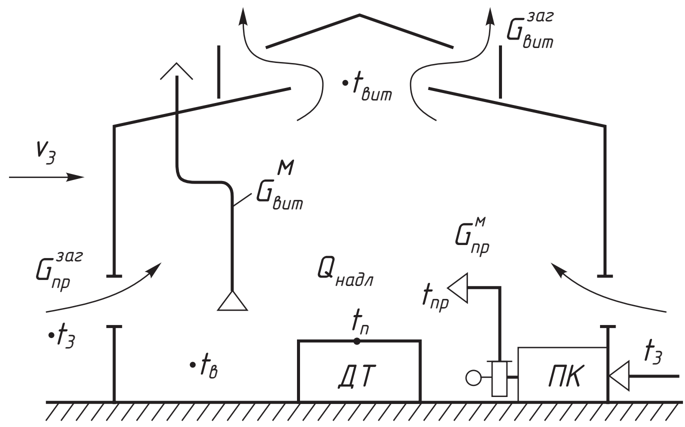


Рис. 8.1. Схема вентилювання будинку з тепловологовиділеннями

З метою вияснення поставлених запитань припустимо, що модель виконана у певному геометричному масштабі і явища, які відбуваються всередині моделі, подібні до явищ, які відбуваються всередині будинку. У цьому випадку, згідно з теорією подібності, повинна дотримуватись певна пропорційність або, інакше, співвимірність між відповідними фізичними величинами, які характеризують явища, що відбуваються в будинку і в його моделі. При цьому у кожної фізичної величини буде своя константа подібності. Використовуючи це положення теорії подібності, виявимо необхідні для моделювання константи подібності.

8.3.1. Моделювання повітрообміну. Константу подібності швидкості визначають як відношення швидкості повітря відповідно в аераційних прорізах будинку і моделі

$$c_v = \frac{v_н}{v_м} = \frac{\mu_н \cdot \sqrt{2 \cdot \Delta p_н / \rho_н}}{\mu_м \cdot \sqrt{2 \cdot \Delta p_м / \rho_м}} = c_\mu \cdot \sqrt{c_{\Delta p}}\ , \tag{8.24}$$

де v – середня швидкість в прорізі, м/с; μ – коефіцієнт витрати; Δp – різниця тисків до і після прорізу, Па; ρ – густина повітря ($\rho_н = \rho_м$), кг/м^3; величини з індексом "н" належать до будинку, а з індексом "м" – до його моделі.

Константу подібності різниці тисків встановимо, враховуючи поняття надлишкового тиску повітряного потоку на зовнішній поверхні огорожі будинку і моделі

$$c_{\Delta p} = \frac{K_н \cdot (\rho \cdot v_з^2 / 2)}{K_м \cdot (\rho \cdot v_з^2 / 2)} = c_K \cdot c_{v_з}^2\ , \tag{8.25}$$

де K – середній аеродинамічний коефіцієнт відповідної огорожі; $v_з$ – середня швидкість зовнішнього вітрового потоку, який натікає на будинок (модель), м/с.

Оскільки будинок і його модель є поганообтічними об'єктами, а циркуляція повітряних потоків навколо них є майже однакова, то їх аеродинамічні коефіцієнти однакові, тобто $K_н = K_м$.

Підставляючи у рівняння (8.24) константу подібності різниці тисків і беручи до уваги, що $c_K = 1$, отримаємо

$$c_\mu = 1\ . \tag{8.26}$$

Відомо, що коефіцієнт витрати μ залежить від числа Рейнольдса потоку

$$\mathrm{Re} = v \cdot l / \nu\ ,$$

де l – характерний лінійний розмір, м; ν – кінематична в'язкість повітряного потоку, м^2/с.

При цьому, коли Re збільшується, спочатку зростає і коефіцієнт μ, а потім, починаючи з Re = 2400 коефіцієнт μ залишається сталим.

Для прорізів будинку завжди $\mathrm{Re}_н > 2400$, а тому для збереження вимоги рівняння (8.26), необхідно і для прорізів моделі будинку дотримуватись умови, що $\mathrm{Re}_м > 2400$.

Константу подібності різниці тисків також можна визначити з поняття гравітаційного тиску

$$c_{\Delta p} = \frac{\Delta\rho_н \cdot g \cdot h_н}{\Delta\rho_м \cdot g \cdot h_м} = c_{\Delta\rho} \cdot c_l ,$$

де h – висота певного стовпа повітря, м; $\Delta\rho$ – різниця густин повітря в стовпі і поза ним, кг/м^3; g – прискорення вільного падіння, м/с^2; $c_l = h_н / h_м$ – константа геометричної подібності.

Підставляючи знайдену константу подібності різниці тисків у рівняння (8.24) і враховуючи, що $c_\mu = 1$, отримаємо таку загальну формулу для визначення константи подібності середньої швидкості:

$$c_v = \sqrt{c_{\Delta\rho} \cdot c_l} . \tag{8.27}$$

Залежність для визначення c_v можна виразити також інакше. Для цього скористаємось відомою залежністю для густини повітря

$$\rho_в = \rho_з / (1 + \beta \cdot \Delta t) ,$$

де $\rho_з$ – густина зовнішнього повітря за температури $t_з$, кг/м^3; β – коефіцієнт об'ємного розширення, 1/К; $\Delta t = t_в - t_з$ ($t_в$ і $t_з$ – відповідно середня температура повітря всередині і зовні будинку або його моделі), °С або К.

Тоді для повітря:

– будинку

$$\Delta\rho_н = \rho_{зн} - \rho_{вн} = \beta \cdot \rho_{вн} \cdot \Delta t_н ;$$

– моделі будинку

$$\Delta\rho_м = \rho_{зм} - \rho_{вм} = \beta \cdot \rho_{вм} \cdot \Delta t_м .$$

Отже,

$$c_{\Delta\rho} = \Delta\rho_н / \Delta\rho_м = c_{\Delta t} \text{, коли } \rho_{вн} = \rho_{вм} .$$

Підставляючи знайдену константу подібності різниці густин в рівняння (8.27), отримуємо

$$c_v = \sqrt{c_{\Delta t} \cdot c_l} . \tag{8.28}$$

Константа подібності масової витрати

$$c_G = G_н / G_м = \rho_н \cdot \omega_н \cdot v_н / \rho_м \cdot \omega_м \cdot v_м = c_l^2 \cdot c_v , \qquad (8.29)$$

де G – масова витрата, кг/с; ω – площа живого перерізу відкритого прорізу, м^2.

8.3.2. Моделювання тепловиділень. Константа подібності теплового потоку

$$c_{Q^*} = \frac{Q_н^*}{Q_м^*} = \frac{c_p \cdot G_н \cdot (t_{вит\,н} - t_{з\,н})}{c_p \cdot G_м \cdot (t_{вит\,м} - t_{з\,м})} = c_G \cdot c_{\Delta t} , \qquad (8.30)$$

де c_p – питома масова теплоємність повітря за сталого тиску, Дж/ (кг·К); $t_{вит}$ – температура повітряного потоку, який витікає з будинку або його моделі, °С.

Згідно з теорією подібності, така сама константа подібності повинна бути і у конвективного теплового потоку

$$c_{Q_к^*} = \frac{\alpha_{к\,н} \cdot F_н \cdot (t_{п\,н} - t_{в\,н})}{\alpha_{к\,м} \cdot F_м \cdot (t_{п\,м} - t_{в\,м})} = c_{\alpha_к} \cdot c_l^2 \cdot c_{\Delta t} , \qquad (8.31)$$

де $\alpha_к$ – коефіцієнт конвективної тепловіддачі, Вт/(м^2·К); F – площа поверхні джерела тепловиділень або його моделі, м^2; $t_п$ – середня температура на поверхні джерела тепловиділень або його моделі, °С.

Уточнимо константу подібності коефіцієнта тепловіддачі. Згідно з теорією теплообміну при природній конвекції цей коефіцієнт визначається за формулою

$$\alpha_к = m \cdot \frac{\lambda}{l} \cdot (\mathrm{Gr} \cdot \mathrm{Pr})^n ,$$

де λ – коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·К); Gr і Pr – критерії Грасгофа і Прандтля.

Коефіцієнт m і показник n залежать від добутку Gr·Pr,

де $$\mathrm{Gr} = \frac{g \cdot l^3}{\nu^2} \cdot \beta \cdot \Delta t ; \qquad \mathrm{Pr} = \frac{\nu}{a}; \qquad \Delta t = t_п - t_в ;$$

a – коефіцієнт температуропровідності, м^2/с.

При цьому значення λ, ν і a визначають за середньою температурою $t_{сер} = 0{,}5 \cdot (t_п + t_в)$. Для $\mathrm{Gr \cdot Pr} = 5 \cdot 10^2 \ldots 2 \cdot 10^7$ маємо $m = 0{,}54$ і $n = 1/4$, а при $\mathrm{Gr \cdot Pr} > 2 \cdot 10^7$ – $m = 0{,}135$ і $n = 1/3$.

Для джерел тепловиділень в будинку $Gr \cdot Pr > 2 \cdot 10^7$. Отже, щоб константа подібності коефіцієнта тепловіддачі була безрозмірною, для джерел тепловиділень в моделі повинна витримуватись нерівність $Gr \cdot Pr > 2 \cdot 10^7$. У цьому випадку

$$c_{\alpha_к} = c_{\Delta t}^{1/3}.$$

Підставляючи значення $c_{\alpha_к}$ у формулу (8.31), отримаємо

$$c_{Q_к^*} = c_l^2 \cdot c_{\Delta t}^{4/3}. \qquad (8.32)$$

Спільний розв'язок рівнянь (8.28) … (8.30) і (8.32) дозволяє встановити константу геометричної подібності

$$c_l = \left(\frac{1}{c_{\Delta t}} \right)^{1/3}. \qquad (8.33)$$

Константа подібності променевого теплообміну

$$c_{Q_{пр}^*} = \frac{5{,}67 \cdot \varepsilon_1^н \cdot \varepsilon_2^н \cdot \varphi_н \cdot F_н \cdot \theta_н^* \cdot (t_{пн} - t_{вн})}{5{,}67 \cdot \varepsilon_1^м \cdot \varepsilon_2^м \cdot \varphi_м \cdot F_м \cdot \theta_м^* \cdot (t_{пм} - t_{вм})} = c_\varepsilon^2 \cdot c_\varphi \cdot c_l^2 \cdot c_{\theta^*} \cdot c_{\Delta t}, \quad (8.34)$$

де 5,67 – коефіцієнт теплового випромінювання абсолютно чорного тіла, Вт/(м^2·К^4); $\varepsilon_1^н$ і $\varepsilon_2^н$ – ступені чорноти поверхонь теплообміну в будинку; $\varepsilon_1^м$ і $\varepsilon_2^м$ – те саме в моделі; φ – кутовий коефіцієнт опромінення двох поверхонь; θ^* – температурний фактор, К^4/°С; $t_п$ – температура випромінювальної поверхні, °С; $t_в$ – температура внутрішнього повітря в будинку або його моделі, °С.

При цьому температурний фактор

$$\theta^* = \frac{(T_п / 100)^4 - (T_в / 100)^4}{t_п - t_в}, \text{ К}^4/°\text{С},$$

де $T_п = t_п + 273$, К; $T_в = t_в + 273$, К.

Зауважимо, що константа подібності $c_\varphi = 1$ внаслідок геометричної подібності, а константа подібності $c_{\theta^*} = 1$, оскільки абсолютні температури для вентиляційних процесів незначно різняться між собою. Тому рівняння (8.34) набуде вигляду

$$c_{Q^*_{\text{пр}}} = c_\varepsilon^2 \cdot c_l^2 \cdot c_{\Delta t}\,. \tag{8.35}$$

Спільний розв'язок рівнянь (8.29), (8.30) і (8.35) дозволяє встановити, що константа подібності ступеня чорноти поверхонь

$$c_\varepsilon = \sqrt{c_v}\,. \tag{8.36}$$

Константа подібності тепловтрат через огорожі

$$c_{Q^*} = \frac{K^*_{\text{н}} \cdot F_{\text{н}} \cdot (t_{\text{вн}} - t_{\text{зн}})}{K^*_{\text{м}} \cdot F_{\text{м}} \cdot (t_{\text{вм}} - t_{\text{зм}})} = c_{K^*} \cdot c_l^2 \cdot c_{\Delta t}\,, \tag{8.37}$$

де K^* – неповний коефіцієнт теплопередачі огорожі, Вт/(м^2·К); F – площа поверхні огорожі будинку або його моделі, м^2.

Неповний коефіцієнт теплопередачі огорожі можна визначити за формулою

$$K^* = 1\Bigg/\left(\frac{1}{\alpha_{\text{в}}} + \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}\right), \tag{8.38}$$

де δ_i і λ_i – відповідно товщина і коефіцієнт теплопровідності i-го шару огорожі; $\alpha_{\text{в}}$ – коефіцієнт тепловіддачі від внутрішнього повітря до поверхні огорожі (для спрощення моделювання приймають, що ($\alpha_{\text{вн}} = \alpha_{\text{вм}}$).

Розв'язуючи спільно рівняння (8.29), (8.30) і (8.37), отримаємо, що константа подібності неповного коефіцієнта теплопередачі огорож

$$c_{K^*} = c_v\,. \tag{8.39}$$

З рівняння (8.33) маємо

$$c_{\Delta t} = \left(\frac{1}{c_l}\right)^3.$$

Звідси видно, що коли модель порівняно з натурою буде зменшена в 10 разів, то різниця температур в моделі повинна бути приблизно в 1000 разів більшою за різницю температур у натурі, що практично неможливо реалізувати.

Тому межі області, в якій створюється подібність, вибирають так, щоб виключити з неї поверхні нагрівників і зовнішніх огорож, а також деяку область навколо них (рис. 8.2).

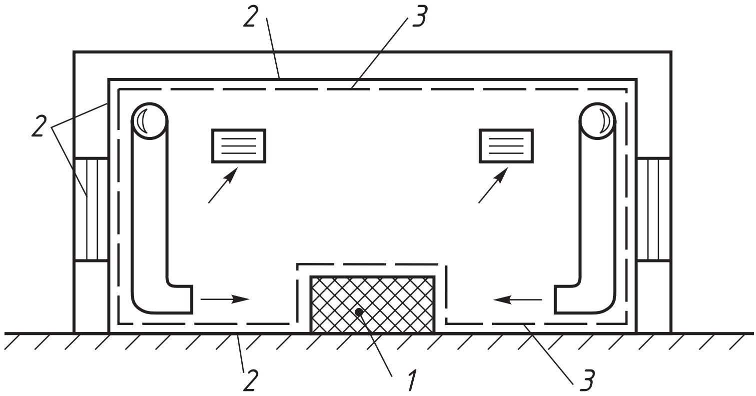


Рис. 8.2. Схема моделі вентильованого приміщення:
1 – джерела тепловиділень; *2* – стікання тепла (стіни, вікна, перекриття, підлога); *3* – межа області, в якій створюється подібність

За необхідності вивчення вентиляційних процесів на моделі доводиться її константу геометричної подібності приймати довільною. Експериментальна перевірка такого роду наближеного моделювання встановлює, що отримувана при цьому помилка не перевищує 5 %, що допустимо.

8.3.3. Моделювання вентиляції приміщень з потужними джерелами променевих тепловиділень. У цьому випадку потрібно моделювати поля інтенсивності випромінювання.

В натурі ступінь чорноти теплообмінних поверхонь біля 0,8…0,9. Отже, приведений коефіцієнт поглинання і випромінювання поверхонь, між якими відбувається процес променевого теплообміну має приблизно таке саме значення.

Для випадку, коли в приміщенні наявні потужні джерела променевих тепловиділень, встановлена залежність

$$c_{\varepsilon_п} = \frac{1}{c_l^{1/16} \cdot c_{\Delta t}^{3/16}},$$

згідно з якою, коли $c_l > 1$, то в моделі потрібно забезпечити коефіцієнт $\varepsilon_п$ не менший, ніж в натурі.

Константа подібності $c_{\varepsilon_п}$ обмежена від 0,8 до 1,0. Доцільно виконувати модель з $c_{\varepsilon_п}$ близькою до одиниці. Тому, якщо прийняти $c_{\varepsilon_п} = 1$, матимемо

$$c_{\Delta t}^{3/16} \cdot c_l^{1/16} = 1. \qquad (8.40)$$

Звідси

$$c_{\Delta t} = c_l^{-1/3}. \qquad (8.41)$$

Отже, задаючись константою подібності $c_{\varepsilon_п}$, константу подібності $c_{\Delta t}$ для надлишкових температур довільно приймати не можна.

У табл. 8.1 наведені рівняння для констант подібності при $c_{\varepsilon_п} = 1$.

Зазначимо, що при $c_{\varepsilon_п} = 1$ на поверхні джерел тепловиділень і стікань тепла, температури в моделі і натурі однакові (за однакової температури притікального повітря, яка приймається за нульовий рівень). Температурні перепади у повітряному середовищі моделі будуть в $c_l^{1/3}$ разів більше, ніж в натурі для констант геометричної подібності від 10 до 40 перепади температур в моделях будуть в 2,15…3,4 разів більші, ніж в натурі, що можливо реалізувати.

Якщо прийняти $c_{\varepsilon_п} = 1$, то стінки моделі можуть бути менш утепленими, ніж при $c_{\Delta t} = 1$, приблизно в 1,5…2 рази.

Необхідно зазначити, що стінки моделі все ж таки потрібно утеплити на вказане число разів. Якщо прийняти коефіцієнт теплопередачі огорож моделі таким, що дорівнює або є більшим, ніж в натурі, та компенсувати тепловтрати, що зросли внаслідок збільшення тепловиділень у моделі, то можуть виникнути значні помилки.

Таблиця 8.1

Рівняння констант подібності для перетворення фізичних величин під час моделювання вентиляції [32]

Фізична величина	Рівняння констант подібності	
	при незалежних вихідних константах подібності	при $c_{\varepsilon_п} = 1$
Швидкість	$c_v = c_l^{1/2} \cdot c_{\Delta t}^{1/2}$	$c_v = c_l^{1/3}$
Масова витрата потоку	$c_G = c_l^{5/2} \cdot c_{\Delta t}^{1/2}$	$c_G = c_l^{7/3}$
Витрати тепла (надлишкове тепловиділення, конвективне тепло, тепловтрати)	$c_{Q^*} = c_l^{5/2} \cdot c_{\Delta t}^{3/2}$	$c_{Q^*} = c_l^2$
Кратність повітрообміну	$c_{кр} = c_l^{1/2} \cdot c_{\Delta t}^{1/2}$	$c_{кр} = c_l^{1/3}$
Теплонапруга	$c_{\overline{Q}^*} = c_l^{-1/2} \cdot c_{\Delta t}^{3/2}$	$c_{\overline{Q}^*} = c_l^{-1}$
Температурний напір на поверхні джерела тепловиділення	$c_{\Delta t_п} = c_l^{3/8} \cdot c_{\Delta t}^{9/8}$	$c_{\Delta t_п} = 1$
Приведений коефіцієнт ступеня чорноти теплообмінних поверхонь	$c_{\varepsilon_п} = \dfrac{1}{c_l^{1/6} \cdot c_{\Delta t}^{3/16}}$	$c_{\varepsilon_п} = 1$
Надлишкові температури	$c_{\Delta t}$	$c_{\Delta t} = c_l^{-1/3}$
Коефіцієнт теплопередачі зовнішніх огорож	$c_{K^*} = c_l^{1/2} \cdot c_{\Delta t}^{1/2}$	$c_{K^*} = c_l^{1/3}$
Різниця вологовмістів	$c_{\Delta d} = c_{\Delta t}$	$c_{\Delta d} = c_l^{-1/3}$
Кількість вологовиділень	$c_W = c_l^{5/2} \cdot c_{\Delta t}^{3/2}$	$c_W = c_l^2$
Питома енергія, що дисипує	$c_E = \dfrac{c_v^3}{c_l} = c_l^{1/2} \cdot c_{\Delta t}^{3/2}$	$c_E = 1$
Валові виділення домішок	$c_G = c_l^2 \cdot c_v \cdot c_q = c_l^{5/2} \cdot c_{\Delta t}^{1/2} \cdot c_q$	$c_G = c_l^{7/3} \cdot c_q$
Розмір пилових частинок	$c_\delta = c_l^{1/4} \cdot c_{\rho_2 - \rho_1}^{-1/2}$	
Швидкість витання пилових частинок	$c_{v_S} = c_v = c_l^{1/2} \cdot c_{\Delta t}^{1/2}$	$c_{v_S} = c_l^{1/3}$

Примітки: 1. Рівняння констант подібності дані для випадку близьких абсолютних температур в моделі і в натурі, тому $c_T = c_\rho = c_{c_p} = 1$ і для випадку автомодельності процесів по відношенню до числа Re і добутку Gr·Pr. 2. ρ_2 – густина речовини пилових частинок; ρ_1 – густина повітряного потоку, в якому перебувають пилові частинки.

Для спрощення моделей велике значення має доцільний вибір області, в якій створюється подібність. Наприклад, якщо виключити з розглядання поверхні джерел тепловиділень та стікань тепла і області, які безпосередньо до них прилягають, то стає можливим на простих моделях створити подібність полей температур, швидкостей та інших параметрів у всьому об'ємі вентильованого приміщення.

8.3.4. Моделюванння вологовиділень. Масштаб кількості вологовиділень

$$c_D = \frac{D_{\text{н}}}{D_{\text{м}}} = \frac{G_{\text{н}} \cdot (d_{\text{вит н}} - d_{\text{з н}})}{G_{\text{м}} \cdot (d_{\text{вит м}} - d_{\text{з м}})} = c_G \cdot c_{\Delta d}\,, \tag{8.42}$$

де D – витрата вологи, кг/год; $d_{\text{вит}}$ і $d_{\text{з}}$ – вологовміст повітря витікального з будинку або його моделі і зовнішнього повітря, г/кг.

Константу подібності різниці вологовмістів, яка входить в рівняння (8.42), можна встановити, якщо скористатись поняттям кутового коефіцієнта променя процесу, який застосовується при графічній побудові вентиляційних процесів на $I - d$ – діаграмі вологого повітря.

За подібності процесів тепло– і вологообміну в будинку і його моделі кутові коефіцієнти променів процесів повинні бути однаковими

$$\frac{\Delta I_{\text{н}}}{\Delta d_{\text{н}}} = \frac{\Delta I_{\text{м}}}{\Delta d_{\text{м}}}\,, \tag{8.43}$$

або

$$\Delta t_{\text{н}} \,/\, \Delta d_{\text{н}} = \Delta t_{\text{м}} \,/\, \Delta d_{\text{м}}\,.$$

Звідси

$$c_{\Delta d} = c_{\Delta t}\,, \tag{8.44}$$

а отже,

$$c_D = c_{Q^*}\,. \tag{8.45}$$

8.3.5. Моделювання вентиляції приміщень з пиловиділеннями. Під час моделювання вентиляції приміщень, у повітрі яких витає дрібний пил (значення числа Рейнольдса, для якого $Re_{d_{\text{екв}}} < 1$), розмір пилинок в моделі можна визначити з критерію Стокса

$$\text{Stk} = \frac{d_{\text{екв}}^2 \cdot v_S \cdot (\rho_2 - \rho_1)}{\mu \cdot l} = \text{idem}\,, \tag{8.46}$$

де $d_{екв}$ – еквівалентний діаметр частинок пилу, м; v_S – швидкість витання пилових частинок, м/с; ρ_2 – густина речовини пилових частинок, кг/м^3; ρ_1 – густина повітря приміщення, кг/м^3; μ – коефіцієнт динамічної в’язкості повітря, Па·с; l – визначальний розмір об’єкта, який моделюється, м.

Термін “idem” означає, що умови, які визначені даним відношенням, повинні бути однакові в моделі і в натурі.

Під час моделювання полідисперсних систем пилу додатковою умовою є афінність інтегральних кривих фракційного складу пилу. При цьому константа подібності перетворення кривих фракційного складу повинна дорівнювати константі подібності швидкості витання c_{v_S}, якщо графічно на осі абсцис вказані швидкості витання частинок (рис. 8.3), або $c_{d_{екв}}$, якщо на цій осі відкладені розміри пилових частинок.

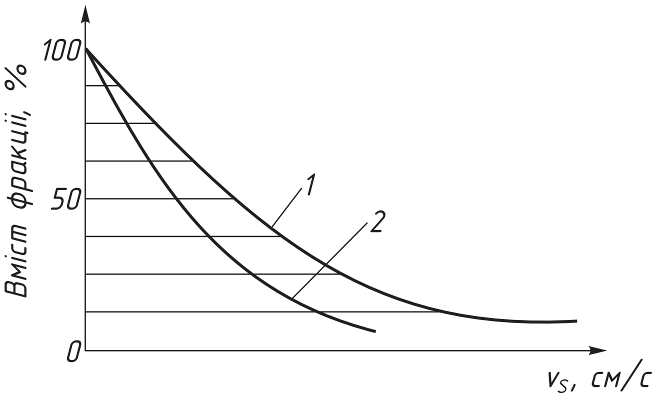


Рис. 8.3. Афінні перетворення інтегральних кривих фракційного складу подібного пилу:

1– інтегральна крива фракційного складу пилу першої системи;
2 – те саме, другої системи [33]

8.3.6. Моделювання розсіювання шкідливостей вентиляційних викидів. Отримати найповнішу картину розподілення концентрацій шкідливих викидів на заводських і прилеглих територіях можна за допомогою дослідження моделей в аеродинамічній трубі. При цьому в аераційні прорізи ліхтаря, викиди труби і шахти моделі подається повітря з домішками газу, і отже, моделюються натурні викиди в атмосферу забрудненого повітря.

Візуалізацію струменів викидного повітря можна забезпечити внаслідок їх забарвлення чотирихлористим титаном, іншим аерозолем або задимленням.

Звичайно концентрації шкідливих речовин у викидному повітрі не настільки великі, щоб суттєво вплинути на зміну густини суміші повітря і шкідливого газу. Тому під час моделювання розсіювання газових шкідливостей можна нехтувати зміною співвідношення гравітаційних та інерційних сил (критерій Ar). Це припущення дозволяє з практично забезпечуваними перепадами температур і піддатливими для вимірювань швидкостями повітряних потоків виконувати моделювання зі сприйнятними розмірами моделей.

Для того, щоб розмістити в робочій частині аеродинамічної труби модель, розміри якої в натурі 1…10 км, потрібно прийняти її константу геометричної подібності 10^3 або й більше. За таких зменшень для дотримання Ar = idem потрібно було б або приймати перепади температур у моделі в тисячі разів більші, ніж в натурі, або швидкості в моделі зменшувати в 30 і більше разів.

З достатньою точністю рекомендовано розраховувати модель розсіювання газової шкідливості за рівнянням [32]

$$c_G = c_l^2 \cdot c_v \cdot c_q \,, \tag{8.47}$$

де c_G – константа подібності витрати шкідливих речовин; c_l – константа геометричної подібності шкідливого викиду; c_v – константа подібності швидкостей повітряних потоків; c_q – константа подібності концентрації шкідливості у викидному повітрі.

Найточніші результати вимірювань отримують при c_v = 0,5…2,0 і c_q = 1…40. Константу c_l вибирають, враховуючи можливості розташування моделі в робочій частині аеродинамічної труби.

Якщо заводська територія велика і вимагається моделювання із врахуванням рельєфу місцевості, то можна моделювати у два етапи. На першому етапі дослідження проводять на моделі малого масштабу з охопленням всієї території і виявляють загальні напрямки циркуляції повітряних потоків. На другому етапі моделюють окрему ділянку території, на якій відтворюють встановлені в дослідженнях першого етапу циркуляції повітряних потоків, характерні для цієї ділянки.

Моделювання розсіювання газових шкідливостей дозволяє з достатньою для практичних завдань точністю визначити концентрації шкідливостей у приземному шарі атмосфери, знайти оптимальне планування забудови, визначити висоту викидних вентиляційних труб і виявити місця засмоктування зовнішнього повітря вентиляційним устаткуванням з метою забезпечення потрібної забрудненості повітря в робочій зоні приміщень і на заводській та прилеглих до неї територіях.

8.3.7. Моделювання процесів обтікання будівель. Для кількісної оцінки вітрового впливу на будинки і споруди різної форми і розмірів використовують **відносний тиск** (*аеродинамічний коефіцієнт*):

$$\pm K = 2 \cdot p_{\text{ст.надл}} / (\rho_з \cdot u_з^2)\,, \tag{8.48}$$

де $p_{\text{ст.надл}}$ – надлишковий статичний тиск у точці на поверхні будинку по відношенню до статичного тиску незбуреного повітряного потоку $p_{\text{ст.надл}} = p_{\text{ст}} - p_{\text{ст.}\infty}$; $\rho_з \cdot u_з^2 / 2$ – динамічний тиск повітряного потоку на відповідній відстані від поверхні підстелювання, що в реальному масштабі відповідає відстані від поверхні землі $z_д$ = 10 м, для якої визначені розрахункові швидкості залежно від географічного розташування місцевості [27].

При цьому аеродинамічні коефіцієнти натури і моделі однакові за умови $\rho_\infty = \rho_{\text{атм}}$ і $u_\infty = u_{\text{атм}}$ і часткової подібності сил аеродинамічного тиску (критерій Eu, де ρ_∞ і u_∞ – параметри незбуреного повітряного потоку в аеродинамічній трубі).

Невідомі значення $p_{\text{ст.надл}}$ виявляються завдяки експериментальним дослідженням моделей будинків в аеродинамічній трубі за різних швидкостей повітряного потоку u_∞.

Створення моделей будинків, адекватних за впливом на них повітряного потоку, виконується згідно з динамічною подібністю за однакових чисел Re ($\text{Re} = u \cdot l / \nu$, де u – швидкість повітряного потоку; l – характерний лінійний розмір будинку (моделі); ν – коефіцієнт кінематичної в’язкості повітряного потоку). При цьому натура і модель повинні бути геометрично подібними, тобто, повинна дотримуватись пропорційність лінійних розмірів натури і моделі за однакових їх відповідних кутів.

За однакових чисел Рейнольдса ($\text{Re}_н = \text{Re}_м$) динамічна подібність зберігається під час обтікання повітряним потоком двох подібних тіл, які виконані в різних масштабах. Зважаючи на це, при константі геометричної подібності 10 значення швидкості u_∞ в умовах модельного експерименту повинно бути збільшене в 10 разів.

Однак для поганообтічних тіл з гострими краями, до яких належать будинки, коли місце стікання вихорів залишається незалежним від швидкості потоку, опір тіла і характер розподілення тисків по його поверхні майже не залежать від зміни числа Re. Враховуючи це, прийнято вважати, що і весь потік, який обтікає тіла такої форми, також не залежить від числа Re.

Під час досліджень тиску на поверхні будинків і споруд (особливо високих) потрібно враховувати особливість розподілення швидкостей у приземному шарі атмосфери, яке описується логарифмічним законом:

$$u_z = \frac{1}{k} \cdot u^* \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right), \tag{8.49}$$

де k – постійна Кармана ($k \cong 0{,}4$); z – ефективна висота над поверхнею землі; z_0 – параметр шорсткості земної поверхні (табл. 8.2); u^* – динамічна швидкість незбуреного повітряного потоку (швидкість тертя).

Таблиця 8.2

Значення параметра шорсткості z_0 і коефіцієнта поверхневого тертя σ для різних типів земної поверхні

Тип земної поверхні	$z_0 \cdot 10^2$, м	$\sigma \cdot 10^3$
Пісок	0,01…0,1	1,2…1,9
Поверхня моря	0,0003*…0,5**	0,7…2,6
Сніговий покрив	0,1…0,6	1,9…2,9
Скошена трава (~0,01 м)	0,1…1,0	1,9…3,4
Низька степова трава	1,0…4,0	3,4…5,2
Зоране поле	2,0…3,0	4,1…4,7
Висока трава	4,0…10,0	5,2…7,6
Карликові рослини	10,0…30,0	7,6…13,0
Низькорослий ліс (середня висота дерев 15 м, одне дерево на 10 м^2, $z_d \cong 12$ м	90,0…100,0	28,0…30,0
Приміська зона з рідкою забудовою	20,0…40,0***	10,5…15,4
Міста, приміська зона з неперервною забудовою	80,0…120,0***	25,1…35,6
Центри великих міст	200…300***	61,8…110,4

Примітки: * – швидкість вітру над поверхнею землі дорівнює 1,5 м/с; ** – швидкість вітру на висоті 10 м над поверхнею землі перевищує 15 м/с; *** – величини z_0 призначені для використання за умови, що $z_d = 0$; параметр шорсткості z_0 служить характеристикою розміру вихорів біля поверхні землі.

Швидкість тертя визначається за формулою

$$u^* = (\tau_0/\rho)^{1/2}, \tag{8.50}$$

де τ_0 – напруга приземного тертя, яка залежить від швидкості повітряного потоку на деякій незначній відстані від поверхні землі, параметра шорсткості z_0 і густини повітряного потоку ρ.

Ефективна висота над поверхнею землі становить

$$z = z_д - z_d, \tag{8.51}$$

де $z_д$ – висота над поверхнею землі; z_d – висота витіснення повітряного потоку (за межами населеного пункту не враховується).

У роботі [31] значення z_d в населених пунктах рекомендується визначати за формулою

$$z_d = H_{сер} - z_0 / k, \tag{8.52}$$

де $H_{сер}$ – осереднений рівень верху дахів будинків в населеному пункті.

Оскільки значення напруги приземного тертя τ_0 не вказані в літературі, то для визначення значення швидкості тертя u^* запропонований альтернативний метод, який базується на результатах експериментальних і теоретичних досліджень. Згідно з цим методом значення швидкості тертя u^* рекомендується визначати за залежністю

$$u_1^* = \frac{u(z_{д1}, z_{01})}{2{,}5 \cdot \ln(z_{д1}/z_{01})}, \tag{8.53}$$

де $u(z_{д\,1}, z_{0\,1})$ – відома швидкість вітру над поверхнею землі на відстані $z_{д1}$, яка перевищує параметр шорсткості даної земної поверхні z_{01};

Значення $u(z_{д\,1}, z_{0\,1})$ можна приймати як розрахункову швидкість вітру у певному географічному районі [27], значення якої стосуються швидкості вітру на відстані від поверхні землі $z_д = 10$ м.

Зв’язок між швидкостями вітру за різних умов шорсткості земної поверхні можна подати у вигляді співвідношення

$$\frac{u_2^*}{u_1^*} = \left(\frac{z_{02}}{z_{01}}\right)^{0{,}0706}. \tag{8.54}$$

Однак дана модель подібності повинна коригуватись на основі експериментальних даних для місцевості з z_0 > 0,3 м. В табл. 8.3 наведені значення відношень u_2^*/u_1^*, які обгрунтовані на даних замірювань при $z_{0\,1}$ = 0,07 м і різних значеннях $z_{0\,2}$.

Таблиця 8.3

Відношення u_2^*/u_1^* при $z_{0\,1}$ = 0,07 м і різних значеннях $z_{0\,2}$

$z_{0\,2}$, м	0,005	0,07	0,30	1,00	2,50
u_2^*/u_1^*	0,83	1,0	1,15	1,33	1,46

Приклад 8.1. Проілюструємо застосування моделі подібності (8.54) на такому числовому прикладі. Нехай на рівному пасовищі $z_{0\,1}$ = 0,08 м, $z_{d\,1} \cong 0$ і середня швидкість вітру на висоті $z_{д\,1} = 10$ м дорівнює $u(z_{д\,1}, z_{0\,1})$ = 11,7 м/с. Знайти швидкість вітру $u(z_{д\,2}, z_{0\,2})$ на двох висотах від поверхні землі центральної частини великого міста, якщо прийняти $z_{0\,2}$ = 2,5 м і $z_{d\,2}$ = 0.

Р о з в ' я з у в а н н я

За залежністю (8.53) отримаємо

$$u_1^* = \frac{u(z_{д\,1}, z_{0\,1})}{2{,}5 \cdot \ln(z_{д\,1}/z_{0\,1})} = \frac{11{,}7}{2{,}5 \cdot \ln(10/0{,}08)} = 0{,}969 \text{ м/с.}$$

З табл. 8.3 при $z_{0\,2}$ = 2,5 м відношення u_2^*/u_1^* = 1,46.

Звідси $u_2^* = u_1^* \cdot 1{,}46 = 0{,}969 \cdot 1{,}46 = 1{,}42$ м/с.

Маючи значення u_2^* визначаємо швидкість вітрового потоку на висоті $z_{д2}$ від поверхні землі:

– при $z_{д2}$ = 10 м

$$u(z_{д\,2}, z_{0\,2}) = 2{,}5 \cdot u_2^* \cdot \ln(z_{д\,2}, z_{0\,2}) =$$

$$= 2{,}5 \cdot 1{,}42 \cdot \ln(10/2{,}5) = 4{,}92 \text{ м/с ;}$$

– при $z_{д\,2}$ = 195 м

$$u(z_{д\,2}, z_{0\,2}) = 2{,}5 \cdot 1{,}42 \cdot \ln(195/2{,}5) \approx 15{,}5 \text{ м/с.}$$

Структура пограничного (межового) шару вітрового потоку в аеродинамічній трубі і приземному шарі атмосфери зображена на рис. 8.4, причому пограничний шар потоку в трубі змодельований шорсткістю поверхні підстелювання, на якій встановлена модель.

На рис. 8.4 суцільною лінією схематично зображений пограничний шар повітряного потоку, який сформований в аеродинамічній трубі з довгою робочою частиною, а пунктирною лінією – пограничний шар атмосферного вітрового потоку, який приведений до масштабу моделі. Нижня 1/10 і зовнішня 9/10 товщини областей пограничного шару зазначені відповідно $z_а$ і $H_а$.

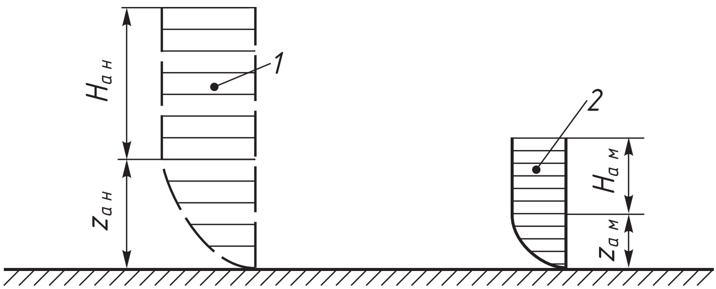


Рис. 8.4. Нижня і зовнішня області пограничного шару вітрового потоку в аеродинамічній трубі і в атмосфері:

1 – пограничний шар в атмосфері, який приведений до масштабу моделі;
2 – те саме, в аеродинамічній трубі

Як видно з рис. 8.4 повітряний потік нижнього шару атмосфери $z_{а\,н}$ моделюється в аеродинамічній трубі зовнішнім повітряним потоком $H_{а\,м}$ пограничного шару.

Така ситуація не обов'язково означає, що за своїми характеристиками змодельований в аеродинамічній трубі потік несприйнятний для досліджень обтікання будинків. Однак під час досліджень моделі високого будинку, який знаходиться на місцевості з однорідною шорсткістю поверхні, результати досліджень потрібно трактувати достатньо обережно. Можливо в них потрібно вносити поправки, які враховують відмінність в інерційному підшарі вітрового потоку між спектром швидкостей, змодельованим в аеродинамічній трубі, і спектром швидкостей у натурних умовах.

В інерційному підшарі пограничного шару атмосфери турбулентний рух не залежить від в'язкості повітря і визначається тільки швидкістю перенесення енергії, яка своєю чергою дорівнює швидкості дисипації енергії.

Приземна область пограничного шару атмосфери, тобто декілька сотень метрів пограничного шару, становить менше 1/10 від усієї товщини пограничного шару. У роботі [29] відзначено, що профіль середньої швидкості вітрового потоку як в атмосфері, так і в аеродинамічній трубі дуже близький до логарифмічного саме в цій нижній області пограничного шару. Крім цього проведеними дослідженнями встановлено, що в цій області генерування турбулентної енергії приблизно зрівноважується дисипацією енергії, а це вказує на те, що приземна область атмосфери належить до інерційного підшару пограничного шару. Наприклад, за товщини пограничного шару над поверхнею підстелювання аеродинамічної труби наближено 1 м, товщина інерційного підшару становить наближено 0,1 м від цієї поверхні, що відповідає висоті до 40 м над поверхнею землі.

Розміри, потужність і якість потоку аеродинамічної труби визначаються конструкцією її робочої частини, розмірами сопла і форкамери, конструкцією вентилятора і його приводу.

Для забезпечення ідентичності процесу обтікання тіл повітряним потоком в аеродинамічній трубі з натурними умовами *коефіцієнт блокування робочої частини* ($k_{бл}$) повинен бути якомога меншим.

Коефіцієнтом блокування називають відношення міделевого перерізу моделі до площі поперечного перерізу повітряного потоку в робочій частині труби. Згідно з вимогами авіаційної аеродинаміки $k_{бл}$ не повинен перевищувати 0,05. В автомобільній аеродинаміці $k_{бл}$ може бути більшим [1], а у будівельній аеродинаміці – значно більшим.

Степінь підтискання сопла аеродинамічної труби $k_{пт}$ і його форма значною мірою визначають якість повітряного потоку в робочій частині і потрібну потужність приводу. **Коефіцієнт підтискання** характеризує відношення площ перерізу на вході в сопло і на виході з нього. Високий степінь підтискання сприяє вирівнюванню профілю швидкостей потоку на виході з сопла і зменшення турбулентності. Для випробування моделей літаків рекомендуються труби з $k_{пт}$ = 10…18. Незамкнені аеродинамічні труби звичайно виготовляються з $k_{пт}$ = 2…3. В автомобільних і архітектурно-будівельних трубах тенденція до збільшення величини $k_{пт}$ пов'язана тільки зі зменшенням потужності приводу.

Визначальним для якості потоку у робочій частині труби поряд з $k_{\text{пт}}$, є форма сопла. Експериментально встановлено, що добру якість потоку забезпечують сопла, довжина яких приблизно в 1,3 рази більша за діаметр вхідного перерізу.

При $k_{\text{пт}}$ = 4 і правильно виконаному соплі можна отримати поле швидкостей, в якому швидкість у будь-якій точці, за винятком приграничної області, відрізняється від середньої швидкості потоку не більше, ніж на ± 1 %. Цього достатньо навіть для розв'язування задач автомобільної аеродинаміки.

Вплив сусідніх будинків виробничого призначення на величину розподілення тисків по їхній поверхні, запропоновано визначати Е. Реттером [24] за формулою

$$p_{\text{ст}} = k_{\text{зах}} / K \cdot (\rho_{з} \cdot u_{з}^{2} / 2), \tag{8.55}$$

де $k_{\text{зах}}$ – коефіцієнт захищеності; K – аеродинамічний коефіцієнт на поверхні незахищеного будинку.

Якщо повітряний потік скерований перпендикулярно до осі будинку, то для навітряних поверхонь захищеного будинку маємо

$$k_{\text{зах}} / K = 1 - 0{,}019 \cdot (15 - \lambda)^{2}, \tag{8.56}$$

де λ – відношення, яке залежить від відстані між будинками l і висоти переднього і незахищеного будинку H ($\lambda = l/H$).

Формула (8.56) справедлива при $5 \le \lambda \le 15$.

Для всіх завітряних поверхонь захищеного будинку середній аеродинамічний коефіцієнт $k_{\text{зах}} = -0{,}4$.

При $\lambda > 15$ захищеність практично відсутня, тобто $k_{\text{зах}} = K$. У цьому випадку аеродинамічні коефіцієнти обох будинків (захищеного та ізольованого) однакові.

8.3.8. Практичні прийоми моделювання вентиляції приміщень. Метод розрахунку моделі і оброблення дослідних даних полягає в такому:

– задаються константою геометричної подібності c_l і константою подібності різниці температур $c_{\Delta t}$;

– розраховують константи подібності

$$c_v = \sqrt{c_l \cdot c_{\Delta t}}\,; \quad c_G = c_l^2 \cdot c_v\,; \quad c_{Q^*} = c_G \cdot c_{\Delta t}\,; \quad c_{\varepsilon} = \sqrt{c_v}\,; \quad c_{K^*} = c_v\,;$$

– розраховують для моделі швидкість зовнішнього вітрового потоку і швидкості повітряних потоків на виході з притікальних вентиляційних отворів і на вході у притікальні отвори, потужності джерел тепловиділень, ступінь чорноти і неповний коефіцієнт теплопередачі зовнішніх огорож за формулами

$$v_{\text{з м}} = \frac{1}{c_v} \cdot v_{\text{з н}}; \quad v_{\text{м}} = \frac{1}{c_v} \cdot v_{\text{н}}; \quad Q^*_{\text{м}} = \frac{1}{c_{Q^*}} \cdot Q^*_{\text{н}};$$

$$\varepsilon_{\text{м}} = \frac{1}{c_\varepsilon} \cdot \varepsilon_{\text{н}}; \quad K^*_{\text{м}} = \frac{1}{c_{K^*}} \cdot K^*_{\text{н}};$$

– визначають термічний опір огорож моделі

$$\sum_{i=1}^{n} \delta_{i\,\text{м}} / \lambda_{i\,\text{м}} = 1 / K^*_{\text{м}} - 1/\alpha_{\text{в м}},$$

де $\alpha_{\text{в м}}$ – коефіцієнт внутрішньої тепловіддачі огорожі моделі;

– потім, вибираючи певний матеріал огорожі моделі, тобто знаючи $\lambda_{\text{м}}$, знаходять товщину $\delta_{\text{м}}$;

– після запускання моделі перевіряють дотримання умови

$$\text{Re}_{\text{м}} > 2400 \quad \text{і} \quad \text{Gr}_{\text{м}} \cdot \text{Pr}_{\text{м}} > 2 \cdot 10^7;$$

– проводять в моделі замірювання швидкостей і температур;

– заміряні в моделі швидкості і температури перераховують на натурні дані за такими формулами

$$v_{\text{н}} = c_v \cdot v_{\text{м}}; \qquad t_{\text{в н}} = t_{\text{з н}} + c_{\Delta t} \cdot (t_{\text{в м}} - t_{\text{з м}}).$$

За наявності вологовиділень додатково визначають потужність джерел вологовиділень в моделі, використовуючи рівняння (8.43).

Вологовміст, заміряний в моделі, перераховують на натурне значення за формулою

$$d_{\text{в н}} = d_{\text{з н}} + c_{\Delta d} \cdot (d_{\text{в м}} - d_{\text{з м}}),$$

де $c_{\Delta d} = c_{\Delta t}$.

Приклад 8.2. Необхідно на стадії проектування дослідити аерацію машинної зали електричної станції.

Огорожі будинку цієї зали характеризуються такими неповними коефіцієнтами теплопередачі, Вт/(м$^2 \cdot$°С): для стін – 1,52; засклення – 17,4; даху – 1,65 і підлоги – 0,35.

У залі передбачається розташування двох турбін, чотирьох трубопроводів великого діаметра, чотирьох підігрівників і двох груп насосів. Тепловиділення, кВт, від обладнання і трубопроводів в приміщення машинної зали становлять: турбіною – 1045, трубопроводом – 174, підігрівником – 116 і однією групою насосів – 116. Всього виділяється теплоти 3482 кВт. Кількість пари, яка виділяється в приміщення через нещільності однієї турбіни, становить 460 кг/год, двох турбін – 920 кг/год.

Притікальна механічна вентиляція подає 80 000 кг/год повітря на робочі майданчики турбін за швидкості повітря в їх робочій зоні 0,25 м/с і температури 35°С. Температура зовнішнього повітря 26°С, а вологовміст 9 г/кг.

Р о з в ' я з у в а н н я

Проведемо ці дослідження на моделі, яка виконана з використанням константи геометричної подібності c_l = 50. Нехай робочим середовищем моделі буде повітря за температури 25°С і вологовмісту 7 г/кг. Приймемо константу подібності надлишкових температур $c_{\Delta t}$ = 0,5. Тоді константи подібності інших величин становитимуть

$$c_v = \sqrt{c_l \cdot c_{\Delta t}} = \sqrt{50 \cdot 0{,}5} = 5\,; \qquad c_G = c_l^2 \cdot c_v = 50^2 \cdot 5 = 12500\,;$$

$$c_{Q^*} = c_G \cdot c_{\Delta t} = 12500 \cdot 0{,}5 = 6250\,; \qquad c_\varepsilon = \sqrt{c_v} = \sqrt{5} = 2{,}24\,;$$

$$c_{K^*} = c_v = 5\,; \qquad c_{\Delta d} = c_{\Delta t} = 0{,}5\,.$$

Звідси видно, що огорожі моделі зали повинні характеризуватись такими неповними коефіцієнтами теплопередачі, Вт/(м$^2\cdot$°С): для стін – $K_\text{м}^* = K_\text{н}^* / c_{K^*} = 1{,}52/5 =$ 0,304; для засклення – 3,5, даху – 0,33, підлоги – 0,07.

Такі коефіцієнти теплопередачі можливі, якщо огорожі моделі виконані з двох шарів фанери (дикту) з $\lambda_{1\,\text{м}}$ = 0,15 Вт/(м·°С) завтовшки 4 мм з утепленням між ними зі спіненого поліетилену різної товщини ($\lambda_{2\,\text{м}}$ = 0,03 Вт/(м·°С). У цьому випадку неповний коефіцієнт теплопередачі (без $\alpha_\text{з}$) за $\alpha_\text{в}$ = 8,7 Вт/(м$^2\cdot$°С) становитиме

$$K_\text{м}^* = \frac{1}{\dfrac{1}{8{,}7} + 2 \cdot \dfrac{0{,}004}{0{,}15} + \dfrac{\delta_{2\,\text{м}}}{0{,}03}}\,.$$

Звідси товщина утеплювача відповідної огорожі моделі

$$\delta_{2\,\text{м}} = 0{,}03 \cdot \frac{1 - 0{,}168 \cdot K_\text{м}^*}{K_\text{м}^*}\,.$$

За допомогою останнього рівняння отримуємо товщину утеплювача для різних огорож моделі, мм: стін – 94; вікон – 3,5; даху – 86 і підлоги – 424.

Кількість теплоти, Вт, яка виділяється відповідними джерелами в моделі, становить: турбіною – (1045000/6250) 167, трубопроводом – 28, підігрівником – 18,5 і однією групою насосів – 18,5. Всього тепловиділень в моделі 557 Вт.

Кількість пари, яка виділяється моделлю турбіни, становить (46000/1250) 37 г/год. Всього в моделі виділяється пари 74 г/год.

Для моделі ступінь чорноти поверхонь обладнання і огорож, якщо прийняти, що він для натури 0,91, становитиме 0,41.

Для досягнення такого ступеня чорноти скористаємось таким прийомом. Деяку частину поверхні (наприклад, n) обклеїмо алюмінієвою фольгою зі ступенем чорноти 0,195. Відомо, що ступінь чорноти фанери становить 0,78. Тоді величина n визначиться з рівняння

$$0{,}41 = 0{,}195 \cdot n + 0{,}78 \cdot (1 - n).$$

Розв'язуючи це рівняння, отримаємо $n = 0{,}63$.

Щоби досягнути такої величини n в моделі, обклеюємо теплообмінні поверхні смужками алюмінієвої фольги завширшки 14 мм з проміжками у 8 мм $[n = 14/(14+8) = 0{,}63]$.

Кількість притікального повітря в моделі становитиме (80000/1250) 6,4 кг/год за швидкості (0,25/5) 0,05 м/с і температури $25 + \frac{1}{0{,}5} \cdot (35 - 26) = 43$ ˚С.

Для перерахунку на натурні дані швидкостей, температур і вологовмісту, заміряних в моделі, потрібно скористатись формулами

$$v_{\text{н}} = 5 \cdot v_{\text{м}}\text{, м/с;} \qquad t_{\text{в н}} = 26 + 0{,}5 \cdot (t_{\text{в м}} - 25) = 0{,}5 \cdot t_{\text{в м}} + 13{,}5\text{ ,˚С;}$$

$$d_{\text{в н}} = 9 + 0{,}5 \cdot (d_{\text{в м}} - 7) = 0{,}5 \cdot d_{\text{в м}} + 5{,}5\text{ , г/кг.}$$

Розділ дев'ятий

ВЕНТИЛЮВАННЯ ПРИМІЩЕНЬ ЗА ТЕМПЕРАТУРНОГО РОЗШАРУВАННЯ ВНУТРІШНЬОГО ПОВІТРЯ

9.1. АЕРАЦІЯ ПРИМІЩЕНЬ

Аерацією називають організовану (регульовану) вентиляцію приміщень через прорізи зовнішніх огорож під впливом різниці тисків, яка зумовлена дією гравітаційних сил і (або) енергії вітру.

Вітер створює на навітряних огорожах будинку підвищений тиск, а на завітряних – розрідження.

Отже, якщо одна група аераційних прорізів розташована в області підвищеного вітрового тиску, а інша – в області розрідження, то різниця тисків спричиняє перетікання повітря через прорізи зовнішніх огорож і приміщення.

Напрямок і величина швидкості вітру дуже мінливі за часом і тому для аерації приміщень надають перевагу іншому, стабільнішому джерелу енергії, тобто дії гравітаційних сил назовні і всередині приміщення.

Внаслідок тепловиділень внутрішнє повітря приміщення нагрівається і підіймається вверх. Якщо аераційні прорізи розташовані у двох рівнях за висотою, то через нижні прорізи зовнішнє повітря притікає в приміщення, а через верхні – витікає назовні. Завдяки цьому повітря в нижній зоні приміщення не перегрівається.

Фізичні передумови аерації. Зовнішнє повітря, яке притікає у приміщення через нижні прорізи огорож, як холодніше і густіше опускається вниз, розтікається над підлогою і "затоплює" нижню зону приміщення. Одночасно це повітря підтікає до нагрітого технологічного обладнання та інших джерел тепловиділень, нагрівається і у вигляді конвективних струменів підіймається у верхню зону приміщення. Якщо розміри верхніх аераційних прорізів не забезпечують повного витікання конвективних потоків назовні, то певна кількість нагрітого повітря розтікається під стелею і "затоплює" верхню зону приміщення.

У цьому випадку в приміщенні виникає вертикальне розшарування повітря на дві температурні зони: нижню, яка живиться зовнішнім повітрям, і верхню, яка живиться конвективними струменями (рис. 9.1).

Така двошарова система перебуває у стані стійкої рівноваги. Спроба стороннім збуренням змінити цей стан зустрічає з боку системи опір і намагання повернутись у початковий стан.

Границя між шарами горизонтальна і має вигляд тонкого повітряного прошарку з різкозмінною температурою. Спрощено цей прошарок можна розглядати як математичну площину зі стрибкоподібною зміною температури. Через цей прошарок у теплий період року самочинно, тобто без примусу, протікають вверх теплі конвективні струмені; у холодний період року можуть протікати вниз струмені холодного зовнішнього повітря, або струмені внутрішнього повітря, охолодженого внаслідок контакту з поверхнями зовнішніх огорож приміщення.

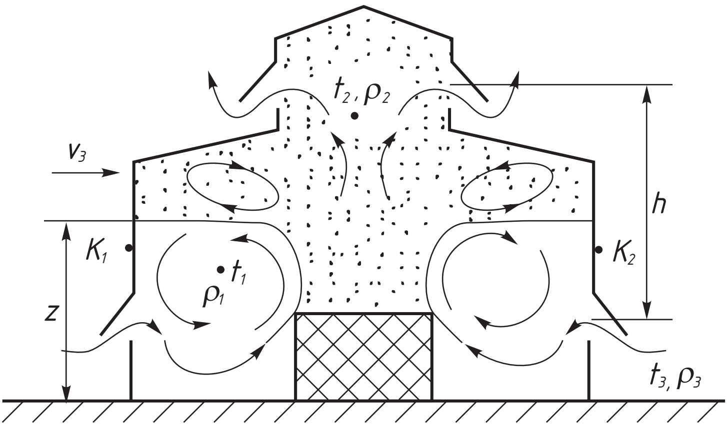


Рис. 9.1. Температурне розшарування внутрішнього повітря в аерованому приміщенні

Для нагрітого повітря верхнього шару, так само як і для холодного повітря нижнього шару *границя температурного розділення* закрита і вертикальна циркуляція повітря крізь неї неможлива. Одночасно автономна циркуляція повітряних потоків в об’ємі кожного з двох шарів можлива і відбувається під впливом притікальних повітряних потоків. Пошарова циркуляція потоків зумовлює вирівнювання температури в об’ємі кожного шару.

За усталеного стану *рівень границі температурного розділення* двошарової системи не змінюється і залежить тільки від потужності джерел тепловиділень і розмірів аераційних прорізів.

Зі зменшенням площі витікальних аераційних прорізів границя розділення опускається у напрямку підлоги до рівня теплових джерел. У цьому випадку шар нагрітого повітря займає майже весь об’єм приміщення і наскрізна циркуляція потоків стає можливою.

Зі збільшенням площі витікальних аераційних прорізів границя температурного розділення підіймається у напрямку стелі приміщення і досягає рівня цих прорізів. У цьому випадку майже весь об’єм приміщення наповнений холодним повітрям і наскрізна циркуляція потоків також стає можливою.

Теплові джерела віддають теплоту приміщенню двома шляхами: випромінюванням і конвекцією (рис. 9.2). Променева теплота дифузійно розсіюється від джерел тепловиділень у всіх напрямках, причому деяка її частка опромінює підлогу приміщення і холодне устаткування, яке розташоване у нижній (холодній) зоні приміщення; інша частка опромінює стелю, а також стіни, будівельні конструкції тощо у верхній зоні приміщення.

Опромінювані поверхні частково відбивають теплові промені, а частково поглинають їх, внаслідок чого нагріваються і стають *джерелами тепловиділень,* які можна назвати *вторинними.* Слабкі конвективні потоки, які виникають внаслідок дії вторинних джерел тепловиділень, змішуються з повітрям того температурного шару, в якому вони формуються і не мають достатньої потужності для проникнення крізь границю температурного розділення.

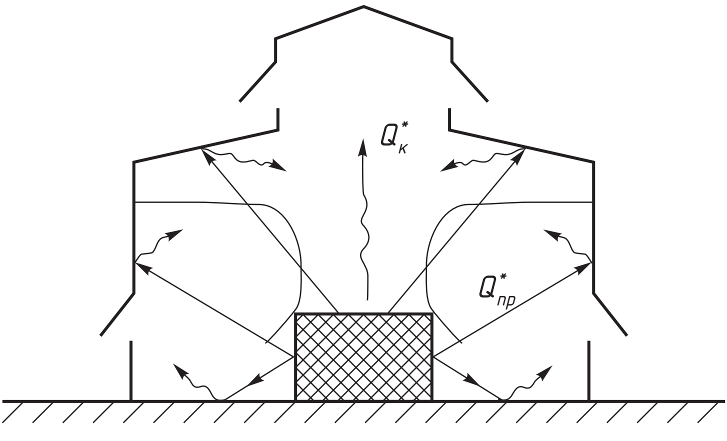


Рис. 9.2. Схема теплових потоків аерованого приміщення

Аналітичні залежності. Позначимо сумарну секундну кількість тепловиділень від технологічного устаткування $Q^*_{\text{т.вид}}$, а променеву і конвективну складові – відповідно $Q^*_{\text{пр}}$ і $Q^*_{\text{к}}$.

Нехтуючи кондуктивною складовою, а також тепловтратами приміщення через його зовнішні огорожі, виразимо загальні тепловиділення через променеву і конвективну складові, тобто,

$$Q^*_{\text{т.вид}} = Q^*_{\text{пр}} + Q^*_{\text{к}} . \qquad (9.1)$$

Позначимо частки променевих тепловиділень, які розсіюються у нижній і верхній зонах приміщення, відповідно і $Q^*_{\text{пр н}}$ і $Q^*_{\text{пр в}}$.

Не враховуючи відбивання променевої теплоти від опромінених поверхонь, подамо променеву складову тепловиділень у вигляді двох складових частин

$$Q^*_{\text{пр}} = Q^*_{\text{пр н}} + Q^*_{\text{пр в}} . \qquad (9.2)$$

Внаслідок цього загальні тепловиділення у приміщенні можна виразити трьома складовими

$$Q^*_{\text{т.вид}} = Q^*_{\text{пр н}} + (Q^*_{\text{пр в}} + Q^*_{\text{к}}) . \qquad (9.3)$$

Розділення тепловиділень дає можливість скласти теплові баланси для нижньої і верхньої зон приміщення. Тепловий баланс нижньої зони, за якого притікальне повітря нагрівається від температури зовнішнього повітря $t_{\text{з}}$ до середньої температури нижнього шару $t_{\text{в н}}$, виразиться рівнянням

$$Q^*_{\text{пр н}} = c_{\text{пов}} \cdot G_{\text{пр}} \cdot (t_{\text{в н}} - t_{\text{з}}) \times 10^3 = c_{\text{пов}} \cdot Q_{\text{пр}} \cdot \rho_{\text{з}} \cdot (t_{\text{в н}} - t_{\text{з}}) \times 10^3 \text{, Вт.} \qquad (9.4)$$

де $G_{\text{пр}}$, кг/с, $Q_{\text{пр}}$, м^3/с – відповідно секундна масова та об’ємна витрата повітряного потоку, який притікає ззовні через аераційні прорізи у нижню зону приміщення (відповідно така сама масова кількість повітря витікає у вигляді конвективних струменів з нижньої зони приміщення у верхню), однак середня густина конвективних потоків значно менша за густину притікального (зовнішнього) повітря $\rho_{\text{з}}$, кг/м^3, і, відповідно, об’ємна витрата цих потоків буде перевищувати $Q_{\text{пр}}$; $c_{\text{пов}}$ = = 1,005 кДж/(кг·К) – питома теплоємність повітря за сталого тиску.

Рівняння (9.4) встановлює залежність між температурою повітря нижньої зони приміщення $t_{\text{в н}}$, яка нормується, та аераційним повітрообміном.

Тепловий баланс верхньої зони приміщення, в якій повітря нагрівається від середньої температури нижньої зони $t_{\text{в н}}$ до середньої температури верхньої зони $t_{\text{в в}}$, виражається рівнянням

$$Q^*_{\text{к}} + Q^*_{\text{пр в}} = c_{\text{пов}} \cdot G_{\text{пр}} \cdot (t_{\text{в в}} - t_{\text{в н}}) \times 10^3 \text{, Вт.} \qquad (9.5)$$

Сума двох останніх рівнянь (9.4) і (9.5) дає відоме рівняння теплового балансу

$$Q^*_{\text{т.вид}} = c_{\text{пов}} \cdot G_{\text{пр}} \cdot (t_{\text{в в}} - t_{\text{з}}) \times 10^3 \text{, Вт.} \qquad (9.6)$$

Позначимо середню густину повітря у нижньому і верхньому температурних шарах відповідно $\rho_{\text{в н}}$ і $\rho_{\text{в в}}$. Відстань між центрами нижнього (притікального) і верхнього (витікального) аераційних прорізів позначимо *h,* а умовний рівень границі між температурними шарами *z* (рис. 9.1).

Перепад гравітаційних тисків, який зумовлює перетікання повітряних потоків через аераційні прорізи і приміщення для даного випадку, можна записати у вигляді

$$\Delta p_{\text{гр}} = g \cdot \left[h \cdot (\rho_{\text{з}} - \rho_{\text{в в}}) - z \cdot (\rho_{\text{в н}} - \rho_{\text{в в}}) \right] \text{, Па.} \qquad (9.7)$$

Повітряний потік, який обтікає будинок, створює в області навітряного аераційного прорізу надлишковий тиск p_1, а в області завітряного прорізу – розрідження p_2. Різниця тисків, яка зумовлена дією обтікального повітряного потоку $\Delta p = p_1 - p_2$ повинна підсумовуватись з наявним перепадом гравітаційних тисків $\Delta p_{\text{гр}}$.

Тиск вітру на відповідну огорожу будинку визначають за формулою

$$p = \pm K \cdot (\rho_{\text{з}} \cdot v_{\text{з}}^2 / 2) \text{, Па,}$$

де $v_{\text{з}}$ – середня швидкість вітру у приземному шарі атмосфери, м/с.

Отже, наявний розрахунковий перепад тисків, який викликає рух повітря через аераційні прорізи, виразиться залежністю

$$\Delta p_{\text{р}} = g \cdot \left[h \cdot (\rho_{\text{з}} - \rho_{\text{в в}}) - z \cdot (\rho_{\text{в н}} - \rho_{\text{в в}}) \right] + (K_1 - K_2) \cdot (\rho_{\text{з}} \cdot v_{\text{з}}^2 / 2) \text{, Па,} \quad (9.8)$$

де K_1, K_2 – середні аеродинамічні коефіцієнти відповідно навітряної і завітряної огорож будинку з аераційними прорізами.

Завдяки наявному перепадові тисків $\Delta p_{\text{р}}$ повітряний потік послідовно перетікає через притікальний і витікальний аераційні прорізи, долаючи їх опір.

Втрати тиску у кожному з аераційних прорізів можна визначити за формулою

$$\Delta p_i = \zeta_i \cdot (\rho_i \cdot v_i^2 / 2) \text{, Па,}$$

де ζ_i – коефіцієнт місцевого опору відповідного аераційного прорізу, зарахований до швидкості v_i в його живому перерізі; ρ_i – середня густина повітряного потоку, який перетікає через відповідний проріз, кг/м^3.

Отже, втрати тиску при перетіканні повітря послідовно через два аераційні прорізи виражаються рівнянням

$$\Delta p_{\text{м}} = \frac{G_{\text{пр}}^2}{2} \cdot \left(\frac{\zeta_1}{\rho_{\text{з}} \cdot \omega_1^2} + \frac{\zeta_2}{\rho_{\text{в в}} \cdot \omega_2^2} \right), \text{ Па}, \qquad (9{,}9)$$

де ζ_1, ζ_2 – відповідно коефіцієнти місцевого опору притікального і витікального аераційних прорізів; ω_1, ω_2 – відповідно площа живого перерізу притікального і витікального аераційних прорізів, м^2.

Оскільки наявний розрахунковий перепад тисків витрачається на подолання місцевих опорів, то повинна забезпечуватись тотожність

$$\Delta p_{\text{р}} = \Delta p_{\text{м}}, \qquad (9.10)$$

або

$$\frac{G_{\text{пр}}^2}{2} \cdot \left(\frac{\zeta_1}{\rho_{\text{з}} \cdot \omega_1^2} + \frac{\zeta_2}{\rho_{\text{в в}} \cdot \omega_2^2} \right) =$$

$$= g \cdot \left[h \cdot (\rho_{\text{з}} - \rho_{\text{в в}}) - z \cdot (\rho_{\text{в н}} - \rho_{\text{в в}}) \right] + (K_1 - K_2) \cdot (\rho_{\text{з}} \cdot v_{\text{з}}^2 / 2). \qquad (9.11)$$

Маючи сумарні тепловиділення у приміщення $Q_{\text{т.вид}}^*$, значення аераційного повітрообміну $G_{\text{пр}}$ можна визначити з рівняння (9.6).

Тоді за відомих конструктивних характеристик аераційних прорізів ($\omega_1, \omega_2, \zeta_1$ і ζ_2) і температур ($t_{\text{з}}$, $t_{\text{в н}}$, $t_{\text{в в}}$) з рівняння (9.11) отримаємо

$$z = h \cdot \frac{\rho_{\text{з}} - \rho_{\text{в в}}}{\Delta\rho} - \frac{G_{\text{пр}}^2}{2 \cdot g \cdot \Delta\rho} \cdot \left(\frac{\zeta_1}{\rho_{\text{з}} \cdot \omega_1^2} + \frac{\zeta_2}{\rho_{\text{в в}} \cdot \omega_2^2} \right) + \frac{v_{\text{з}}^2}{2 \cdot g} \cdot (K_1 - K_2) \cdot \frac{\rho_{\text{з}}}{\Delta\rho}, \text{ м}, \qquad (9.12)$$

де $\Delta\rho = \rho_{\text{в н}} - \rho_{\text{в в}}$.

Потрібно пам’ятати, що для забезпечення стійкого режиму аерації площу живого перерізу верхніх (витікальних) аераційних прорізів приймають на 20...40 % більшою за площу нижніх (притікальних) аераційних прорізів.

І. Шепельов [5] рекомендує визначати втрати тиску при перетіканні повітря послідовно через два прорізи (притікальний і витікальний) за рівнянням

$$\Delta p_{\text{м}} = \rho \cdot \frac{Q_{\text{пр}}^2}{2} \cdot \left(\frac{\zeta_1}{\omega_1^2} + \frac{\zeta_2}{\omega_2^2} \right), \text{ Па}, \tag{9.13}$$

де ρ = 1,2 кг/м^3, що не зовсім коректно, оскільки через верхній (витікальний) проріз перетікає повітря з густиною $\rho_{\text{в в}}$, а через нижній (притікальний) проріз – з густиною $\rho_{\text{з}}$.

За такого підходу рівняння (9.13) можна записати скорочено у вигляді (якщо $Q_{\text{пр}} = L_{\text{пр}}$ – об'ємна витрата притікального повітря, м^3/с):

$$\Delta p_{\text{м}} = \frac{\rho}{2} \cdot \left(\frac{L_{\text{пр}}}{\omega_{\text{екв}}} \right)^2, \text{ Па}, \tag{9.14}$$

де $\omega_{\text{екв}}$ – площа живого перерізу добре профільованого (округленого) сопла, яке впливає на повітряний потік, що перетікає через нього, з таким самим опором, як опір обох аераційних прорізів; площу перерізу такого сопла названо "**еквівалентним опором**" і її рекомендується визначати за формулою

$$\omega_{\text{екв}} = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{\zeta_1}{\omega_1^2} + \dfrac{\zeta_2}{\omega_2^2}}}, \text{ м}^2. \tag{9.15}$$

Поєднуючи рівняння (9.10) з рівняннями (9.8) і (9.14), отримують такий вираз для оцінки аераційного повітрообміну

$$\left(\frac{L_{\text{пр}}}{\omega_{\text{екв}}} \right)^2 = 2 \cdot g \cdot \left(h \cdot \frac{\rho_{\text{з}} - \rho_{\text{в в}}}{\rho} - z \cdot \frac{\rho_{\text{в н}} - \rho_{\text{в в}}}{\rho} \right) + (K_1 - K_2) \cdot v_{\text{з}}^2, \tag{9.16}$$

Відношення густин повітря можна замінити відношенням температур, тобто,

$$\frac{\rho_{\text{з}} - \rho_{\text{в в}}}{\rho} = \frac{t_{\text{в в}} - t_{\text{з}}}{T}; \qquad \frac{\rho_{\text{в н}} - \rho_{\text{в в}}}{\rho} = \frac{t_{\text{в в}} - t_{\text{в н}}}{T},$$

де T = 293 K.

Із врахуванням цих співвідношень рівняння (9.16) запишеться у вигляді

$$\left(\frac{L_{\text{пр}}}{\omega_{\text{екв}}}\right)^2 = 2\cdot g\cdot\left(h\cdot\frac{t_{\text{в в}}-t_{\text{з}}}{T} - z\cdot\frac{t_{\text{в в}}-t_{\text{в н}}}{T}\right) + (K_1 - K_2)\cdot v_{\text{з}}^2 . \quad (9.17)$$

Подальше розв'язування полягає у скороченні числа змінних шляхом виключення різниці температур. З цією метою застосовано відповідні рівняння теплових балансів.

Остаточно шукане рівняння аераційного повітрообміну має вигляд [5]

$$\frac{L_{\text{пр}}^3}{\omega_{\text{екв}}^2} = \frac{2\cdot g\cdot\left[Q_{\text{т.вид}}^*\cdot h - (Q_{\text{т.вид}}^* - Q_{\text{пр н}}^*)\cdot z\right]}{c_{\text{пов}}\cdot\rho\cdot T} + (K_1 - K_2)\cdot v_{\text{з}}^2\cdot L_{\text{пр}} . \quad (9.18)$$

Однак в останнє рівняння входить невідоме значення рівня границі z між температурними шарами.

Значення z І. Шепельов рекомендує визначати за спрощеною формулою розрахунку витрати конвективного струменя в розгінній зоні (вважаючи, що вся кількість притікального повітря витрачається на живлення струменя)

$$L_{\text{пр}}^3 = \frac{1{,}5\cdot g\cdot Q_{\text{к}}^*\cdot F_{\text{п}}^2\cdot z}{c_{\text{пов}}\cdot\rho\cdot T} , \quad (9.19)$$

де $F_{\text{п}}$ – площа нагрівальної поверхні, м^2.

Технологія розрахунку аерації промислових будинків з температурним розшаруванням наведена у літературі [4, 5].

9.2. ШТУЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДВОШАРОВОГО ВЕНТИЛЮВАННЯ ПРИМІЩЕНЬ

Проблема забезпечення нормованих санітарно-гігієнічних умов у нижній (робочій) зоні вентильованих приміщень за мінімальних енергетичних затрат є однією з найактуальніших.

Найрозповсюдженіший струменевий спосіб повітророзподілення можна застосовувати у приміщеннях з теплонадлишками або теплонедостачею, але з незначними виділеннями інших шкідливостей. Цей спосіб вентилювання викликає переважно перемішувальні повітряні потоки у приміщенні завдяки чому температура і забруднення розподіляються приблизно рівномірно за об'ємом приміщення, а концентрація забруднень залежить як від їх кількості, так і від кількості свіжого притікального повітря. Вочевидь, що за такого способу вентилювання потрібні значні повітрообміни, а, отже, і значне витрачання теплоенергетичних ресурсів. Завдяки цьому даний спосіб вентилювання є ефективним для невисоких приміщень (висота яких незначно перевищує висоту робочої зони).

Для високих приміщень, або і для невисоких приміщень, за умови забезпечення у всьому об’ємі їх робочої зони нормованих санітарно-гігієнічних умов ефективним є штучно створене пошарове (двошарове) вентилювання приміщення, висота нижнього температурного шару в якому дорівнює або незначно перевищує висоту робочої зони (рис. 9.3).

За такого способу вентилювання приміщення забезпечується стійке температурне розшарування внутрішнього повітря на: нижній шар, який заповнюється (затоплюється) притікальним повітрям і верхній шар, який живиться конвективними повітряними струменями.

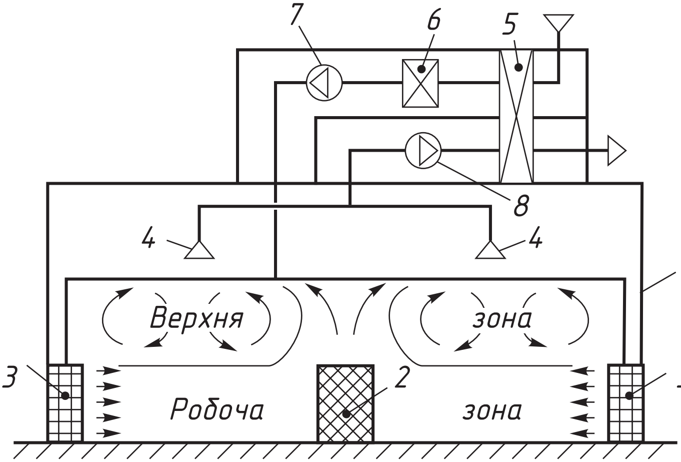


Рис. 9.3. Схема двошарового вентилювання приміщення з тепло- і газовиділеннями (за А. С. № 1260643) [3]:

1 – вентильоване приміщення; *2* – обладнання (устаткування) з тепло- і газовиділеннями;
3 – циліндричні (півциліндричні) повітророзподільники рівномірної швидкості витікання потоку;
4 – повітровсмоктувальні пристрої; *5* – теплообмінні утилізатори;
6 – калорифери; *7*, *8* – вентилятори

Рівень границі між температурними шарами визначається співвідношенням загального конвективного потоку і кількості притікального та витікального повітря. Дослідження, проведені на повітряній моделі [3] з задимленням внутрішнього простору, підтверджують це розшарування (рис. 9.4).

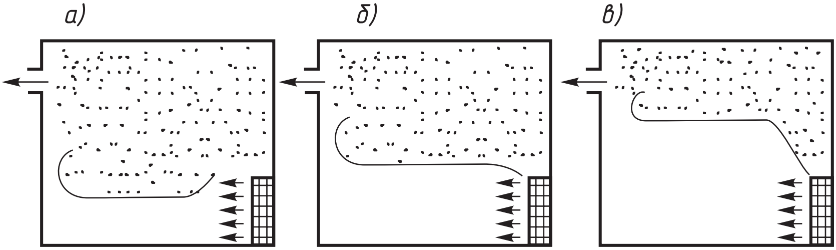


Рис. 9.4. Схема температурного розшарування при дослідженнях на повітряній моделі приміщення з задимленням внутрішнього простору за повітрообміну:

а – 0,005 м^3/год, *б* – 0,03 м^3/год, *в* – 0,1 м^3/год

Вертикальний градієнт температури m_t (9.20) є найкритичнішим параметром цього способу вентилювання. Для нормального функціонування такого способу потрібно, щоби температура вище границі розподілення шару дещо перевищувала температуру нижнього шару (робочої зони). За від'ємних температур зовнішнього повітря і недостатніх тепловиділеннях у приміщенні інколи потрібне додаткове рециркуляційне нагрівання повітря верхнього шару.

Енергетичну ефективність будь-якого способу вентилювання можна оцінити таким співвідношенням, тобто вертикальним градієнтом температури

$$m_t = \frac{t_{\text{в н}} - t_{\text{пр}}}{t_{\text{вит}} - t_{\text{пр}}}, \qquad (9.20)$$

де $t_{\text{пр}}$, $t_{\text{вит}}$ – відповідно температури притікального і витікального повітря; $t_{\text{в н}}$ – середня температура робочої зони приміщення.

У системах загальнообмінної вентиляції із струменевим повітророзподіленням теоретична верхня границя m_t близька до одиниці (внаслідок незначного градієнта температур).

У системах двошарової вентиляції із стійким температурним розшаруванням m_t наближається до 0,5 (за нестійкого розшарування m_t змінюється у межах 0,5...0,7).

Ефективність вентилювання приміщень з пилогазовиділеннями можна оцінити такою величиною, тобто **вертикальним градієнтом концентрацій**

$$m_c = \frac{c_{\text{в н}} - c_{\text{пр}}}{c_{\text{вит}} - c_{\text{пр}}}, \tag{9.21}$$

де $c_{\text{вит}}$, $c_{\text{пр}}$ – відповідно концентрація шкідливостей у витікальному і притікальному повітрі; $c_{\text{в н}}$ – середня концентрація шкідливостей у повітрі робочої зони приміщення.

Для систем загальнообмінної вентиляції із струменевим повітророзподіленням значення m_c наближається до одиниці, а для систем двошарової вентиляції може бути у 2 і більше разів меншим за одиницю. Це вказує на високу ефективність двошарового вентилювання приміщень з тепло- і пилогазовиділеннями.

Енергетичну ефективність двошарового вентилювання приміщень можна підвищити завдяки утилізації теплоти витікального повітря у холодний період року (рис. 9.3) і випарного охолодження притікального повітря у теплий період року.

Розсіюване витікання притікального повітря радіальними струменями малих швидкостей дозволяє регулювати витрату повітря у доволі широкому діапазоні без зміни мікроклімату робочої зони. Повітророзподільники можуть бути циліндричними, півциліндричними (пристінні), чвертьциліндричними (кутові) та приколонними. Живлення повітророзподільників може відбуватись як зверху, так і знизу.

Переваги двошарового вентилювання приміщень найбільше проявляються за підвищених вимог до параметрів їх робочої зони і за високої інтенсивності теплогазовиділень.

Розділ десятий

ЦИРКУЛЯЦІЯ ПОВІТРЯНИХ ПОТОКІВ У ВЕНТИЛЬОВАНИХ ПРИМІЩЕННЯХ

10.1. ЦИРКУЛЯЦІЯ ПОВІТРЯНИХ ПОТОКІВ У МОДЕЛЯХ ПРИМІЩЕНЬ

Під час руху вільного струменя кількість повітря у ньому безперервно збільшується в міру віддалення від притікального отвору. При цьому підмішування (ежекція) навколишнього (вторинного) повітря відбувається по всій довжині струменя.

Необхідно зазначити, що витрата повітря у струмені круглого перерізу за рівномірного початкового поля швидкостей на відстані $x = 40 \cdot r_0$ буде у 6,2 раза більшою за витрату первинного повітря, тобто кількість вторинного повітря, яке приєднане до притікального струменя з навколишнього простору, становитиме $5{,}2 \cdot Q_0$ (Q_0 – об’ємна витрата первинного повітря) [2].

У приміщенні, в якому притікальний і витікальний отвори розташовані співвісно у протилежних стінах, за балансу повітрообміну (масова кількість притікального повітря дорівнює масовій кількості витікального повітря), тільки 16 % повітря притікального струменя буде видалено з приміщення через витікальний отвір. Інші 84 % витрачатимуться на живлення притікального струменя і утворення зворотного потоку, скерованого до початку витікання цього струменя (рис. 10.1).

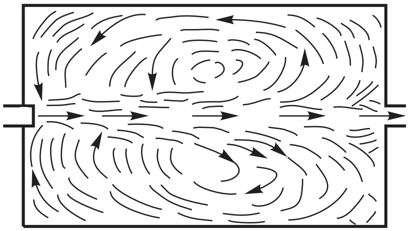


Рис. 10.1. Схема взаємодії вільного притікального ізотермічного і всмоктувального струменів

Знаючи, що зона дії всмоктувальних отворів невелика (на відстані $x = d_0$ швидкість повітряного потоку має значення наближено 5 % від швидкості в отворі), можна зробити висновок, що швидкості повітря у цих отворах не можуть суттєво впливати на рухомість повітря у вентильованому приміщенні. Однак це зовсім не означає, що місцерозташування витікального отвору не впливає на напрямок руху повітряних потоків у приміщенні.

Схеми циркуляції повітряних потоків в моделі приміщення за ізотермічних умов зображені на рис. 10.2.

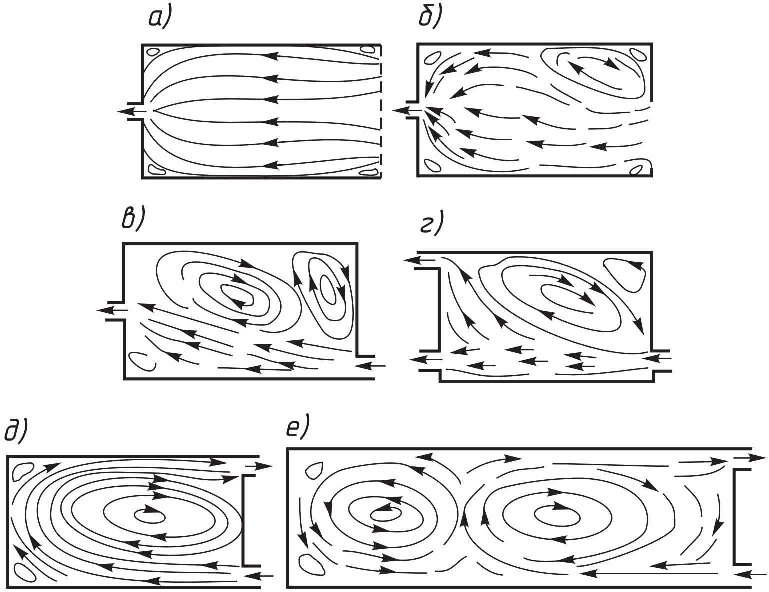


Рис. 10.2. Схеми руху повітряних потоків
у плоскій моделі приміщення за ізотермічних умов [1, 2]
і різного місцерозташування притікальних і витікальних отворів

Уяву про циркуляцію повітряних потоків у приміщенні за неізотермічних умов і наявності джерел тепловиділень дають схеми, які зображені на рис. 10.3. Ці схеми отримані В. Батуріним [1, 2] за результатами досліджень у просторовій моделі однопрогонового будинку виробничого призначення.

Схеми *а* і *б* (рис. 10.3) належать до теплого періоду року, коли зовнішнє повітря втікає у приміщення через бокові прорізи на рівні робочої зони, а внутрішнє повітря витікає назовні через фрамуги ліхтаря.

Якщо джерела тепловиділень розташовані у середній частині приміщення (рис. 10.3, *а*), а зовнішнє повітря притікає з двох боків через отвори у протилежних стінах в однаковій кількості, то вісь теплового струменя вертикальна і є віссю симетрії двох кілець циркуляції.

Якщо наблизити джерела тепловиділень до одного з притікальних отворів (рис. 10.3, *б*), то внаслідок взаємодії теплового і притікальних струменів, перший відхиляється у напрямку ближнього отвору і дещо протидіє надходженню повітря через нього.

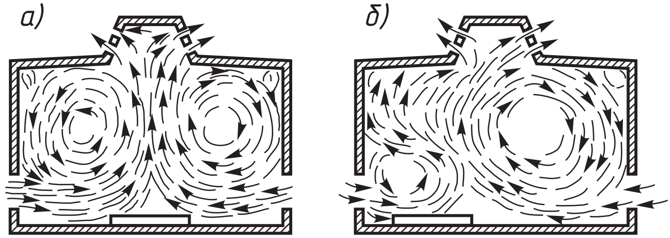


Рис. 10.3. Схеми циркуляції повітряних потоків в об’ємній моделі приміщення за неізотермічних умов і наявності джерел тепловиділень [2]

У роботі [9] доведена надійність результатів лабораторних досліджень повітряних потоків на моделях приміщень. При цьому встановлено, що розповсюдження повітряних струменів майже завжди залежить тільки від *критерію Архімеда*

$$\mathrm{Ar} = \frac{g \cdot D_{\text{екв}} \cdot (\tau_{\text{в ст}} - t_0)}{v^2 \cdot (\tau_{\text{в}\,i} - t_{0\,i}) / 2}, \tag{10.1}$$

де $\tau_{\text{в ст}}$ – початкова температура внутрішніх поверхонь стін приміщення, °C; t_0 – початкова температура притікального струменя, °C; $\tau_{\text{в}\,i}$ – температура внутрішньої поверхні нагрітої чи охолодженої відповідної i-ої огорожі приміщення (стелі або підлоги), °C; $t_{0\ i}$ – відповідна початкова температура i-го притікального струменя, °C; $D_{\text{екв}} = 2 \cdot B \cdot H / (B + H)$ – еквівалентний діаметр приміщення, м (B і H – відповідно ширина і висота приміщення, м (рис. 10.4)); $v = Q_0 / (B \cdot H)$ – середня за витратою швидкість повітряних потоків у поперечному перерізі приміщення, м/с; Q_0 – початкова витрата притікального струменя, м^3/с; g – прискорення вільного падіння, м/с^2.

Дослідження проведені на трьох геометрично подібних моделях приміщення з різними розмірами ($L \times B \times H$): модель № 1 – $4{,}75 \times 2{,}88 \times 2{,}95$ м; модель № 3 – $1{,}6 \times 1 \times 1$ м; модель № 9 – $0{,}531 \times 0{,}333 \times 0{,}227$ м.

У підлогу, стелю, східну та південну стіни моделі приміщення були умонтовані змійовики, якими циркулювала нагріта або охолоджена вода. Це дозволяло підтримувати сталу температуру поверхонь відповідних огорож приміщення. У північній стіні на висоті $0{,}75 \cdot H$ від підлоги був передбачений притікальний отвір, розміри якого можна було змінювати як за висотою, так і за шириною, у нижній частині цієї стіни були два витікальні отвори. Критерій Архімеда змінювався внаслідок зміни початкової температури притікального струменя в межах 17…23°C і нагрівання стін до температури їх внутрішньої поверхні 85…90°С, а також зміни повітрообміну в межах 2…50 1/год. Інші огорожі приміщення (стелю і підлогу) нагрівали за чергою. Повітряні потоки візуалізували і фотографували.

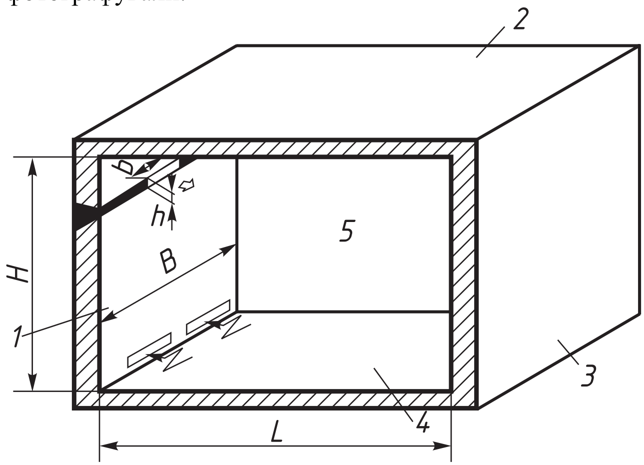


Рис. 10.4. Схема моделі приміщення:
1 – північна стіна; *2* – стеля; *3* – південна стіна;
4 – підлога; *5* – східна стіна

Схеми руху повітряних потоків у функції критерію Ar зображені на рис. 10.5. Цей рисунок ілюструє висновок про те, що траєкторії руху повітряних неізотермічних струменів винятково залежать від критерію Ar.

Досліди засвідчили, що якщо критерій Ar зростає (тобто збільшується підіймальна сила), то зростає і відхилення притікального струменя вверх відносно початкового напрямку його витікання. За ізотермічних умов (Ar = 0) притікальний струмінь горизонтальний і досягає протилежної стіни.

Струмінь відхиляється від горизонталі за приблизно однакового значення критерію Ar незалежно від того, чи нагрівається підлога, стеля або стіни.

Під час нагрівання стелі, коли $Ar < 1 \cdot 10^4$, струмінь рухається майже як ізотермічний, незалежно від того, яка огорожа приміщення нагрівається; коли $Ar > 3 \cdot 10^4$ – спостерігається розшарування притікального струменя [9].

Для уточнення значення критерію, який характеризує розміри приміщення і притікального отвору, вираз критерію Ar (10.1) необхідно доповнити, вводячи в нього геометричний параметр. *Модифікований критерій Архімеда* матиме вигляд

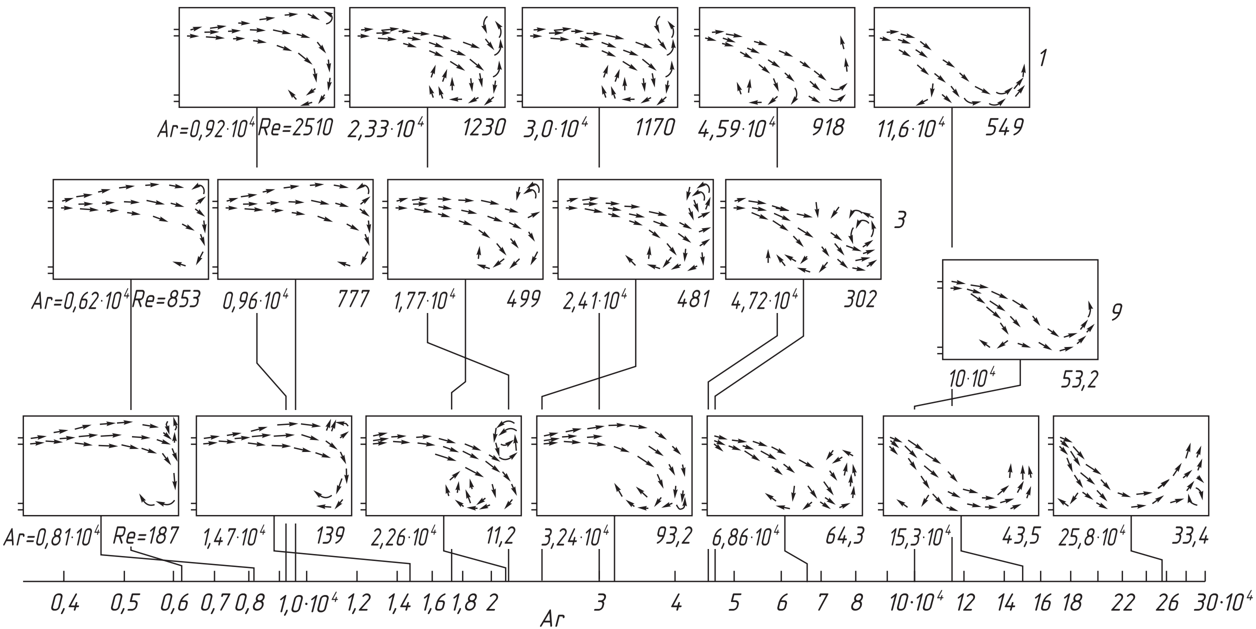


Рис. 10.5. Узагальнені дані циркуляції повітряних потоків
у трьох геометрично подібних приміщеннях
з підлогою, яка нагрівається, при $b < B$; *1*, *3*, *9* – номери приміщень [5]

$$\mathrm{Ar}^{*} = \mathrm{Ar} \cdot \frac{b \cdot h}{D_{\text{екв}}^{2}} \,. \qquad (10.2)$$

Встановлено, що для всіх варіантів нагрівання огорож приміщення, будь-яких розмірів приміщення і притікального отвору, горизонтальний струмінь утворюється тоді, коли $\mathrm{Ar}^{*} \le 40$. Звичайно співвідношення $b \cdot h / D_{\text{екв}}^{2}$ дорівнює 1/250 і йому відповідає $\mathrm{Ar}^{*} \le 1 \cdot 10^{4}$.

Якщо струмінь досягає протилежної стіни, то виникає чітко виражений зворотний потік. Однак в деяких випадках, особливо при нагріванні підлоги вторинні потоки виникають раніше ніж притікальний струмінь перетече приміщення і протидіють йому.

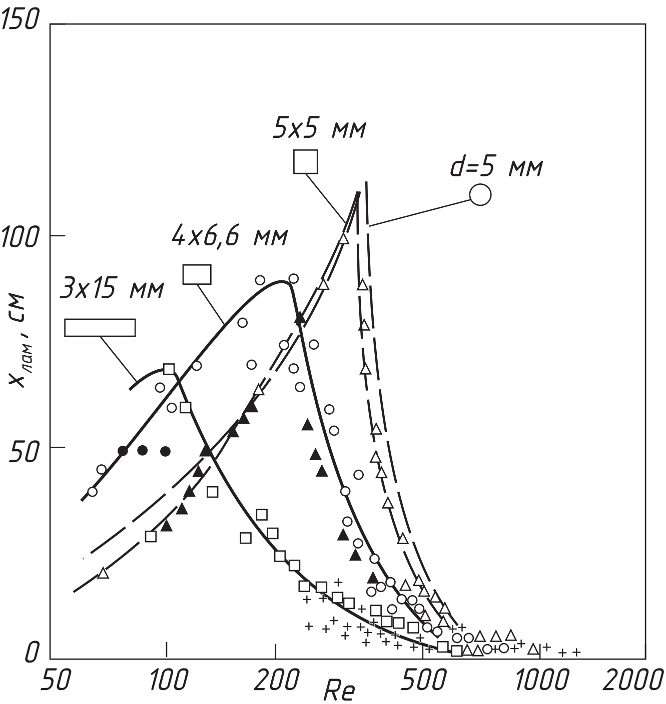


Рис. 10.6. Відстань, на якій зберігається ламінарний рух струменя, що витікає з отворів різної форми [5]

Вплив критерію Рейнольдса (пам'ятаючи, що $\mathrm{Ar} = \mathrm{Gr} / \mathrm{Re}^2$) на притікальні струмені розглянуто у роботах [7, 8, 11, 12]. Для Re < 100 як вільні, так і стиснені струмені спочатку ламінарні, а потім формують вихори і при досягненні відстані $x_{\text{лам}}$ переламуються і піднімаються вверх. З рис. 10.6 видно, що при Re ≥ 1500 струмені повністю турбулентні з початку витікання і кут їх розкриття залишається сталим.

Для дослідження впливу радіаційного теплообміну на рух повітряних струменів нагрівані поверхні лицювались алюмінієвою фольгою. Ненагрівані поверхні мали температуру на 1…5 °С вищу від температури повітря, а нагрівані – на 15…17 °С.

За відсутності радіаційного теплообміну притікальні струмені викривлялись менше.

У другій серії дослідів ширина повітровитікального отвору *b* дорівнювала ширині приміщення *B* (рис. 10.7). При цьому ізотермічний струмінь після витоку з отвору відразу стелився стелею і, рухаючись вздовж неї, опускався вздовж протилежної стіни у напрямку до підлоги і потім рухався вздовж підлоги до витікального отвору. Приблизно аналогічно рухався також і неізотермічний струмінь при нагріванні підлоги або стелі і $\mathrm{Ar} < 1 \cdot 10^4$. Якщо критерій Ar зростає, то струмінь, не досягаючи протилежної стіни, падає у напрямку підлоги. При $\mathrm{Ar} > 1 \cdot 10^4$ струмінь падає вертикально вниз вздовж стіни, в якій знаходиться притікальний отвір.

Для того, щоб уникнути холодного дуття в зоні перебування людей, не можна перевищувати певного граничного значення критерію $\mathrm{Ar}_{\text{макс}}$ (табл. 10.1).

Таблиця 10.1

Граничні значення критерію $\mathrm{Ar}_{\text{макс}}$ залежно від співвідношення *L/H*

L/H	4,7	3,0	2	1
$\mathrm{Ar}_{\text{макс}}$	2000	3000	10 000	11 000

Результатами другої серії дослідів (рис. 10.7) встановлено, що у першому наближенні критерій Ar дуже впливає на характер руху повітряних струменів. Крім цього він впливає також на процеси тепловіддачі окремих огорож приміщення.

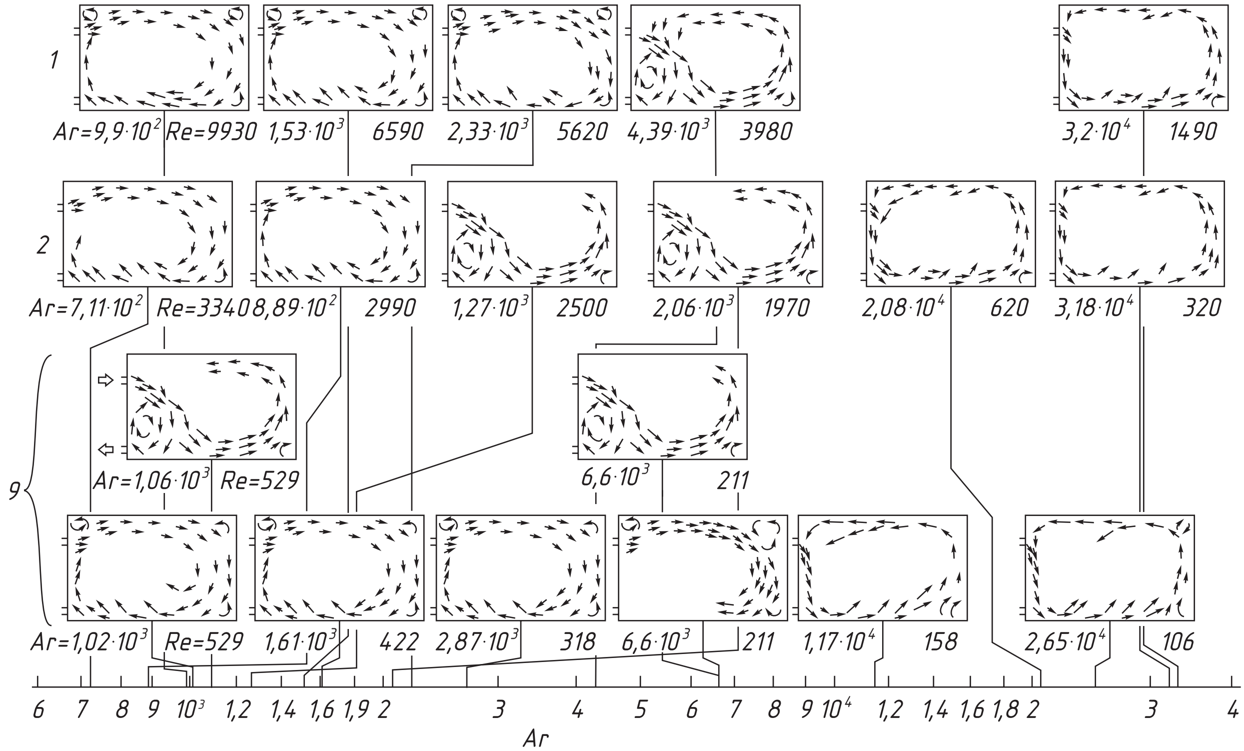


Рис. 10.7. Узагальнені дані циркуляції повітряних потоків
у трьох геометрично подібних приміщеннях
з підлогою, яка нагрівається, при $b = B$; *1*, *3*, *9* – номери приміщень [5]

Критерій Нуссельта можна подати рівнянням [9]

$$\mathrm{Nu} = C \cdot \mathrm{Re}^{m+2n} \cdot \mathrm{Ar}^{n} \cdot \left(\frac{D_{\text{екв}}^{2}}{b \cdot h} \right)^{q}. \tag{10.3}$$

Значення сталої C і показників степеня цього рівняння m, n і q вказані у табл. 10.2.

Таблиця 10.2

Значення сталої і показників степеня у формулі для визначення критерія Нуссельта

Поверхня, яка нагрівається	C	m	n	q
Стеля	0,032	1,1	0	0,12
Підлога	0,034	0,95	0,08	0,06
Східна стіна	0,03	0,98	0,07	0,04
Південна стіна (протилежна до притікального отвору)	0,013	1,0	0,1	0,08

У роботі [13] зазначені деякі відхилення від цього емпіричного рівняння при Ar < 40. Результати досліджень [13] показали, що наближення притікального отвору до стелі приміщення значніше впливає на струмені, які витікають з прямокутних отворів, ніж на струмені, які витікають з квадратних отворів. Нерівномірна ежекція повітря боковою поверхнею струменя зумовлює виникнення сили, яка відхиляє струмінь до стелі. Відхилення тим більше, чим ближче притікальний отвір до стелі і більше співвідношення розмірів сторін отвору. Для врахування цього ефекту в роботі [13] запропонований *модифікований критерій Архімеда*

$$\mathrm{Ar}^{**} = \mathrm{Ar}^{*} \cdot \frac{2 \cdot d}{b} \cdot \frac{h}{b}, \tag{10.4}$$

або

$$\mathrm{Ar}^{**} = \mathrm{Ar} \cdot \frac{b \cdot h}{D_{\text{екв}}^{2}} \cdot \frac{2 \cdot d}{b} \cdot \frac{h}{b} = \mathrm{Ar} \cdot \frac{h^{2}}{D_{\text{екв}}^{2}} \cdot \frac{2 \cdot d}{b}, \tag{10.5}$$

де d – відстань від верху отвору до стелі.

У роботі [13] встановлено:

– середню швидкість повітряних потоків у приміщенні можна визначити за законом сталості кількості руху притікального повітря J_0 за рівнянням

$$v_{\text{сер}} = 0{,}73 \cdot \left(\frac{J_0}{B \cdot H} \right)^{0{,}5}, \text{ м/с}; \tag{10.6}$$

– траєкторію струменя, який витікає поблизу стелі, можна визначати за співвідношенням

$$\frac{y}{\sqrt{F_{\text{габ}}}} = \frac{0{,}04 \cdot \text{Ar}^{**} \cdot x^3}{B \cdot H \cdot (B+H)}, \tag{10.7}$$

де y – зміщення осі по вертикалі, м; $F_{\text{габ}}$ – ефективна габаритна площа витікальної насадки, м^2 (якщо отвори витікальної насадки без наповнення, то $F_{\text{габ}} = \omega_0$).

Якщо прийняти розрахункове значення $\text{Ar} = 1 \cdot 10^4$, то рівняння (10.7) матиме вигляд

$$\bar{b}^{1,5} = \frac{F_{\text{габ}} \cdot d}{y} \cdot \left[\frac{200 \cdot L^3 \cdot (B+H)}{(B \cdot H)^3} \right], \tag{10.8}$$

де L, B, H – габаритні розміри приміщення (рис. 10.4), м.

10.2. ЦИРКУЛЯЦІЯ ПОВІТРЯНИХ ПОТОКІВ ЗА НАТУРНИМИ ДОСЛІДЖЕННЯМИ

На рис. 10.8 зображені результати досліджень циркуляції повітряних потоків і розподілення температур у залі на 500 місць за двох схем організації повітрообміну при кратності 9,1 год$^{-1}$ (що відповідає витраті на 1 людину 37 м^3/год притікального повітря для повного заповнення зали). За схеми повітрообміну “знизу-вверх” (рис. 10.8, *I*) у робочій зоні приміщення створюється рівномірний потік повітря, який змінюється тільки у випадку, коли присутні люди зосереджені в передній частині зали, що можна пояснити природними конвективними потоками від людей.

За схеми повітрообміну “зверху-вниз” (рис. 10.8, *II*, *III*) виникають сильні циркуляційні потоки і велика різниця температур між передньою і задньою частинами зали. У тильній частині зали (з меншою висотою) тепловиділення від людей спричиняють підвищення температури повітря. При частковому рівномірному заповненні зали нерівномірність розподілення температур менша. Напрямок руху циркуляційних потоків значною мірою залежить від початкового напрямку руху притікального повітря.

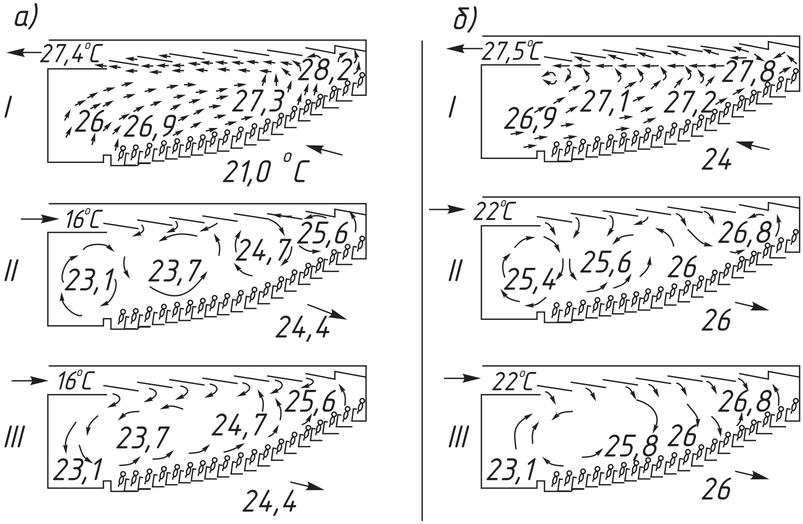


Рис. 10.8. Циркуляція повітряних потоків у залі на 500 місць з системою кондиціювання повітря для повітрообміну за схемою "знизу-вверх" (*I*) і "зверху-вниз" (*II*, *III*) і сталої кратності повітрообміну 9,1 год$^{-1}$ (температура заміряна на рівні голови) [6]:

а – 100 % заповнення зали людьми; *б* – 50 % рівномірне заповнення зали

Градієнти температур по вертикалі зображені на рис. 10.9.

За схеми повітрообміну "знизу-вверх" температура від рівня ніг до голови змінюється на 3…8 °С, причому більший перепад відповідає більшому заповненню зали; зверху над рівнем голови температура майже стала.

За схеми повітрообміну "зверху-вниз" різниця температур в 4…8 °С виникає у верхній зоні зали (від стелі до рівня голови), причому в зоні перебування людей температура майже стала. Це підтверджують також дослідження, які проведені для витрати на 1 людину 50 м^3/год притікального повітря (рис. 10.9).

Пояснити зростання температури з висотою можна так. Повітря, яке витікає під стелею, спершу обмінюється теплом з огорожами приміщення і нагрівається, якщо температура притікального повітря нижча за температуру поверхонь стін. За вищих температур притікального повітря його температура знижується у напрямку руху до робочої зони (внаслідок теплообміну з холоднішими огорожами).

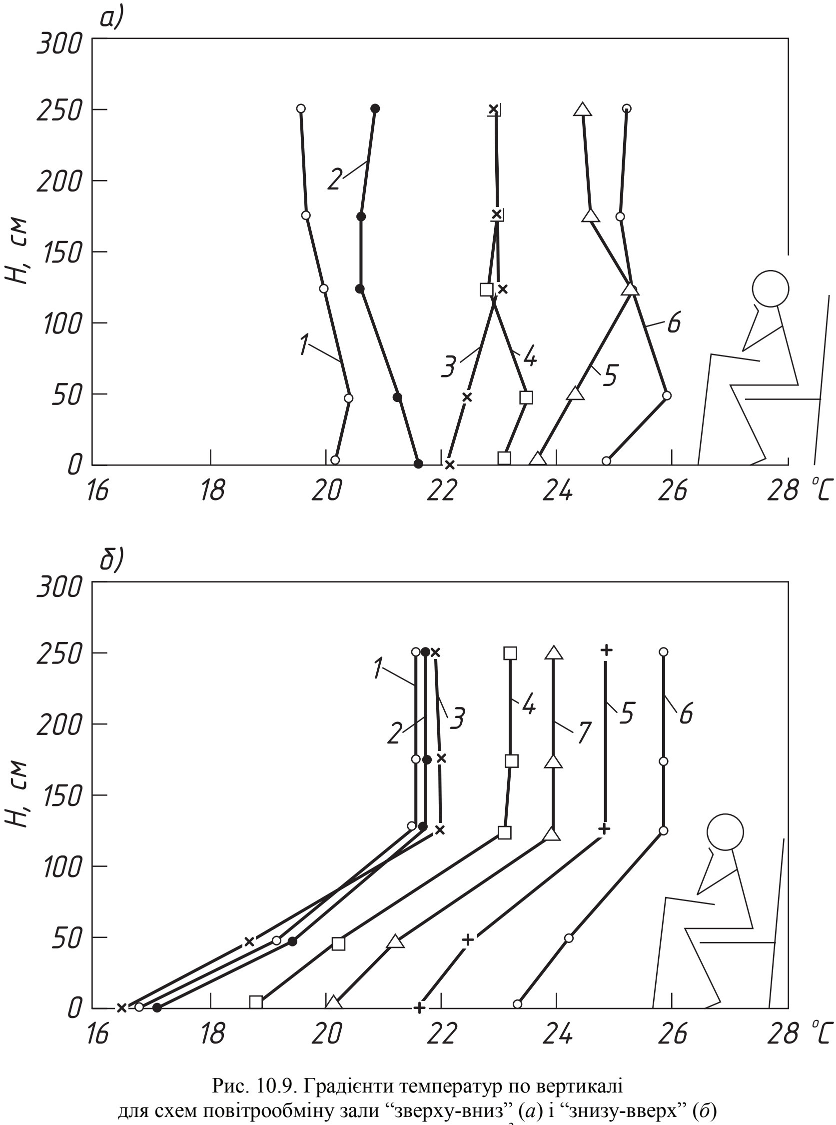


Рис. 10.9. Градієнти температур по вертикалі
для схем повітрообміну зали “зверху-вниз” (*а*) і “знизу-вверх” (*б*)
та величині повітрообміну 50 м^3/(год·люд):
1…*7* – номери дослідів
(ламані лінії *3* і *7* відповідають оптимальному градієнтові температур)

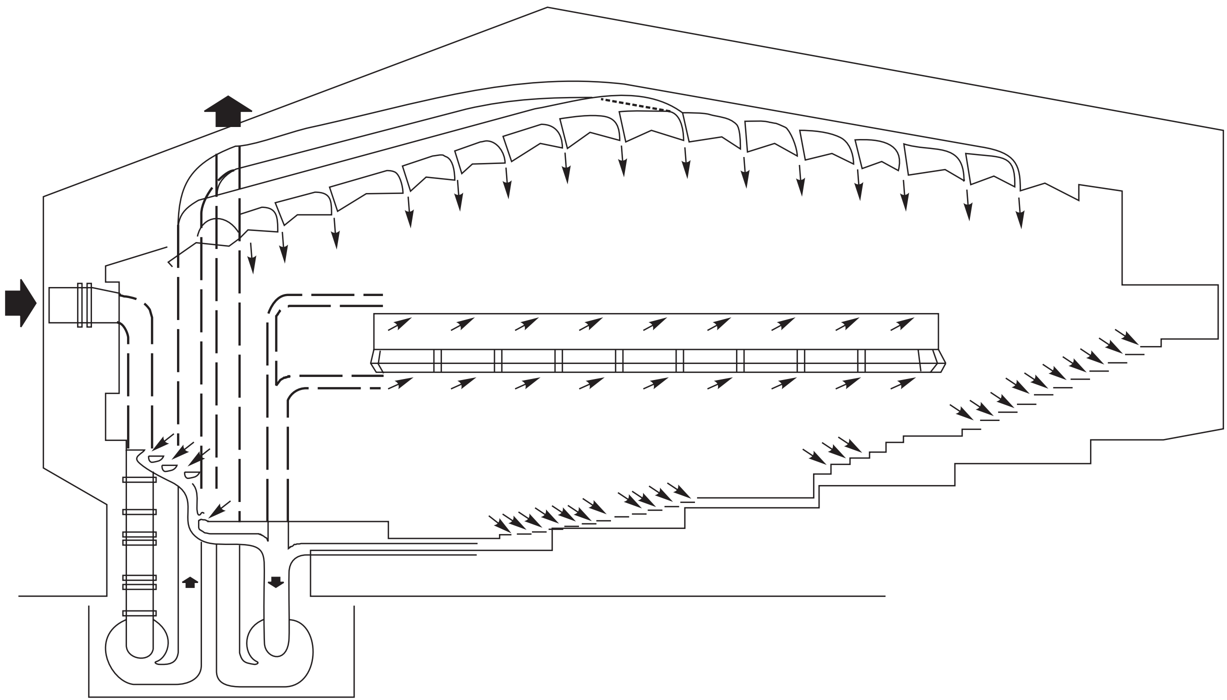


Рис. 10.10. Схема розрізу концертної зали

При витіканні повітря знизу його початкова температура повинна бути вищою, ніж у попередньому випадку (для того, щоб уникнути дуття на рівні колін). Тепловий баланс між тепловтратами і теплонадходженнями зумовлює сталість температур у верхній зоні зали над рівнем голови.

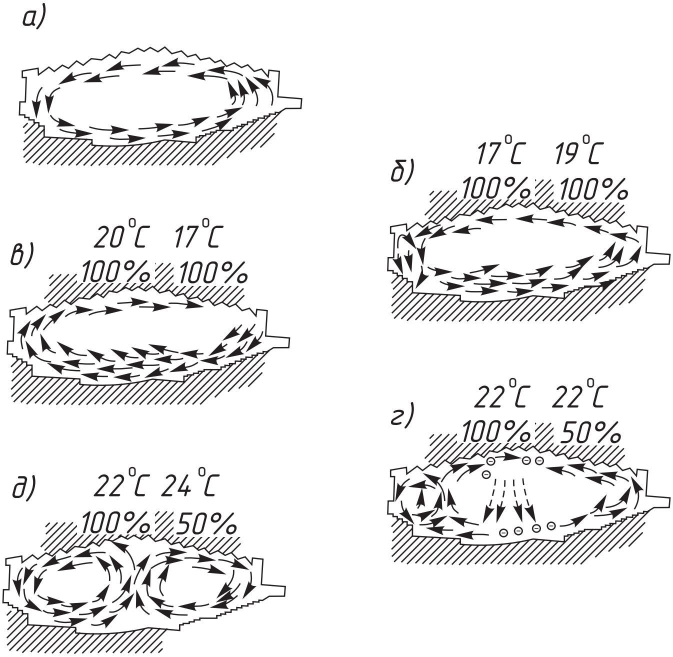


Рис. 10.11. Циркуляція повітряних потоків в залі [3]:
а – природні конвективні потоки повітря від людей при 100 % заповненні зали;
б – те саме, при витіканні повітря з температурою 17 і 19 °С відповідно у передній і тильній половинах зали;
в – те саме, що й *б*, але з іншими температурами притікального повітря;
г – зустрічна циркуляція повітря із нестійкими паралельними потоками (внаслідок закриття частини повітророзподільників у тильній половині зали);
д – стійка зустрічна циркуляція повітря, як і у випадку *г*, але при 70 % рівномірному заповненні зали

Результати досліджень циркуляції повітряних потоків у концертній залі за схемами організації повітрообміну “зверху-вниз” (рис. 10.10) і витраті притікального повітря 45 $м^3$/(год·люд) зображені на рис. 10.11.

Циркуляційні потоки на рис. 10.11, *а* і рис. 10.11, *б* однакові, але у випадку *б* в частині зали виникає вихор і швидкості повітря більші, ніж у випадку *а*, оскільки вимушені і природні конвективні потоки повітря від людей збігаються і посилюють один одного. Задовільні швидкості забезпечуються при 75 % і 50 % витіканні притікального повітря відповідно в передній і тильній частинах зали. Витікання теплого повітря у передній частині зали реверсує напрямок руху так, що повітряні потоки скеровані на потилиці людей (рис. 10.11, *в*) і потоки менш стійкі, ніж у випадку *б*.

Режим *г* оцінено як нестійкий, а *д* – як незадовільний.

Більша частина розглянутих даних засвідчує про доцільність схеми повітрообміну "зверху-вниз".

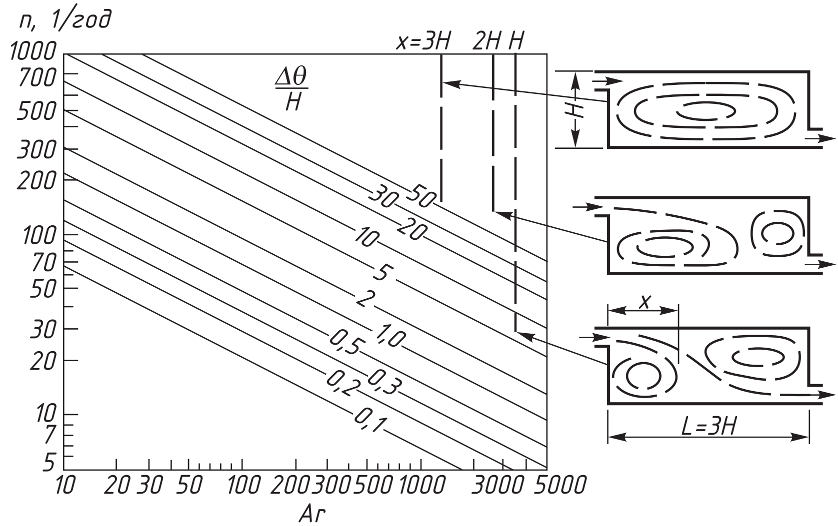


Рис. 10.12. Циркуляція повітряних потоків
за поперечної організації повітрообміну приміщень [10]

Однак, схема повітрообміну "знизу-вверх" також зарекомендувала себе добре [9], особливо для вентилювання приміщень зі штучним забезпеченням температурного розшарування по висоті (розділ 9). Причому ця схема економічно ефективніша порівняно з попередньою.

На рис. 10.12 показана циркуляція повітряних потоків за поперечної схеми організації повітрообміну. Приміщення завдовжки $L = 3 \cdot H$ можна задовільно вентилювати при значеннях критерію Архімеда до 1300. Однак, якщо значення критерію Ar досягає 2800 і 3400, задовільно вентилюються тільки 2/3 і 1/3 приміщення (відповідно).

ДОДАТКИ

Додаток 1

Теплофізичні властивості сухого повітря
(за $P_{абс}$ = 101,3 кПа)*

t, °C	ρ, кг/м^3	c_p, $\frac{кДж}{кг \cdot К}$	$\lambda \cdot 10^2$, $\frac{Вт}{м \cdot К}$	$a \cdot 10^6$, м^2/с	$\mu \cdot 10^6$, Па·с	$\nu \cdot 10^6$, м^2/с	Pr
-50	1,583	1,013	2,04	12,7	14,9	9,41	0,741
-40	1,515	1,013	2,12	13,8	15,5	10,23	0,741
-30	1,453	1,013	2,20	14,9	16,0	11,01	0,739
-20	1,395	1,009	2,28	16,2	16,5	11,83	0,730
-10	1,342	1,009	2,36	17,4	17,0	12,67	0,728
0	1,293	1,005	2,44	18,8	17,5	13,53	0,720
10	1,247	1,005	2,51	20,1	18,0	14,43	0,718
20	1,205	1,005	2,59	21,4	18,5	15,35	0,717
30	1,165	1,005	2,67	22,9	19,0	16,31	0,712
40	1,128	1,005	2,76	24,3	19,5	17,29	0,712
50	1,093	1,005	2,83	25,7	20,0	18,30	0,712
60	1,060	1,005	2,90	27,2	20,5	19,34	0,712
70	1,029	1,009	2,97	28,7	21,0	20,41	0,711
80	1,000	1,009	3,05	30,2	21,5	21,50	0,711
90	0,972	1,009	3,13	31,9	21,9	22,53	0,706
100	0,946	1,009	3,21	33,6	22,3	23,57	0,701

* З допустимим наближенням даними таблиці можна користуватись за тисків у декілька разів вищих.

Теплофізичні властивості вологого повітря на лінії насичення (за $P_{абс}$ = 101,3 кПа)*

t, °C	$p_{н.п}$, кПа	ρ, кг/м^3	d (x·10^3), $\frac{г}{кг\ сух.пов.}$	$c_p^{(1+x)}$, $\frac{кДж}{кг \cdot К}$	$\lambda \cdot 10^2$, $\frac{Вт}{м \cdot К}$	$a \cdot 10^6$, м^2/с	$\mu \cdot 10^6$, Па·с	$\nu \cdot 10^6$, м^2/с	Pr
0	0,6111	1,290	3,78	1,0082	2,380	18,3	17,4	13,50	0,737
10	1,2288	1,242	7,64	1,0115	2,466	19,6	17,9	14,42	0,734
20	2,3398	1,194	14,7	1,0176	2,520	20,7	18,4	15,37	0,743
30	4,2445	1,147	27,2	1,0282	2,556	21,7	18,7	16,34	0,752
40	7,3746	1,097	48,8	1,0464	2,569	22,4	19,0	17,33	0,774
50	12,3274	1,043	86,2	1,0766	2,552	22,8	19,1	18,34	0,806
60	19,9035	0,981	152,1	1,1263	2,501	22,6	19,0	19,36	0,856
70	31,1449	0,909	276,1	1,2112	2,418	21,9	18,5	20,33	0,927
80	47,3737	0,823	546,4	1,3482	2,323	20,9	17,4	21,12	1,010
90	70,2285	0,717	1405,9	1,5875	2,283	20,0	15,4	21,42	1,071
100	101,3	0,587	–	2,1350	2,372	18,6	12,0	20,44	1,080

* З допустимим наближенням даними таблиці можна користуватись за тисків у декілька разів вищих.

Додаток 3

Співвідношення між одиницями вимірювання

Величини	Одиниці вимірю-вання, СІ	Співвідношення між одиницями вимірювання СІ і найуживанішими одиницями інших систем і позасистемними
Довжина	м	1 мкм = 10^{-6} м 1 Å = 10^{-10} м 1 ft = 0,3048 м 1 in = $25{,}4\cdot10^{-3}$ м
Маса	кг	1 т = 1000 кг 1 ц = 100 кг 1 lb = 0,454 кг
Температура	К	t ºC = (t + 273,15) К t ºF = [5/9·(t - 32) + 273,15] К
Кут плоский	рад	1º = π/180 рад 1' = π/10800 рад
Вага (сила тяжіння)	Н	1 кгс = 9,81 Н 1 дин = 10^{-5} Н 1 стен = 10^{3} Н 1 lbf = 4,45 Н
Витрата масова	кг/с	1 lb/s = 0,454 кг/с 1 lb/h = $1{,}26\cdot10^{-4}$ кг/с
Витрата об’ємна	м^3/с	1 л/хв = $16{,}67\cdot10^{-6}$ м^3/с 1 ft^3/s = $28{,}3\cdot10^{-3}$ м^3/с 1 in^3/s = $16{,}4\cdot10^{-6}$ м^3/с
В’язкості коефіцієнт динамічний	Па·с	1 П = 1 дин·с/см^2 = 0,1 Па·с 1 сП = 1/9180 кгс·с/м^2 = 10^{-3} Па·с = = 1 мПа·с 1 lbf·s/ft^2 = 47,88 Па·с

Величини	Одиниці вимірювання, СІ	Співвідношення між одиницями вимірювання СІ і найуживанішими одиницями інших систем і позасистемними
В'язкості коефіцієнт кінематичний	$м^2/с$	1 ст = 1$см^2/с = 10^{-4}$ $м^2/с$ 1 ft^2/s =0.0929 $м^2/с$ 1 ft^2/h = 25,81 $м^2/с$
Густина	$кг/м^3$	1 $т/м^3$ = 1 $кг/дм^3$ = 1 $г/см^3$ = = 10^3 $кг/м^3$ 1 $кгс{\cdot}с^2/м^4$ = 9,81 $кг/м^3$ 1 $lb/ft^3 \approx 16{,}02$ $кг/м^3$ 1 $lb/in^3 \approx 27{,}68{\cdot}10^3$ $кг/м^3$
Густина теплового потоку (теплонапруга, питоме теплове навантаження)	$Вт/м^2$	1 $ккал/(м^2{\cdot}год)$ = 1,163 $Вт/м^2$
Дифузії коефіцієнт	$м^2/с$	1 ft^2/s = 0,0929 $м^2/с$
Ентальпія питома	Дж/кг	1 ккал/кг = 1 кал/г = 4,19 кДж/кг 1 BTU/lb = 2326 Дж/кг
Ентропія питома	Дж/(кг·К)	1 ккал/(кг·°С) = 4,19 кДж/(кг·К) 1 BTU/(lb·deg F) = 4,19 кДж/(кг·К)
Натяг поверхневий	Н/м	1 кгс/м = 9,81 $Дж/м^2$ = 9,81 Н/м 1 $ерг/см^2$ = 1 дин/см = 10^{-3} $Дж/м^2$ = = 10^{-3} Н/м
Об'єм	$м^3$	1 л =10^{-3} $м^3$ 1 ft^3 = 28,3 $дм^3$ = $2{,}83{\cdot}10^{-2}$ $м^3$ 1 in^3 = 16,387 $см^3$ = $16{,}39{\cdot}10^{-6}$ $м^3$

Величини	Одиниці вимірювання, СІ	Співвідношення між одиницями вимірювання СІ і найуживанішими одиницями інших систем і позасистемними
Об'єм питомий	$м^3/кг$	1 $м^3/т = 10^{-3}$ $м^3/кг$ 1 $дм^3/кг = 1$ $см^3/г = 10^{-3}$ $м^3/кг$
Площа	$м^2$	1 $ft^2 = 0{,}0929$ $м^2$ 1 $in^2 = 6{,}451 \cdot 10^{-4}$ $м^2$
Потужність	Вт	1 кгс·м/с = 9,81 Вт 1 ерг/с = 10^{-7} Вт 1 ккал/год = 1,163 Вт 1 lbf·ft/s = 1,356 Вт
Робота, енергія, кількість теплоти	Дж	1 кгс·м = 9,81 Дж 1 ерг = 10^{-7} Дж 1 кВт·год = $3{,}6 \cdot 10^6$ Дж 1 ккал = $4{,}1868 \cdot 10^3$ Дж = 4,19 кДж 1 lbf·ft = 1,356 Дж 1 lbf·in = 0,113 Дж 1 BTU = 1055,1 Дж
Теплоємність питома масова	Дж/(кг·К)	1 ккал/(кг·°С) = 4,19 кДж/(кг·К) 1 ерг/(г·К)=10^{-4} Дж/(кг·К) 1 BTU/(lb·deg F) = 4,19 кДж/(кг·К)
Тепловіддачі коефіцієнт, теплопередачі коефіцієнт	$Вт/(м^2 \cdot К)$	1 $ккал/(м^2 \cdot год \cdot °С)=1{,}163$ $Вт/(м^2 \cdot К)$ 1 $BTU/(ft^2 \cdot h \cdot deg\ F) = 5{,}6$ $Вт/(м^2 \cdot К)$
Теплопровідності коефіцієнт	Вт/(м·К)	1 ккал/(м·год·°С) = 1,163 Вт/(м·К) 1 BTU/(ft·h·deg F) = 1,73 Вт/(м·К)

Закінчення дод. 3

Величини	Одиниці вимірю-вання, СІ	Співвідношення між одиницями вимірювання СІ і найуживанішими одиницями інших систем і позасистемними
Теплота питома (фазового перетворення)	Дж/кг	1ккал/кг =1 кал/г = 4,19 кДж/кг 1BTU/lb =2326 Дж/кг
Тиск	Па	1 бар = 10^5 Па 1 мбар = 100 Па 1 дин/см^2 =1 мкбар = 0,1Па 1 кгс/см^2 = 1ат = $9{,}81\cdot10^4$ Па = = 735 мм рт.ст. 1 атм = 101325 Па = 760 мм рт.ст. 1 кгс/м^2 = 1 мм вод.ст. = 9,81 Па 1 мм рт.ст. = 133,3 Па 1 lbf/in^2 = 6894,76 Па 1 lbf/ft^2 = 47,88 Па
Швидкість кутова	рад/с	1 об/хв = π/30 рад/с 1 об/с = 2π рад/с
Швидкість лінійна	м/с	1 ft/s = 0,3048 м/с
Частота	Гц	1 Гц = 1 с$^{-1}$ 1 об/с = 1 Гц 1 об/хв = 1/60 Гц

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

Р о з д і л п е р ш и й

1. **Kirschmer O.**: Reibungsverluste in geraden Rohrleitungen. MAN – Forschungsheft, 1951, s. 81…95.
2. **Комитет** технической терминологии АН СССР. Гидромеханика. – М.: изд. АН СССР, 1962.
3. **Нестеренко А.В.** Основы термодинамических расчетов вентиляции и кондиционирования воздуха. – М.: Высшая школа, 1971. – 460 с.
4. **Смыслов В.В.** Гидравлика и аэродинамика. – К.: Вища школа, 1979. – 336 с.
5. **Чугаев Р.Р.** Гидравлические термины. – М.: Высшая школа, 1974.

Р о з д і л д р у г и й

1. **Альтшуль А.Д., Животовский Л.С., Иванов Л.П.** Гидравлика и аэродинамика. – М.: Стройиздат, 1987. – 414 с.
2. **Смыслов В.В.** Гидравлика и аэродинамика. – К.: Вища школа, 1979. – 336 с.
3. **Талиев В.Н.** Аэродинамика вентиляции. – М.: Стройиздат, 1979. – 295 с.

Р о з д і л т р е т і й

1. **Смыслов В.В.** Гидравлика и аэродинамика. – К.: Вища школа, 1979. – 336 с.
2. **Талиев В.Н.** Аэродинамика вентиляции. – М.: Стройиздат, 1979. – 295 с.

Р о з д і л ч е т в е р т и й

1. **Альтшуль А.Д., Животовский Л.С., Иванов Л.П.** Гидравлика и аэродинамика. – М.: Стройиздат, 1987. – 414 с.
2. **Аэродинамика** автомобиля. / Под. ред. В. – Г. Гухо. – М.: Машиностроение, 1987. – 424 с.
3. **Жуковський С.С., Лабай В.Й.** Системи енергопостачання і забезпечення мікроклімату будинків та споруд. – Львів: Астрономо–геодезичне товариство, 2000. – 259 с.
4. **Крум Д., Робертс Б.** Кондиционирование воздуха и вентиляция зданий. Пер. с англ. / Под. ред. Е.Е. Карписа. – М.: Стройиздат, 1980. – 399 с.

5. **Смыслов В.В.** Гидравлика и аэродинамика. – К.: Вища школа, 1979. – 336 с.
6. **Талиев В.Н.** Аэродинамика вентиляции. – М.: Стройиздат, 1979. – 295 с.
7. **Торговников Б.М., Табачник В.Е., Ефанов Е.М.** Проектирование промышленной вентиляции: Справочник. – К.: Будівельник, 1983. – 256 с.
8. **Wise**, A.E.F., et. al., The Architects Journal, 141, 1185 (May, 1965).

Розділ п'ятий

1. **Альтшуль А.Д., Животовский Л.С., Иванов Л.П.** Гидравлика и аэродинамика. – М.: Стройиздат, 1987. – 414 с.
2. **Аэродинамика** автомобиля. / Под. ред. В. – Г. Гухо. – М.: Машиностроение, 1987. – 424 с.
3. **Жуковський С.С., Лабай В.Й.** Системи енергопостачання і забезпечення мікроклімату будинків та споруд. – Львів: Астрономо–геодезичне товариство, 2000. – 259 с.
4. **Идельчик И.Е.** Справочник по гидравлическим сопротивлениям. – М.: Машиностроение, 1975.
5. **Калинушкин М.П.** Вентиляторные установки. – 7–е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 1979. – 223 с.
6. **Kander K.** Heizung – Lüftung – Haustechnik (Zeitschrift), nr 7/74, s. 226.
7. **Смыслов В.В.** Гидравлика и аэродинамика. – К.: Вища школа, 1979. – 336 с.
8. **Справочник** проектировщика. Внутренние санитарно-технические устройства. Ч. 2. Вентиляция и кондиционирование воздуха. / Под. ред. И.Г. Староверова. – М.: Стройиздат, 1977(78). – 502 с.
9. **Торговников Б.М., Табачник В.Е., Ефанов Е.М.** Проектирование промышленной вентиляции: Справочник. – К.: Будівельник, 1983. – 256 с.

Розділ шостий

1. **Баулин К.К.** О равномерной раздаче воздуха из трубопроводов. / Отопление и вентиляция, 1937, № 5 – 6.
2. **Дроздов В.Ф.** Отопление и вентиляция. Ч. 2. Вентиляция. – М.: Высшая школа, 1984. – 263 с.
3. **Жуковський С.С., Лабай В.Й.** Системи енергопостачання і забезпечення мікроклімату будинків та споруд. – Львів: Астрономо–геодезичне товариство, 2000. – 259 с.

4. **Regenscheit B.** VDI – Berichte, Bd. nr 34/59, s. 21…34.
5. **Талиев В.Н.** Аэродинамика вентиляции. – М.: Стройиздат, 1979. – 295 с.

Р о з д і л с ь о м и й

1. **Арсірій В.А., Яковишенко К.О.** Метод візуалізації дискретних структур потоків – основа “FST технології”. Ринок інсталяційний, № 8/99, с. 16…18.
2. **Богословский В.Н. и др.** Отопление и вентиляция. Ч. 2. Вентиляция. / Под ред. В.Н. Богословского. – М.: Стройиздат, 1976. – 439 с.
3. **Gräff B.**: DKV – Bericht, nr 2/75, s. 477.
4. **Дроздов В.Ф.** Отопление и вентиляция. Ч. 2. Вентиляция. – М.: Высшая школа, 1984. – 263 с.
5. **Жуковський С.С., Лабай В.Й.** Системи енергопостачання і забезпечення мікроклімату будинків та споруд. – Львів: Астрономо–геодезичне товариство, 2000. – 259 с.
6. **Крум Д., Робертс Б.** Кондиционирование воздуха и вентиляция зданий. Пер. с англ. / Под. ред. Е.Е. Карписа. – М.: Стройиздат, 1980. – 399 с.
7. **Recknagel H., Sprenger E., Hönmann W., Schramek E.-R.** Poradnik. Ogrzewanie i klimatyzacja. – Gdańsk: EWFE, 1994. – 1968 с.
8. **Regenscheit B.**: Ges. – Ing., 1971, s. 193…201.
9. **Смыслов В.В.** Гидравлика и аэродинамика. – К.: Вища школа, 1979. – 336 с.
10. **Талиев В.Н.** Аэродинамика вентиляции. – М.: Стройиздат, 1979. – 295 с.
11. **Fitzńer K.**: FLT – Forschungsbericht, nr. 16 (1986), s. 121…134.
12. **Frings P., Pfeifer J.**: Heizung – Lüftung – Haustechnik (Zeitschrift), nr 2/81, s. 49…61.
13. **Шепелев И.А.** Аэродинамика воздушных потоков в помещении. – М.: Стройиздат, 1978. – 144 с.
14. **Эльтерман В.М.** Вентиляция химических производств, изд. 2–е, перераб. и доп. – М.: Химия, 1971. – 239 с.

Р о з д і л в о с ь м и й

1. **Аэродинамика** автомобиля. / Под. ред. В. – Г. Гухо. – М.: Машиностроение, 1987. – 424 с.
2. **Батурин В.В., Дудинцев Л.М.** Аэродинамическое и тепловое моделирование принудительной вентиляции. / Научные работы институтов охраны труда ВЦСПС, № 1. – М.: Профиздат, 1962.

3. **Батурин В.В.** Основы промышленной вентиляции, изд. 3 – е. – М.: Профиздат, 1964.
4. **Брауде М.З.** Приближенное моделирование естественных конвективных потоков вертикальными фонтанами нагретого воздуха. / Научные работы институтов охраны труда ВЦСПС, № 4. – М.: Профиздат, 1965.
5. **Гинзбург Л.И.** К пересчету на натуру результатов моделирования процессов вентиляции помещений с избыточной теплоотдачей. / Водоснабжение и санитарная техника, 1960, № 10.
6. **Гинзбург Л.И.** Моделирование принудительной вентиляции при теплоотдаче в помещениях. / Изв. АН СССР, ОТН, 1951, № 4.
7. **Гухман А.А.** Введение в теорию подобия. – М.: Высшая школа, 1963.
8. **Гухман А.А.** Физические основы теплопередачи. – М.: Энергоиздат, 1934.
9. **Жуковський С.С., Лабай В.Й.** Системи енергопостачання і забезпечення мікроклімату будинків та споруд. – Львів: Астрономо–геодезичне товариство, 2000. – 259 с.
10. **Кирпичев М.В., Конаков П.К.** Математические основы теории подобия. / Изд. АН СССР, 1949.
11. **Кирпичев М.В., Михеев М.А.** Моделирование тепловых устройств. / Изд. АН СССР, 1936.
12. **Кирпичев М.В.** Теория подобия. / Изд. АН СССР, 1953.
13. **Клячко Л.С.** Основы расчета процессов и аппаратов промышленной вентиляции. – М.: Профиздат, 1962.
14. **Константинова В.Е.** Расчет воздухообмена в зданиях методом гидравлической аналогии. / Водоснабжение и санитарная техника, 1961, № 11.
15. **Кудрявцев Е.В.** Моделирование систем вентиляции. – М.: Стройиздат, 1950.
16. **Кун М.Ю.** Изучение на модели распространения концентрации тяжелых газов в цехах химических заводов. / Научные работы институтов охраны труда ВЦСПС, № 45. – М.: Профиздат, 1967.
17. **Кутателадзе С.С., Боришанский В.М.** Справочник по теплопередаче. – М.: Госэнергоиздат, 1959.
18. **Кутателадзе С.С., Ляховский Д.Н., Пермяков В.А.** Моделирование теплоэнергетического оборудования. . – М.: Энергия, 1966.
19. **Лабай В.Й.** Тепломасообмін. – Львів: Тріада Плюс, 1998. – 260 с.
20. **Листов А.М.** Моделирование отопительно-вентиляционных процессов. / Сообщение ЦНИИС, 1958, № 24.
21. **Лойцянский Л.Г.** Механика жидкостей и газов. – М.: Гостехиздат, 1957.

22. **Ляховский Д.Н.** Аэродинамика закрученных струй. / В сб. “Теория и практика сжигания газа”. – М.: Гостоптехиздат, 1958.
23. **Ляховский Д.Н., Сыркин С.И.** Аэродинамика элементарного факела. / ЖТФ, т. VII, вып. 5, 1937.
24. **Реттер Э.И., Стриженов С.И.** Аэродинамика зданий. – М.: Изд. литературы по строительству, 1968. – 240 с.
25. **Санников П.А.** Моделирование воздухообмена в помещениях с выделением газов. / В сб. “Вопросы промышленной вентиляции”, вып. ВНИИОТ в Казани. – Казань: Таткнигоиздат, 1955.
26. **Симиу Э., Сканлан Р.** Воздействие ветра на здания и сооружения. – М.: Стройиздат, 1984. – 360 с.
27. **СНиП 2.01.01 – 82.** Строительная климатология и геофизика / Госстрой СССР. – М.: Стройиздат, 1983. – 136 с.
28. **Талиев В.Н.** Аэродинамика вентиляции. – М.: Стройиздат, 1979. – 295 с.
29. **Tennekes H.**, “The Logarithmic Wind Profile”, J. Almos. Sc., 30 (1973), p.p. 234…238.
30. **Ульянинский С.В., Цирг И.П.** К вопросу моделирования вентиляционных процессов. / В сб. МИИГС “Санитарная техника”, № 4. – М.: Стройиздат, 1943.
31. **Helliwell N.C.**, “Wind Over London”, in Proceedingst of the Third International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures, Tokio, 1971, Saikon, 1972, p.p. 23…32.
32. **Эльтерман В.М.** Вентиляция химических производств, изд. 2–е, перераб. и доп. – М.: Химия, 1971. – 239 с.
33. **Эльтерман В.М.** К вопросу о моделировании процессов вентиляции помещений. / Научные работы институтов охраны труда ВЦСПС, № 5. – М.: Профиздат, 1963.
34. **Эльтерман В.М.** Моделирование вентиляции помещений с источниками тепла и газовых вредностей. / Научные работы институтов охраны труда ВЦСПС, № 6. – М.: Профиздат, 1962.
35. **Эльтерман В.М.** Об учете теплового излучения при моделировании аэрации зданий. / Научные работы институтов охраны труда ВЦСПС, № 2. – М.: Профиздат, 1963.
36. **Эльтерман В.М.** Распространение газообразных примесей в воздухе навстречу потоку. / Научные работы институтов охраны труда ВЦСПС, № 1. – М.: Профиздат, 1961.

Розділ дев’ятий

1. **А.С. № 1260643** (СССР). Способ вентиляции производственного помещения. / Щербатюк Б.И., Жуковский С.С., Мелик-Аракелян А.Т.; опубл. 23.05.90, Б.И., № 19.

2. **Жуковський С.С., Лабай В.Й.** Системи енергопостачання і забезпечення мікроклімату будинків та споруд. – Львів: Астрономо–геодезичне товариство, 2000. – 259 с.
3. **Жуковський С., Щербатюк Б., Довбуш О.** Зонально-шарова вентиляція приміщень. Budownictwo i Inżynieria Środowiska, z. 21, cz. II. Inżynieria Środowiska. Rzeszów, 1993, с. 152…158.
4. **Справочник** проектировщика. Внутренние санитарно-технические устройства. Ч. 2. Вентиляция и кондиционирование воздуха. / Под. ред. И.Г. Староверова. – М.: Стройиздат, 1977(78). – 502 с.
5. **Шепелев И.А.** Аэродинамика воздушных потоков в помещении. – М.: Стройиздат, 1978. – 144 с.

Розділ десятий

1. **Батурин В.В.** Основы промышленной вентиляции. – М.: Профиздат, 1956.
2. **Богословский В.Н. и др.** Отопление и вентиляция. Ч. 2. Вентиляция. / Под ред. В.Н. Богословского. – М.: Стройиздат, 1976. – 439 с.
3. **Bouwman H.B. and van Gunst E.**, Kältetechnik – Klimatisierung, 19, (8), 257 (1967).
4. **Жуковський С.С., Лабай В.Й.** Системи енергопостачання і забезпечення мікроклімату будинків та споруд. – Львів: Астрономо–геодезичне товариство, 2000. – 259 с.
5. **Крум Д., Робертс Б.** Кондиционирование воздуха и вентиляция зданий. Пер. с англ. / Под. ред. Е.Е. Карписа. – М.: Стройиздат, 1980. – 399 с.
6. **Linke W.**, Kältetechnik, 14, 142, (1962).
7. **Linke W.**, Kältetechnik, 18, 122, (1966).
8. **Linke W.**, VDI Berichte, 106, 37, (1966).
9. **Müllejans H.**, Forschungsbericht, No. 1656, Aachen. Techn. Hochschule, 1966.
10. **Regenscheit B.**, Gesundheits Ingenieur, 91, (6), 172 (1970).
11. **Regenscheit B.**, Kältetechnik, 11, (1), 3 (1959).
12. **Heusmann K.**, Gesundheits Ingenieur, 86, (12), 350 (1955).
13. **Jackman P.J.**, Lab, Report 65, Heating and Ventilating Research Association, 1970.

К о м п а н і я
«Західпроектінжбудсервіс»
79005, м. Львів, вул. Шота Руставелі, 13
тел. факс 76-13-59, тел. 76-55-96

Вид діяльності

проектні та монтажно-будівельні роботи:

- опалювальні та технологічні котельні;
- мережі та споруди теплопостачання;
- мережі та споруди водопостачання і водовідведення, очисні споруди каналізації;
- системи опалення, вентиляції та кондиціювання повітря;
- енергоощадні технології та обладнання;
- послуги генпідрядника та генпроектувальника.

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

Жуковський Стефан Семенович
Лабай Володимир Йосифович

АЕРОДИНАМІКА ВЕНТИЛЯЦІЇ

Комп'ютерне опрацювання ілюстрацій *Ярослава Дубовика*
Редактор *Галина Клим*
Технічний редактор *Ірина Лонкевич*
Комп'ютерне верстання *Володимира Лабая, Тетяни Вікіцької*
Художник-дизайнер *Уляна Келеман*

Здано у видавництво 18.11.2002. Підписано до друку 15.07.2003.
Формат 70×90 1/16. Папір офсетний. Друк офсетний.
Умовн. друк. арк. 21,6. Обл.-вид. арк. 22,1.
Тираж 500 прим. Зам. 779.

Видавництво Національного університету "Львівська політехніка"
Реєстраційне свідоцтво серії ДК № 751 від 27.12.2001.

Поліграфічний центр
Видавництва Національного університету "Львівська політехніка"

вул. Ф. Колесси, 2, 79000, Львів